

Министерство общего и профессионального
образования Российской Федерации
Красноярская государственная
архитектурно-строительная академия

ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА
Программа и контрольные задания
для студентов I курса
заочного факультета

Красноярск, 1998

УДК 517
ББК 22.11

Высшая математика. Программа и контрольные задания для студентов
I курса заочного факультета.– Красноярск: КрасГАСА, 1998.– 28 с.

Составили: Виктор Федорович Санников
Анатолий Ильич Созутов

Печатается по решению редакционно-издательского совета академии

© Красноярская государственная архитектурно-строительная академия, 1998

Редактор В.Р.Наумова

Подписано в печать 26.08.98. Формат 60×84/16.

Бумага тип. N 1. Печать офсетная. Усл. печ. л. 1,75.

Уч. – изд. л. 1,75. Тираж 100 экз. Заказ

Редакционно-издательский центр
Красноярского государственного университета
660041, Красноярск, пр. Свободный, 79.

ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ

В процессе изучения курса высшей математики на 1-ом курсе студент должен выполнить в первом семестре — контрольные работы №1, 2, 3; во втором семестре — контрольные работы №4, 5, 6. При этом необходимо соблюдать следующие правила:

1. Каждая контрольная работа выполняется в отдельной тетради в клеточку чернилами любого цвета, кроме красного. Необходимо оставлять поля шириной 4 – 5 см для замечаний рецензента.

2. На обложке тетради указываются фамилия студента, его инициалы, учебный шифр, название дисциплины, номер контрольной работы, а также название учебного заведения, дата отсылки работы в академию и адрес студента. В конце работы следует поставить дату ее выполнения и подпись студента.

3. В работу включаются все задачи, указанные в задании, строго по варианту. Контрольные работы, содержащие не все задачи, а также задачи не своего варианта, считаются незачтенными.

4. Решения задач располагаются в порядке возрастания их номеров.

5. Перед решением каждой задачи записывается ее условие. В том случае, если несколько задач, из числа которых студент выбирает задачу своего варианта, имеют общую формулировку, следует, переписывая условия, заменить общие данные конкретными, взятыми из соответствующего номера. Например, условие задачи № 47 должно быть переписано так: *найти собственные значения и собственные векторы линейного преобразования, заданного матрицей*

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 3 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

6. Решения излагаются подробно и аккуратно, с объяснением и мотивировкой всех действий, с необходимыми чертежами.

7. После получения прорецензированной работы, как зачтенной, так и незачтенной, студент должен исправить отмеченные ошибки и недочеты и выполнить все рекомендации.

Если рецензент предлагает внести в решения те или иные исправления или дополнения и прислать работу для повторной проверки, то это следует сделать в наиболее короткий срок.

Все исправления и дополнения выполняются в той же тетради, но вносить их в сам текст после рецензирования запрещается. Поэтому рекомендуется при первоначальном выполнении контрольной работы оставлять в конце тетради несколько чистых листов.

В случае незачета работы и отсутствия прямого указания рецензента на то, что студент может ограничиться предоставлением исправленных решений отдельных задач, вся работа должна быть выполнена заново.

8. Прорецензированные контрольные работы вместе со всеми исправлениями и дополнениями, сделанными по требованию рецензента, следует сохранить. Без их предоставления студент не допускается к сдаче устного зачета по контрольной работе. После сдачи устного зачета (защиты) по каждой контрольной студент допускается к сдаче экзамена за курс.

На стр. 27 вниманию предлагается список литературы, рекомендованный при изучении данного курса.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

1 семестр

1 Определители

Определители второго и третьего порядка, их основные свойства и вычисление. Понятие об определителе n -го порядка.

2 Векторная алгебра

Декартова и полярная системы координат, связь между ними. Векторные и скалярные величины. Определение вектора. Сложение, вычитание, умножение на число. Коллинеарность, компланарность, равенство векторов. Линейная комбинация векторов, базисы на плоскости и в пространстве.

Проекция вектора на ось. Координаты вектора. Длина (модуль) вектора и направляющие косинусы. Разложение вектора по базису в декартовой системе координат. Скалярное произведение векторов. Определение, свойства и выражение через координаты перемноженных векторов. Угол между векторами, заданными своими координатами.

Векторное и смешанное произведения векторов, их свойства и выражение через координаты векторов. Геометрический смысл векторного и смешанного произведений векторов.

Вычисление средствами векторной алгебры длины отрезка, площади треугольника, объема пирамиды.

3 Элементы аналитической геометрии

Уравнения прямой на плоскости: уравнение прямой с угловым коэффициентом $y = kx + b$; общее уравнение прямой $Ax + By + C = 0$ и его частные случаи, когда один из коэффициентов равен нулю; каноническое уравнение прямой; уравнение прямой, проходящей через две заданные точки. Угол между прямыми, условие параллельности и перпендикулярности прямых.

Окружность, эллипс, гипербола и парабола, их канонические уравнения и свойства.

Уравнение плоскости с заданными точкой и нормальным вектором. Общее уравнение плоскости и его частные случаи. Угол между плоскостями. Уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки.

Канонические уравнения прямой в пространстве. Уравнения прямой, проходящей через две заданные точки. Угол между двумя прямыми, условия параллельности и перпендикулярности двух прямых. Угол между прямой и плоскостью.

Цилиндрические поверхности с образующими, параллельными одной из координатных осей.

Сфера, эллипсоид, гиперболоиды, параболоиды, их канонические уравнения. Исследование их формы методом сечений.

4 Элементы линейной алгебры

Матрицы и действия над ними. Обратная матрица. Матричная запись системы линейных уравнений. Решение системы линейных уравнений матричным методом.

Ранг матрицы и его вычисление. Теорема Кронекера-Капелли (без доказательства). Решение системы линейных уравнений методом Гаусса. Решение системы линейных уравнений методом Крамера.

Системы линейных однородных уравнений. Необходимое и достаточное условие существования у системы из n линейных уравнений с n неизвестными нетривиального решения.

Линейные пространства. Базисы, разложение вектора по базису. Матрицы перехода от базиса к базису.

Линейные преобразования. Матрица линейного преобразования. Собственные значения и собственные векторы линейного преобразования. Характеристический многочлен. Нахождение собственных значений и собственных векторов.

5 Введение в математический анализ

Комплексные числа. Алгебраическая и тригонометрическая формы записи комплексных чисел. Действия над комплексными числами в алгебраической и тригонометрической формах. Переход от одной формы записи комплексного числа к другой.

Функция. Определение, способы задания функции одной переменной. Основные элементарные функции и области их применения. Предел последовательности и предел функции. Односторонние пределы.

Бесконечно малые и бесконечно большие функции, их свойства. Теоремы о бесконечно малых функциях. Теоремы о пределах функций.

Первый замечательный предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$.

Второй замечательный предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$. Число e , натуральные логарифмы.

Непрерывность функции в точке и на интервале. Действия над непрерывными функциями. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Точки разрыва функций и их классификация.

Сравнение бесконечно малых величин. Порядок малости. Эквивалентные бесконечно малые величины.

6 Дифференциальное исчисление

Задачи, приводящие к понятию производной. Определение производной, ее геометрический и физический смыслы.

Правила дифференцирования суммы, постоянной величины, произведения и частного. Производные сложной и обратной функций. Производные

основных элементарных функций. Производные функций, заданных неявно и параметрически.

Дифференциал функции, его геометрический смысл. Свойства дифференциала и инвариантность его формы. Применение дифференциала.

Производные и дифференциалы высших порядков. Механический смысл производной второго порядка.

Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши. Правило Лопиталя.

Формулы Тейлора и Маклорена. Приближенное вычисление функций с помощью этих формул. Оценка погрешности.

Монотонность функции. Необходимые и достаточные условия монотонности. Экстремум функций. Необходимое условие экстремума. Достаточные условия экстремума.

Выпуклость, вогнутость и точки перегиба функции. Необходимые и достаточные условия. Асимптоты графика функции.

Общая схема исследования функции и построения ее графика.

Векторная функция скалярного аргумента и ее производная.

Дифференциал дуги кривой. Касательная и нормаль к плоской кривой.

2 семестр

7 Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

Определение функции двух переменных. Способы задания, геометрический смысл, линии уровня. Предел. Непрерывность.

Частные производные, их геометрический смысл. Полное приращение и полный дифференциал функции двух переменных. Применение полного дифференциала для приближенных вычислений значений функции двух переменных.

Частные производные сложной функции. Полная производная функции.

Производная по направлению. Градиент, связь градиента с производной по направлению.

Частные производные высших порядков. Формулировка теоремы о равенстве смешанных частных производных. Неявная функция, дифференцирование неявной функции.

Экстремум функции нескольких переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции в ограниченной замкнутой области.

8 Неопределенный интеграл

Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства.

Интегрирование подстановкой и по частям.

Интегрирование рациональных функций с помощью разложения на простейшие дроби.

Интегрирование тригонометрических функций.

Интегрирование некоторых иррациональных выражений. Тригонометрические подстановки.

9 Определенный интеграл

Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Определенный интеграл как предел интегральных сумм. Формула Ньютона-Лейбница.

Интегрирование подстановкой и по частям.

Теоремы об оценке определенного интеграла, о среднем. Производная интеграла по верхнему пределу.

Приближенное вычисление определенного интеграла: формулы прямоугольников, трапеций и Симпсона.

Приложения интегралов к вычислению площадей плоских фигур, длин дуг кривых и объемов тел вращения.

Несобственные интегралы с бесконечными пределами. Несобственные интегралы от неограниченных функций.

КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

Таблицы номеров задач

Вниманию предлагаются таблицы номеров задач, входящих в задания (контрольные работы). Студент должен выполнять контрольные работы по варианту, номер которого совпадает с последней цифрой его учебного шифра (см. табл. 1 – 2). Так, например, контрольная работа N 2 варианта 6 согласно табл. 1 должна содержать решения задач 36, 46 и 56, а контрольная работа N 3 варианта 4 – решения задач 64, 74, 84, 94 и 104.

Таблица 1

| N вари- анта | Контрольные работы | | | | | | | | | | |
|--------------------|--------------------|----|----|-----|----|----|-----|----|----|-----|-----|
| | N 1 | | | N 2 | | | N 3 | | | | |
| 1 | 1 | 11 | 21 | 31 | 41 | 51 | 61 | 71 | 81 | 91 | 101 |
| 2 | 2 | 12 | 22 | 32 | 42 | 52 | 62 | 72 | 82 | 92 | 102 |
| 3 | 3 | 13 | 23 | 33 | 43 | 53 | 63 | 73 | 83 | 93 | 103 |
| 4 | 4 | 14 | 24 | 34 | 44 | 54 | 64 | 74 | 84 | 94 | 104 |
| 5 | 5 | 15 | 25 | 35 | 45 | 55 | 65 | 75 | 85 | 95 | 105 |
| 6 | 6 | 16 | 26 | 36 | 46 | 56 | 66 | 76 | 86 | 96 | 106 |
| 7 | 7 | 17 | 27 | 37 | 47 | 57 | 67 | 77 | 87 | 97 | 107 |
| 8 | 8 | 18 | 28 | 38 | 48 | 58 | 68 | 78 | 88 | 98 | 108 |
| 9 | 9 | 19 | 29 | 39 | 49 | 59 | 69 | 79 | 89 | 99 | 109 |
| 0 | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 | 100 | 110 |

Таблица 2

| N вари- анта | Контрольные работы | | | | | | | | | |
|--------------------|--------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| | N 4 | | | | N 5 | | N 6 | | | |
| 1 | 111 | 121 | 131 | 141 | 151 | 161 | 171 | 181 | 191 | 201 |
| 2 | 112 | 122 | 132 | 142 | 152 | 162 | 172 | 182 | 192 | 202 |
| 3 | 113 | 123 | 133 | 143 | 153 | 163 | 173 | 183 | 193 | 203 |
| 4 | 114 | 124 | 134 | 144 | 154 | 164 | 174 | 184 | 194 | 204 |
| 5 | 115 | 125 | 135 | 145 | 155 | 165 | 175 | 185 | 195 | 205 |
| 6 | 116 | 126 | 136 | 146 | 156 | 166 | 176 | 186 | 196 | 206 |
| 7 | 117 | 127 | 137 | 147 | 157 | 167 | 177 | 187 | 197 | 207 |
| 8 | 118 | 128 | 138 | 148 | 158 | 168 | 178 | 188 | 198 | 208 |
| 9 | 119 | 129 | 139 | 149 | 159 | 169 | 179 | 189 | 199 | 209 |
| 0 | 120 | 130 | 140 | 150 | 160 | 170 | 180 | 190 | 200 | 210 |

Контрольная работа N 1

1 – 10. Даны координаты вершин пирамиды $A_1A_2A_3A_4$. Найдите:
1) длину ребра A_1A_2 ; **2)** угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4 ; **3)** угол между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$; **4)** площадь грани $A_1A_2A_3$; **5)** объем пирамиды. Сделать чертеж.

1. $A_1(4; 2; 5), A_2(0; 7; 2), A_3(0; 2; 4), A_4(1; 5; 0).$
2. $A_1(4; 4; 10), A_2(4; 10; 2), A_3(2; 8; 4), A_4(9; 6; 4).$
3. $A_1(4; 6; 5), A_2(6; 9; 4), A_3(2; 10; 10), A_4(7; 5; 9).$
4. $A_1(3; 5; 4), A_2(8; 7; 4), A_3(5; 10; 4), A_4(4; 7; 8).$
5. $A_1(10; 6; 6), A_2(-2; 8; 2), A_3(6; 8; 9), A_4(7; 10; 3).$
6. $A_1(1; 8; 2), A_2(5; 2; 6), A_3(5; 7; 4), A_4(4; 10; 9).$
7. $A_1(6; 6; 5), A_2(4; 9; 5), A_3(4; 6; 11), A_4(6; 9; 3).$

8. $A_1(7; 2; 2)$, $A_2(5; 7; 7)$, $A_3(5; 3; 1)$, $A_4(2; 3; 7)$.

9. $A_1(8; 6; 4)$, $A_2(10; 5; 5)$, $A_3(5; 6; 8)$, $A_4(8; 10; 2)$.

10. $A_1(7; 7; 3)$, $A_2(6; 5; 8)$, $A_3(3; 5; 8)$, $A_4(8; 4; 1)$.

11. Составить уравнение и построить линию, каждая точка которой равноудалена от точки $A(1; 3)$ и от прямой $y = 1$.

12. Составить уравнение и построить линию, каждая точка которой находится вдвое дальше от точки $A(2; 0)$, чем от прямой $x - 8 = 0$.

13. Составить уравнение и построить линию, каждая точка которой находится вдвое дальше от точки $A(4; 0)$, чем от точки $B(1; 0)$.

14. Составить уравнение и построить линию, каждая точка которой одинаково удалена от точки $A(0; 2)$ и от прямой $y - 4 = 0$.

15. Составить уравнение и построить линию, расстояния от точки которой до начала координат и до точки $A(5; 0)$ относятся как $2 : 1$.

16. Составить уравнение и построить линию, каждая точка которой одинаково удалена от точек $A(2; 3)$ и $B(-1; 0)$.

17. Составить уравнение и построить линию, каждая точка которой равноудалена от точки $A(8; 0)$ и от прямой $x + 2 = 0$.

18. Составить уравнение и построить линию, каждая точка которой находится к точке $A(-1; 0)$ вдвое ближе, чем к прямой $x + 4 = 0$.

19. Составить уравнение и построить линию, каждая точка которой находится вдвое дальше от точки $A(4; 0)$, чем от точки $B(-1; 0)$.

20. Составить уравнение и построить линию, каждая точка которой равноудалена от точки $A(2; 6)$ и от прямой $y + 2 = 0$.

21 – 30. Линия задана в полярной системе координат. Требуется: 1) построить линию по точкам, начиная от точки $\varphi = 0$ до 2π , прибавляя φ значения через промежуток $\frac{\pi}{8}$; 2) найти уравнение этой линии в

декартовой системе координат; 3) определить, какая это линия.

$$21. \quad r = \frac{1}{1+\cos \varphi}. \quad 22. \quad r = \frac{4}{1-\cos \varphi}. \quad 23. \quad r = \frac{10}{2+\cos \varphi}.$$

$$24. \quad r = \frac{1}{2-\cos \varphi}. \quad 25. \quad r = \frac{3}{1-2 \cos \varphi}. \quad 26. \quad r = \frac{3}{1+2 \cos \varphi}.$$

$$27. \quad r = \frac{1}{3-\cos \varphi}. \quad 28. \quad r = \frac{2}{3+\cos \varphi}. \quad 29. \quad r = \frac{1}{2+2 \cos \varphi}.$$

$$30. \quad r = \frac{1}{3+3 \cos \varphi}.$$

Контрольная работа N 2

31 – 40. Решить систему линейных уравнений: 1) методом Гаусса; 2) средствами матричного исчисления.

$$31. \quad \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11. \end{cases} \quad 32. \quad \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 8, \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 = -4, \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$$

$$33. \quad \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 6, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 20, \\ 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 6. \end{cases} \quad 34. \quad \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 1, \\ 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 2, \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 = 3. \end{cases}$$

$$35. \quad \begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9, \\ 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 4, \\ 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 18. \end{cases} \quad 36. \quad \begin{cases} x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -3, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = 5, \\ 3x_1 - 5x_2 - 6x_3 = -9. \end{cases}$$

$$37. \quad \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = -1, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -4, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -2. \end{cases} \quad 38. \quad \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 31, \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 20, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 9. \end{cases}$$

$$39. \quad \begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = 4, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11, \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11. \end{cases} \quad 40. \quad \begin{cases} 7x_1 - 5x_2 = 31, \\ 4x_1 + 11x_3 = -43, \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = -20. \end{cases}$$

41 – 50. Найти собственные значения и собственные векторы линейного преобразования, заданного матрицей A .

$$41. A = \begin{pmatrix} 0 & 7 & 4 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 13 & 0 \end{pmatrix}. \quad 42. A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -3 & 4 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$43. A = \begin{pmatrix} 4 & -5 & 7 \\ 1 & -4 & 9 \\ -4 & 0 & 5 \end{pmatrix}. \quad 44. A = \begin{pmatrix} 4 & -5 & 2 \\ 5 & -7 & 3 \\ 6 & -9 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$45. A = \begin{pmatrix} 7 & 0 & 0 \\ 10 & -19 & 10 \\ 12 & -24 & 13 \end{pmatrix}. \quad 46. A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 4 & -7 & 8 \\ 6 & -7 & 7 \end{pmatrix}.$$

$$47. A = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 3 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}. \quad 48. A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 5 & -3 & 3 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

$$49. A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -4 & -1 & 0 \\ 4 & -8 & -2 \end{pmatrix}. \quad 50. A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 3 \\ -2 & -6 & 13 \\ -1 & -4 & 8 \end{pmatrix}.$$

51 – 60. Дано комплексное число z . Требуется: 1) записать число z в алгебраической и тригонометрической формах; 2) построить число на комплексной плоскости.

$$51. z = \frac{2\sqrt{2}}{1+i}. \quad 52. z = \frac{2\sqrt{2}}{1-i}.$$

$$53. z = \frac{4}{1+i\sqrt{3}}. \quad 54. z = \frac{4}{1-i\sqrt{3}}.$$

$$55. z = \frac{-2\sqrt{2}}{1-i}. \quad 56. z = \frac{-4}{\sqrt{3}-i}.$$

$$57. z = \frac{-4}{1-i\sqrt{3}}. \quad 58. z = \frac{1}{\sqrt{3}+i}.$$

$$59. z = \frac{-2\sqrt{2}}{1+i}. \quad 60. z = \frac{1}{\sqrt{3}-i}.$$

Контрольная работа N 3

61 – 70. Найти производные $\frac{dy}{dx}$ заданных функций.

61. a) $y = (3x^3 - \sin ax + \ln 3)^3$; b) $y = \sin^2 x \cdot e^{\sin x}$;

c) $y = \frac{1}{x^2 \ln x}$; d) $\operatorname{tg} \frac{y}{x} - 5x = 0$.

62. a) $y = (4x^2 + \cos nx - \operatorname{arctg} \pi)^2$; b) $y = \cos^3 x \cdot \ln x^2$;

c) $y = \frac{\sin 2x}{\cos^2 x}$; d) $x - y + \operatorname{arctg} y = 0$.

63. a) $y = (\frac{2}{x^3} - \operatorname{tg} 2x + \cos 3\pi)^4$; b) $y = x^2 \operatorname{arctg} 2x$;

c) $y = \frac{\ln^2 x}{x^2}$; d) $y = x^2 + \cos(xy)$.

64. a) $y = (x\sqrt{x} - e^{-x} + \sin^2 \pi)^2$; b) $y = \sin \frac{x}{3} \cdot \cos 3x$;

c) $y = \frac{\sqrt{1-x^2}}{\operatorname{arcsin} x}$; d) $y \sin x = \cos(x - y)$.

65. a) $y = (a^2 - \sqrt[3]{x^2} + \operatorname{tg} 2x)^4$; b) $y = 2^{\sin 3x} \cdot \cos^2 3x$;

c) $y = \frac{\sqrt{1-x^2}}{\operatorname{arccos} x}$; d) $(e^x - 1) \cdot (e^y - 1) - 1 =$

66. a) $y = (\frac{1}{a} + 3x\sqrt{x} - \cos^2 x)^3$; b) $y = 3x^2 \ln 3x$;

c) $y = \frac{\sin^2 x}{2+3 \cos^2 x}$; d) $y^2 x = e^{y/x}$.

67. a) $y = (\sqrt[3]{m} + e^{2x} - \operatorname{arctg} x^2)^2$; b) $y = \cos^3 x \cdot \sin^2 x$;

c) $y = \frac{\ln x^2}{x - \sin 2x}$; d) $y \cdot \sin x = x^2 - y^2$.

68. a) $y = (\ln^2 5 - \operatorname{ctg} 2x - \cos \frac{x}{2})^3$; b) $y = e^{-x^2} \cdot \sin^2 x$;

c) $y = \frac{1-x^2}{1+x^2}$; d) $x - y + x \sin y = 0$.

69. a) $y = (2x^{-m} + m^x - \operatorname{tg} \frac{\pi}{3})^3$; b) $y = x^3 \operatorname{tg}^2 3x$;
 c) $y = \frac{x}{\operatorname{arctg} 2x}$; d) $x^2 + y^2 - 2axy = 0$.

70. a) $y = (\ln a - 2 \sin \frac{x}{2} + \operatorname{tg} 2x)^2$; b) $y = \operatorname{tg}^2 x \cdot \sin^2 x$;
 c) $y = \operatorname{arctg}(\operatorname{tg}^2 x)$; d) $xy^2 - \sin xy = a^2$.

71 – 80. Найдите производные $\frac{dy}{dx}$ и $\frac{d^2y}{dx^2}$ заданных функций.

71. a) $y = \frac{x}{x-1}$; b) $x = \cos t$, $y = t - \sin t$.

72. a) $y = \ln \operatorname{ctg} 2x$; b) $x = t^3 + 8t$, $y = t^5 + 2t$.

73. a) $y = x^3 \ln x$; b) $x = t - \sin t$, $y = 1 - \cos t$.

74. a) $y = x \cdot \operatorname{arctg} x$; b) $x = e^{2t}$, $y = \cos t$.

75. a) $y = \operatorname{arctg} x$; b) $x = 3 \cos^2 t$, $y = 2 \sin^3 t$.

76. a) $y = e^{\operatorname{ctg} 3x}$; b) $x = 3 \cos t$, $y = 4 \sin^2 t$.

77. a) $y = e^{-x} + \sin x$; b) $x = 2t - t^3$, $y = 2t^2$.

78. a) $y = e^x \cdot \cos x$; b) $3t - t^3$, $y = 3t^2$.

79. a) $y = x \cdot \sqrt{1+x^2}$; b) $x = t + \ln \cos t$, $y = t - \ln \sin t$.

80. a) $y = x \cdot e^{-x^2}$; b) $x = \ln t$, $y = \frac{t+1}{2t}$.

81 – 90. Найдите пределы функций.

81. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2+4x-2}{5x^2-3}$; b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2+x-3}{x^2+x-2}$;

- c) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x-4}-1}{x-5}$; d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin 5x}$.
82. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2+7x-3}{2x^2-3x}$; b) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{3-2\sqrt{x}}{6-x} \right)^{2x}$;
- c) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+2x-8}{2x^2-7x+6}$; d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 4x}{3x}$.
83. a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \cos^2 x}{3-x}$; b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-3x}{x+2}$;
- c) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{5+4x-x^2}{x^2-16x+55}$; d) $\lim_{x \rightarrow 0} \sin 2x \cdot \operatorname{ctg} 6x$.
84. a) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^x$; b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2-4x}{4x^2+3}$;
- c) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2+8x+5}{3x^2+9x+6}$; d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 5x}{8x}$.
85. a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{9-\sin^2 x}{3-x}$; b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x-5}{x^2+2x}$;
- c) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{12+5x-2x^2}{8+6x-2x^2}$; d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\operatorname{tg} 2x}$.
86. a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3-\sqrt{x+1}}{2-x}$; b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2-4x+1}{x-2}$;
- c) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{10-x-3x^2}{x^2+11x+18}$; d) $\lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{ctg} 2x \cdot \sin 3x$.
87. a) $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\sin 2x}{x}$; b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4+2x-1}{6x^4-3x}$;
- c) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2+10x+12}{21+x-2x^2}$; d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 3x}{2x}$.
88. a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{x^2+2x+1}$; b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2+5x}{3x^2-1}$;
- c) $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2+8x+15}{3x^2+20x+25}$; d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} x}{3x}$.
89. a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{2x}$; b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2+5x}{3x^2-1}$;
- c) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-x-6}{15+x-2x^2}$; d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{2\operatorname{tg} 3x}$.

90. a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 8}{x + 2}$; b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - x}{2x^2 + 1}$;
 c) $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{3x^2 + 19x + 28}{4 - 3x - x^2}$; d) $\lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \operatorname{ctg} 3x$.

91. Найти высоту прямого кругового конуса наименьшего объема, описанного около шара радиуса R .

92. Найти радиус конуса наибольшего объема, вписанного в шар радиуса R .

93. Найти стороны прямоугольника наибольшего периметра, вписанного в полукруг радиуса R .

94. Найти стороны прямоугольника наибольшей площади, вписанного в эллипс с полуосями a и b .

95. Найти размеры воронки наибольшего объема с образующей 20 см.

96. Найти высоту конуса наибольшего объема, который можно вписать в шар радиуса R .

97. Найти высоту цилиндра наибольшего объема, который можно вписать в шар радиуса R .

98. При каких линейных размерах закрытая цилиндрическая банка данного объема V имеет наименьшую полную поверхность?

99. Окно имеет форму прямоугольника, завершенного полукругом. При каких размерах сторон прямоугольника окно будет пропускать наибольшее количество света, если периметр окна равен a ?

100. Точка движется по закону $S = \frac{4}{3}t^3 - 8t^2 + 5$. Найти значение t , при котором скорость будет наименьшей.

101–110. Исследовать методами дифференциального исчисления функцию $y = f(x)$ и построить ее график.

101. $y = x^2 \cdot e^{-x}$.

102. $y = -\frac{x^3}{3-x^2}$.

103. $y = \ln(x^2 - 4)$.

104. $y = x^3 \cdot e^{-x}$.

105. $y = \frac{x^2}{x^2-1}$.

106. $y = \frac{x^3}{3-x}$.

107. $y = (2 + x^2) \cdot e^{-x^2}$.

108. $y = \frac{x^4}{x^3-1}$.

109. $y = \frac{x^2+1}{x}$.

110. $y = 2x^2 \cdot e^{-x}$.

Контрольная работа N 4

111 – 120. Показать, что функция $z = f(x, y)$ удовлетворяет данному уравнению:

111. $z = \frac{y}{(x^2-y^2)^5}; \quad \frac{1}{x} \cdot \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{1}{y} \cdot \frac{\partial z}{\partial y} - \frac{z}{y^2} = 0.$

112. $z = \frac{y^2}{3x} + \arcsin(xy); \quad x^2 \cdot \frac{\partial z}{\partial x} - xy \cdot \frac{\partial z}{\partial y} + y^2 = 0.$

113. $z = \ln(x^2 + y^2 + 2x + 1); \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0.$

114. $z = \frac{y}{x}; \quad y \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - \frac{\partial z}{\partial x} = 0.$

115. $z = \ln(x + e^y); \quad \frac{\partial z}{\partial x} \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - \frac{\partial z}{\partial y} \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 0.$

116. $z = \frac{x}{y}; \quad x \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - \frac{\partial z}{\partial y} = 0.$

117. $z = x^y; \quad y \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - (1 + y \ln x) \cdot \frac{\partial z}{\partial x} = 0.$

118. $z = xe^{y/x}; \quad x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0.$

119. $z = \sin(x + ay); \quad \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} - a^2 \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 0.$

120. $z = \cos y + (y - x) \cdot \sin y; \quad (x - y) \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - \frac{\partial z}{\partial y} = 0.$

121 – 130. Найти полный дифференциал в точке A . Вычислить истинное значение функции $z = f(x, y)$ в точке B и приближенное зна-

чение функции в той же точке с помощью полного дифференциала.

$$121. z = x^2 + xy + y^2, \quad A(1; 2), \quad B(1.02; 1.96).$$

$$122. z = 3x^2 - xy + y + x, \quad A(1; 3), \quad B(1.06; 2.92).$$

$$123. z = x^2 + 3xy - 6y, \quad A(4; 1), \quad B(3.96; 1.03).$$

$$124. z = x^2 - y^2 + 6x + 3y, \quad A(2; 3), \quad B(2.02; 2.97).$$

$$125. z = x^2 + 2xy + 3y^2, \quad A(2; 1), \quad B(1.96; 1.04).$$

$$126. z = x^2 + y^2 + 2x + y - 1, \quad A(2; 4), \quad B(1.98; 3.96).$$

$$127. z = 3x^2 + 2y^2 - xy, \quad A(-1; 3), \quad B(-0.98; 2.96).$$

$$128. z = x^2 - y^2 + 5x + 4y, \quad A(3; 2), \quad B(2.97; 1.97).$$

$$129. z = 3y^2 + 2xy - 5x, \quad A(3; 4), \quad B(3.02; 3.98).$$

$$130. z = x^2 + y^2 - 2xy, \quad A(2; 3), \quad B(2.02; 2.97).$$

131 – 140. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = f(x, y)$ в замкнутой области D , заданной системой неравенств.

$$131. z = x^2 + y^2 - 9xy + 27; \quad 0 \leq x \leq 3, \quad 0 \leq y \leq 3.$$

$$132. z = x^2 + 2y^2 + 1; \quad 0 \leq x, \quad 0 \leq y, \quad y + x \leq 1.$$

$$133. z = 3 - 2x^2 - xy - y^2; \quad x \leq 1, \quad 0 \leq y, \quad y \leq x.$$

$$134. z = x^2 + 3y^2 + x - 6y; \quad 0 \leq x \leq 3, \quad 0 \leq y \leq 3.$$

$$135. z = x^2 + 2xy + 2y^2; \quad -1 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 2.$$

$$136. z = 5x^2 - 3xy + y^2 + 4; \quad -1 \leq x, \quad -1 \leq y, \quad x + y \leq 1.$$

$$137. \quad z = 10 + 2xy - x^2; \quad 0 \leq y \leq 4 - x^2.$$

$$138. \quad z = x^2 + 2xy - y^2 + 4x; \quad x \leq 0, \quad y \leq 0, \quad 0 \leq x + y + 2.$$

$$139. \quad z = x^2 + xy - 2; \quad 4x^2 - 4 \leq y \leq 0.$$

$$140. \quad z = x^2 + xy; \quad -1 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 3.$$

141 – 150. Даны функция $z = f(x, y)$, точка $A(x_0; y_0)$ и вектор \vec{a} .
Найти: 1) $\vec{\text{grad}}(z)$ в точке A ; 2) производную функции z в точке A по направлению вектора \vec{a} .

$$141. \quad z = x^2 + xy + y^2; \quad A(1; 1), \quad \vec{a}(2; -1).$$

$$142. \quad z = 2x^2 + 3xy + y^2; \quad A(2; 1), \quad \vec{a}(3; -4).$$

$$143. \quad z = \ln(5x^2 + 3y^2); \quad A(1; 1), \quad \vec{a}(3; 2).$$

$$144. \quad z = \ln(5x^2 + 4y^2); \quad A(1; 1), \quad \vec{a}(2; -1).$$

$$145. \quad z = 5x^2 + 6xy; \quad A(2; 1), \quad \vec{a}(1; 2).$$

$$146. \quad z = \text{arctg}(xy)^2; \quad A(2; 3), \quad \vec{a}(4; -2).$$

$$147. \quad z = \text{arcsin} \frac{x^2}{y}; \quad A(1; 2), \quad \vec{a}(5; -12).$$

$$148. \quad z = \ln(3x^2 + 4y^2); \quad A(1; 3), \quad \vec{a}(2; -1).$$

$$149. \quad z = 3x^4 + 2x^2y^3; \quad A(-1; 2), \quad \vec{a}(4; -3).$$

$$150. \quad z = 3x^2y^2 + 5xy^2; \quad A(1; 1), \quad \vec{a}(2; 1).$$

Контрольная работа N 5

151 – 160. Найти неопределенные интегралы. В случаях 1), 4) резуль-

таты проверить дифференцированием:

$$\begin{aligned} 151. \quad & 1) \int 2^{\operatorname{arctg} x} \frac{dx}{1+x^2}; \quad 2) \int \frac{dx}{\sqrt{9x^2-6x+2}}; \\ & 3) \int \sin 2x \cos 5x dx; \quad 4) \int x \sqrt{5-x^2} dx; \quad 5) \int \frac{(x-1)dx}{x^3+x}; \\ & 6) \int \frac{dx}{\sqrt{x+3}(1+\sqrt[3]{x+3})}; \quad 7) \int x \ln x dx; \quad 8) \int \frac{(x+2)dx}{x^3-2x^2+x}; \\ & 9) \int \sqrt{1-x^2} dx; \quad 10) \int \frac{(2x-6)dx}{x^2-6x+10}; \quad 11) \int \cos^2 5x dx. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 152. \quad & 1) \int \sqrt{1+\ln x} \cdot \frac{dx}{x}; \quad 2) \int \frac{(8x-11)dx}{\sqrt{5+2x-x^2}}; \\ & 3) \int \cos^4 x dx; \quad 4) \int \frac{x^3 dx}{x^8+5}; \quad 5) \int \frac{(x^3-2x+5)dx}{x^4-1}; \\ & 6) \int \frac{(\sqrt[6]{x}+1)dx}{\sqrt[6]{x^7}+\sqrt[6]{x^5}}; \quad 7) \int x^2 e^x dx; \quad 8) \int \frac{dx}{x^4+3x^2}; \\ & 9) \int \frac{dx}{(1-x^2)^{3/2}}; \quad 10) \int \frac{x^3 dx}{x^4+1}; \quad 11) \int \sin^3 x \cos x dx. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 153. \quad & 1) \int \frac{e^x dx}{\sqrt[3]{1+e^x}}; \quad 2) \int \frac{(x+2)dx}{x^2+2x+2}; \\ & 3) \int \frac{\cos x dx}{1+\cos x}; \quad 4) \int \frac{(3-\sqrt{2+x^2})dx}{2+x^2}; \quad 5) \int \frac{x dx}{x^3-1}; \\ & 6) \int \frac{(x+1)dx}{x\sqrt{x-2}}; \quad 7) \int (x+1) \cdot \sin 2x dx; \quad 8) \int \frac{(x-8)dx}{x^3-4x^2+4x}; \\ & 9) \int \sqrt{4-x^2} dx; \quad 10) \int \frac{\sin 3x dx}{16+\cos^2 3x}; \quad 11) \int (1+\cos x)^2 dx. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 154. \quad & 1) \int e^{\cos x} \cdot \sin x dx; \quad 2) \int \frac{(3x-1)dx}{4x^2-4x+17}; \\ & 3) \int \sin^4 x dx; \quad 4) \int \frac{(x^3+1)dx}{x+1}; \quad 5) \int \frac{dx}{x^3-4x}; \end{aligned}$$

$$6) \int \frac{(x + \sqrt[3]{x} - 2)dx}{\sqrt[5]{x^2}}; \quad 7) \int x \cdot \operatorname{arctg} x \cdot dx; \quad 8) \int \frac{dx}{x(x+1)^2};$$

$$9) \int \frac{dx}{\sqrt{(4+x^2)^3}}; \quad 10) \int \frac{(3-4x)dx}{\sqrt{2+3x-2x^2}}; \quad 11) \int \cos 2x \cdot \sin 4x dx.$$

$$155. \quad 1) \int \frac{(1-2x)dx}{\sqrt{1-x^2}}; \quad 2) \int \frac{(x-3)dx}{\sqrt{3-2x-x^2}};$$

$$3) \int \frac{dx}{5-3\cos x}; \quad 4) \int \frac{\cos 2x dx}{\cos^2 x \cdot \sin^2 x}; \quad 5) \int \frac{dx}{(x-1)^2(x+1)};$$

$$6) \int \frac{x dx}{\sqrt{x-1}}; \quad 7) \int \frac{\ln x dx}{x^2}; \quad 8) \int \frac{dx}{x^3+1};$$

$$9) \int \sqrt{9-x^2} dx; \quad 10) \int \frac{e^x dx}{(1+e^x)^2}; \quad 11) \int \cos^4 x \cdot \sin x dx.$$

$$156. \quad 1) \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{5+x^6}}; \quad 2) \int \frac{(3x-1)dx}{\sqrt{x^2+2x+2}};$$

$$3) \int \sin^2 x \cos^3 x dx; \quad 4) \int \frac{x^2 dx}{\sqrt[3]{x^3+1}}; \quad 5) \int \frac{(x-1)dx}{x^3+x};$$

$$6) \int \frac{dx}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}}; \quad 7) \int \frac{x dx}{\cos^2 x}; \quad 8) \int \frac{(11x+16)dx}{(x-1)(x+2)^2};$$

$$9) \int x^2 \cdot \sqrt{4-x^2} dx; \quad 10) \int \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}}; \quad 11) \int \sin^2 3x dx.$$

$$157. \quad 1) \int (1+e^x)^5 e^x dx; \quad 2) \int \frac{(x-2)dx}{x^2-7x+12};$$

$$3) \int \frac{dx}{3+5\sin x+3\cos x}; \quad 4) \int \frac{x dx}{\sqrt{1-x^4}}; \quad 5) \int \frac{dx}{x^4+x^2};$$

$$6) \int \frac{(x+3)dx}{\sqrt[3]{x+1}}; \quad 7) \int x e^{-x} dx; \quad 8) \int \frac{x^4 dx}{x^4-16};$$

$$9) \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{4-x^2}}; \quad 10) \int \frac{(4x^3+6x^2)dx}{x^4+2x^3-4}; \quad 11) \int \cos^3 x dx.$$

$$\begin{aligned}
158. \quad & 1) \int \frac{x^3 dx}{\sqrt{4-x^8}}; \quad 2) \int \frac{(2x+5)dx}{\sqrt{9x^2+6x+2}}; \\
& 3) \int \frac{dx}{3+5\cos x}; \quad 4) \int \operatorname{tg}^2 ax \cdot dx; \quad 5) \int \frac{dx}{x^3-8}; \\
& 6) \int \frac{x dx}{1+\sqrt{x}}; \quad 7) \int x \cdot \cos 3x dx; \quad 8) \int \frac{(x+1)dx}{x^3-x^2}; \\
& 9) \int \sqrt{25-x^2} dx; \quad 10) \int e^{\sin^2 x} \cdot \sin 2x dx; \quad 11) \int \sin^3 x dx.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
159. \quad & 1) \int \frac{dx}{\cos^2 x \cdot (3\operatorname{tg} x + 1)}; \quad 2) \int \frac{(2x-8)dx}{\sqrt{1-x-x^2}}; \\
& 3) \int \frac{dx}{\sin x + \cos x}; \quad 4) \int \frac{dx}{\operatorname{tg} \frac{x}{5}}; \quad 5) \int \frac{(x+3)dx}{x^3+x^2-2x}; \\
& 6) \int x^2 \cdot \sqrt[3]{1+x} dx; \quad 7) \int \frac{\ln x dx}{\sqrt[3]{x}}; \quad 8) \int \frac{(x^4+1)dx}{x^3-x^2+x-1}; \\
& 9) \int \frac{dx}{x^3 \cdot \sqrt{x^2-1}}; \quad 10) \int \frac{(2x-3)dx}{x^2-3x+4}; \quad 11) \int (2+\cos 3x)^2 dx.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
160. \quad & 1) \int \frac{e^{2x} dx}{e^{2x}+1}; \quad 2) \int \frac{(4-3x)dx}{5x^2+6x+18}; \\
& 3) \int \frac{dx}{1+\sin^2 x}; \quad 4) \int \frac{(2-x^4)dx}{1+x^2}; \quad 5) \int \frac{x^2 dx}{(x+2)^2(x+4)^2}; \\
& 6) \int \frac{\sqrt{x+5} dx}{1+\sqrt[3]{x+5}}; \quad 7) \int \frac{x dx}{\sin^2 x}; \quad 8) \int \frac{dx}{x(x^2+1)}; \\
& 9) \int \frac{dx}{\sqrt{36-x^2}}; \quad 10) \int \frac{\cos 3x dx}{4+\sin 3x}; \quad 11) \int \operatorname{tg}^2 3x dx.
\end{aligned}$$

Контрольная работа N 6

161 – 170. Вычислить определенный интеграл.

$$161. \int_0^{\pi} \sin 3x \cdot \cos 7x dx. \quad 162. \int_1^e \frac{\cos(\ln x) dx}{x}.$$

$$163. \int_1^8 \frac{(2 + 5\sqrt[3]{x}) dx}{x^3}. \quad 164. \int_0^1 \frac{x^2 dx}{1 + x^6}.$$

$$165. \int_1^2 \frac{e^{1/x} dx}{x^2}. \quad 166. \int_1^6 \frac{dx}{1 + \sqrt{3x - 2}}.$$

$$167. \int_1^e x \ln x dx. \quad 168. \int_0^1 \frac{\operatorname{arctg} x dx}{1 + x^2}.$$

$$169. \int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{x dx}{\cos^2 x}. \quad 170. \int_0^1 \frac{x dx}{\sqrt{5 - 4x}}.$$

171 – 180. Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость.

$$171. \int_1^3 \frac{dx}{(x - 1)^{2/3}}. \quad 172. \int_0^{\infty} x e^{-x} dx.$$

$$173. \int_1^e \frac{dx}{x \ln^5 x}. \quad 174. \int_{-\infty}^{-3} \frac{dx}{1 + x^2}.$$

$$175. \int_0^3 \frac{dx}{(x-2)^2}.$$

$$176. \int_e^{\infty} \frac{dx}{x \ln x}.$$

$$177. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 4x + 5}.$$

$$178. \int_0^1 \frac{x dx}{\sqrt{1-x^2}}.$$

$$179. \int_1^2 \frac{dx}{(x-1)^2}.$$

$$180. \int_0^{\infty} \frac{x dx}{\sqrt{(4x^2+1)^3}}.$$

181 – 190. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями.

181. Гиперболой $xy = 4$ и прямой $x + y = 5$.

182. Одной аркой циклоиды $x = t - \sin t$, $y = 1 - \cos t$ ($0 \leq t \leq 2\pi$) и осью Ox .

183. Кардиоидой $r = 3(1 + \cos \varphi)$.

184. Четырехлепестковой розой $r = \sin 4\varphi$.

185. Параболой $y = 4 - x^2$ и осью Ox .

186. Астроидой $x = \cos^3 t$, $y = \sin^3 t$.

187. Трехлепестковой розой $r = \sin 3\varphi$.

188. Лемнискатой $r^2 = a^2 \cos 2\varphi$.

189. Параболой $y^2 = 1 - x$ и прямой $x = -3$.

190. Линией $y = \ln x$ и прямыми $x = e$, $y = 0$.

191 – 200. Найти объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной линиями.

191. $y = x^3$, $y = 0$, $x = 2$; вокруг оси Ox .

192. $y = 2 - x^2$, $y = x^2$; вокруг оси Oy .

193. $y = \frac{4}{x}$, $x = 1$, $x = 4$, $y = 0$; вокруг оси Ox .

194. $y^2 = 4 - x$, $x = 0$; вокруг оси Oy .

195. Одной арки циклоиды $x = t - \sin t$, $y = 1 - \cos t$ ($0 \leq t \leq 2\pi$); вокруг оси Ox .

196. $y = x^3$, $x = 0$, $y = 8$; вокруг оси Oy .

197. $y = \sin x$, $y = 0$ (одной полуволной); вокруг оси Ox .

198. $x^2 - y^2 = 4$, $y = \pm 2$; вокруг оси Oy .

199. $y = x^2$, $y = \sqrt{x}$; вокруг оси Ox .

200. $y = a - \frac{x^2}{a}$, $x + y = a$; вокруг оси Oy .

201 – 210. Вычислить длину дуги кривой.

201. Кардиоиды $r = 3(1 - \cos \varphi)$.

202. Полукубической параболы $y = (x + 1)^{3/2}$ от точки $A(-1; 0)$ до точки $B(4; \sqrt{125})$.

203. Одной арки циклоиды $x = t - \sin t$, $y = 1 - \cos t$ ($0 \leq t \leq 2\pi$).

204. $y^2 = x^3$, отсеченной прямой $x = \frac{4}{3}$.

205. $x = \frac{1}{3}t^3 - t$, $y = t^2 + 2$ от $t = 0$ до $t = 3$.

206. Астроиды $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$.

207. $x = a \cos t$, $y = a \sin t$ от $t = 0$ до $t = \pi$.

208. $y^2 = (x + 1)^3$, отсеченной прямой $x = 4$.

209. Кардиоиды $r = a(1 + \cos \varphi)$.

210. $r = \sin^3 \frac{\varphi}{3}$.

Библиографический список

1. Векторная алгебра. Аналитическая геометрия: Методические указания к практическим занятиям; Сост. В.Ф.Санников/КИСИ.– Красноярск, 1990.– 35 с.
2. Линейная алгебра: Методические указания к практическим занятиям; Сост. В.Ф.Санников/КИСИ.– Красноярск, 1990.– 27 с.
3. Дифференцирование функций одной и нескольких переменных: Методические указания к контрольным работам 3 – 5; Сост. В.Ф.Санников/КИСИ.– Красноярск, 1995.– 38 с.
4. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре.– М.: Наука, 1987.– 384 с.
5. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры.– М.: Наука, 1978.– 274 с.
6. Бугров Я.С., Никольский С.М. Дифференциальное и интегральное исчисления.– М.: Наука, 1984.– 431 с.
7. Бермант А.Ф., Араманович И.Г. Краткий курс математического анализа для втузов.– М.: Наука, 1969.– 736 с.
8. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления для втузов: В 2 т. – М.: Наука, 1970, 1985.
9. Задачи и упражнения по математическому анализу для втузов/ Под ред. Б.П.Демидовича.– М.: Наука, 1964 – 1978.– 472 с.
10. Высшая математика: Программа и контрольные задания для студентов-заочников 1 курса; Сост. В.Ф.Санников, А.И.Созутов, А.Ф.Дмитриев/КрасГАС Красноярск, 1997.– 29 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

| | |
|--|----|
| Общие указания | 3 |
| Рабочая программа | 4 |
| 1. Определители | 4 |
| 2. Векторная алгебра | 4 |
| 3. Элементы аналитической геометрии | 5 |
| 4. Элементы линейной алгебры | 5 |
| 5. Введение в математический анализ | 6 |
| 6. Дифференциальное исчисление | 7 |
| 7. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных | 7 |
| 8. Неопределенный интеграл | 8 |
| 9. Определенный интеграл | 8 |
| Контрольные задания | 9 |
| Таблицы номеров задач | 9 |
| Контрольная работа N 1 | 10 |
| Контрольная работа N 2 | 12 |
| Контрольная работа N 3 | 14 |
| Контрольная работа N 4 | 18 |
| Контрольная работа N 5 | 20 |
| Контрольная работа N 6 | 24 |
| Библиографический список | 27 |

Высшая математика: Программа и контрольные задания для студентов
I курса заочного факультета. Красноярск; КрасГАСА, 1998.– 29 с.

Составители:

Виктор Федорович Санников

Анатолий Ильич Созутов

Подписано в печать

Редактор В.Р.Наумова

Формат 60 84/16. Бумага тип N 1. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 1,75. Уч. – изд. л. 1,75.

Тираж 100 экз. Заказ

Редакционно-издательский центр

Красноярского государственного университета

660041, Красноярск, пр. Свободный, 79.