Министерство образования и науки Российской Федерации
СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ОБЩАЯ ФИЗИКА

Сборник контрольных заданий для студентов заочной формы обучения

Красноярск
СФУ
2012

УДК 53(07)
ББК 22.3я73
О-28

Составители: А.Е.Бурученко, В. А. Захарова, В. Л. Серебренников, Г. Н. Харук, Л. В. Степанова, И. А. Логинов, С. И. Мушарапова.

Общая физика. Механика и молекулярная физика, электричество и магнетизм, оптика и атомная физика: контрольные задания для студентов заочной формы обучения / А. Е. Бурученко, В. А. Захарова, В. Л. Серебренников, Г. Н. Харук, Л. В. Степанова, И. А. Логинов, С. И. Мушарапова – Красноярск: Сиб. федер. Ун-т, 2012. – 161 с.

В контрольных заданиях дана рабочая программа по физике, приведены примеры решения задач из разных разделов физики и дан по вариантам перечень задач по всем разделам. Предназначено для студентов инженерных специальностей:
Специалист – 271101, 130102, 131000, 151000, 190110, 120401

УДК 53(07)
ББК 22.3я73

ВВЕДЕНИЕ

Физика – наука о природе. Ее цель – выявить и объяснить законы природы, которые определяют все физические явления. Физика основывается на экспериментально установленных фактах, занимая центральное место среди других наук в объяснении законов природы. Физика является фундаментальной базой для подготовки инженера.

Основными задачами курса физики в вузах являются:

1. Создание основ теоретической подготовки в области физики, позволяющей будущим инженерам ориентироваться в потоке научной и технической информации и обеспечивающей возможность использования новых физических принципов в тех областях техники, в которых они специализируются.
2. Формирование научного мышления, в частности, правильного понимания границ применимости различных физических понятий, законов, теорий и умения оценивать степень достоверности результатов, полученных с помощью экспериментальных и математических методов исследования.
3. Изучение основных физических явлений и законов классической и современной физики, позволяющих в дальнейшем решать инженерные задачи.

В контрольных заданиях дана рабочая программа по физике, приведены примеры решения задач из разных разделов физики и дан по вариантам перечень задач по всем разделам.

ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Основной формой обучения студента-заочника является самостоятельная работа над учебным материалом. Для облегчения этой работы кафедры физики вузов организуют чтение лекций, практические занятия и лабораторные работы. Поэтому процесс изучения физики состоит из следующих этапов:

1) проработка установочных и обзорных лекций;
2) самостоятельная работа над учебниками и учебными пособиями;
3) выполнение контрольных работ;
4) прохождение лабораторного практикума;
5) сдача зачетов и экзаменов.

Контрольные работы позволяют закрепить теоретический материал курса. В процессе изучения физики студент должен выполнить 6 контрольных работ.

При решении задач необходимо придерживаться следующей схемы:

1. Контрольные работы выполняются чернилами в обычной школьной тетради, на обложке которой приводятся сведения по следующим образцу:

Студент заочного факультета ИАС СФУ
Шифр 036015 1 курс. Специальность
«Промышленное и гражданское строительство»
Андреев Сергей Иванович
Контрольная работа №1 по физике
Вариант №5.

2. В контрольной работе студент должен решить 8 задач того варианта, номер которого совпадает с последней цифрой его шифра.

3. Условие задачи переписывается полностью, без сокращений. Для замечаний преподавателя на страницах тетради оставляются поля.

4. Указать основные законы и формулы, на которых базируется решение, и дать словесную формулировку этих законов, разъяснить буквенные обозначения формул. Если при решении задач применяется формула, полученная для частного случая, не выражающая какой-нибудь физический закон или не являющаяся определением какой-нибудь физической величины, то ее следует вывести.

5. Для пояснения решения задачи там, где это необходимо аккуратно сделать чертеж, схему или рисунок, поясняющий описанный в задаче процесс.

6. Сопровождать решение задачи краткими, но исчерпывающими объяснениями.

7. Получить решение задачи в общем виде, т.е. выразить искомую величину в буквенных обозначениях величин, заданных в условии задачи. При таком способе решения не производится вычисление промежуточных величин.

8. Подставить в правую часть полученной рабочей формулы необходимые действия и убедиться в том, что полученная при этом единица соответствует искомой величине.

9. Подставить в рабочую формулу числовые значения величин, выраженные в единицах единой системы. Несоблюдение этого правила приводит к неверному результату. Исключение из этого правила допускается лишь для тех однородных величин, которые входят в виде сомножителей в числитель и знаменатель формулы (с одинаковыми показателями степени). Такие величины не обязательно выражать в единицах той системы, в которой ведется решение задач. Их можно выразить в любых, но только одинаковых единицах.

10. произвести вычисление величин, подставленных в формулу, руководствуясь правила приближенных вычислений, записать в ответе числовое значение и сокращенное наименование единицы искомой величины.

11. Оценить, где это целесообразно, правдоподобность численного ответа. В ряде случаев такая оценка поможет обнаружить ошибочность полученного результата. Например, коэффициент полезного действия тепловой машины не может быть больше единицы, электрический заряд не может быть меньше электромагнитного заряда $e=1{,}6\cdot10^{-19}$ Кл, скорость тела не может быть больше скорости света в вакууме и т.д.

Умение решать задачи приобретается в ходе длительных и систематических упражнений. Чтобы подготовиться к выполнению контрольной работы, следует полсе изучения очередного раздела учебника внимательно ознакомится с примерами решения задач по данной контрольной работе, уравнениями и формулами, а также со справочными материалами, приведенными в конце методических указаний.

1. РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

1.1. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ

Введение. Кинематика материальной точки. Предмет физики и ее связь со смежными науками. Механическое движение. Система отчета. Материальная точка. Траектория. Перемещение и путь. Скорость и ускорение. тангенциальное и нормальное ускорения. связь между линейными и угловыми характеристиками движения.

Динамика материальной точки. Первый закон Ньютона. Инерциальные системы отсчета. Взаимодействие тел. Сила, масса. Второй закон Ньютона. импульс (количество движения). Третий закон Ньютона. Изолированная система материальных тел. Закон сохранения импульса. Преобразование Галилея. механический принцип относительности. Границы применимости классической механики.

Виды сил в механике. Силы упругости. Силы трения. Сила тяготения. центральные силы. Понятие о поле сил. Гравитационное поле и его напряженность. Поле силы тяжести вблизи Земли.

Понятие об неинерциальных системах отсчета.

Работа. Работа переменной силы. Мощность. Консервативные и неконсервативные силы. Потенциальная энергия. Связь между силой и потенциальной энергией. Энергия упругодеформированного тела. Потенциал гравитационного поля и его градиент. Кинетическая энергия. Полная механическая энергия системы тел. Закон сохранения энергии в механике. Условия равновесия системы.

Динамика твердого тела. Понятие абсолютно твердого тела. поступательное и вращательное движение тела. Число степеней свободы. Центр инерции (масс) твердого тела. Момент силы. Момент инерции. Основной закон динамики вращательного движения. Момент импульса. Закон сохранения момента импульса. Кинетическая энергия тела, вращающаяся вокруг неподвижной оси.

Механические колебания. Периодические движения. Колебательные процессы. Гармонические колебания. Основные характеристики колебательного движения: амплитуда, фаза, частота, период. Уравнение гармонических колебаний. Сложение одинаково направленных колебаний. Сложение взаимно перпендикулярных колебаний. Динамика гармонических колебаний. Свободные колебания. Квазиупругие силы. Математический и физический маятники. кинетическая, потенциальная и полная энергия гармонических колебаний. Гармонический осциллятор. Затухающие колебания. Вынужденные колебания. Резонанс.

Волновое движение. Образование волн. Продольные и поперечные волны. Волновая поверхность и фронт волны. Принцип Гюйгенса. Уравнение плоской волны. Длина волны. Принцип суперпозиции. Когерентные источники волны. Интерференция волн. Стоячие волны. Понятие о дифракции волн. Энергия волны. Вектор Умова.

1.2. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

Термодинамические системы. Идеальный газ. Молекулярно-кинетический и термодинамический методы изучения макроскопических явлений. Тепловое движение молекул. Броуновское движение. Взаимодействие молекул. Состояние системы. Параметры состояния. Равновесное и неравновесное состояние. Равновесный и неравновесный процессы. Работа, совершаемая газом при изменении объема. Внутренняя энергия. Уравнение состояния идеального газа.

Физические основы молекулярно-кинетической теории. Идеальный газ как молекулярно-кинетическая модель реальных газов. Основное уравнение молекулярно-кинетической теории газов. Средняя кинетическая энергия поступательного движения одноатомной молекулы и ее связь с температурой. Число степеней свободы и средняя энергия многоатомной молекулы. Внутренняя энергия и теплоемкость идеального газа.

Распределение молекул газа по скоростям. Функция распределения. Распределение Максвелла. Вероятностный характер закона распределения. График распределения Максвелла. Наиболее вероятная, среднеарифметическая и среднеквадратичная скорости молекул.

Распределение молекул по значениям кинетической энергии поступательного движения. Экспериментальная проверка распределения Максвелла. идеальный газ в поле силы тяжести. Изменение концентрации частиц с высотой. Распределение Больцмана. Столкновение между молекулами. Эффективный диаметр молекул. Средняя длина свободного пробега.

Явление переноса. Тепловое движение и связанный с ним перенос массы, импульса и энергии. Диффузия, вязкость и теплопроводность в газах. Экспериментальные законы диффузии, вязкости и теплопроводности; молекулярно-кинетический расчет коэффициентов диффузии, вязкости и теплопроводности.

Основы термодинамики. Метод термодинамики. Основные законы термодинамики. Первое начало термодинамики. Изопроцессы. Работа газа при различных процессах. Второе начало термодинамики. Тепловой двигатель. круговые процессы. Цикл Карно, кпд цикла Карно.

Энтропия. Необратимые процессы. Приведенная теплота. Энтропия. Вычисление энтропии. Изменение энтропии при необратимых процессах. статистический смысл второго начала термодинамики. Связь энтропии и вероятности состояния. Флуктуация параметров состояния. Тепловая теорема Нернста.

Реальные газы. Отступление от законов идеальных газов. Размеры молекул. Взаимодействие молекул. Уравнение Ван-дер-Ваальса. Изотермы Ван-дер-Ваальса. Сравнение изотерм Ван-дер-Ваальса с экспериментальными изотермами. Критическое состояние. Критические параметры. Области однофазных и двухфазных состояний. Внутренняя энергия реального газа.

Жидкости. Ближний порядок в жидкостях. Характер теплового движения в жидкостях. Радиус молекулярного действия. Поверхностный слой жидкости.

Поверхностная энергия. Поверхностное натяжение. Явление смачивания. краевой угол. Поверхностное давление. Капиллярные явления.

Твердые тела. Кристаллические и аморфные тела. Понятие характера теплового движения в твердых телах. Тепловое расширение и теплоемкость твердых тел. Закон Дюлонга и Пти. Агрегатные состояния вещества. Понятие фазы. Кристаллизация и плавление. Испарение и конденсация. Теплота фазового перехода. Условие равновесия фаз. Диаграмма состояния. Тройная точка.

Принятые обозначения.

Символы перед величинами означают:

Δ – конечное приращение величины, т.е. разность ее конечного и начального значений, например $\Delta E = E_2 - E_1$, $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$;

d – дифференциал (бесконечно малое приращение), например dE, dφ;

орты – единичные векторы: i, j, k – орты декортовых координат x, y, z.

Производная по времени от произвольной функции f обозначена $\frac{df}{dt}$.

Интегралы любой кратности обозначены одним единственным знаком $\int$ и различаются лишь обозначением элемента интегрирования: dV – элемент объема, dS – элемент поверхности, $d\ell$ – элемент контура. Знак $\oint$ обозначает интегрирование по замкнутому контуру или по замкнутой поверхности.

2. МЕХАНИКА

Физические основы механики. Основные законы и формулы

Кинематика

Положение материальной точки в пространстве задаётся радиус-вектором $\vec{r}$:

$$\vec{r} = \vec{i}x + \vec{j}y + \vec{k}z,$$

где $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ – единичные векторы направлений (орты); x, y, z – координаты точки.

Кинематические уравнения движения (в координатной форме) таковы:

$$x = f_1(t);\ y = f_2(t);\ z = f_3(t),$$

где t – время.

Средняя скорость –

$$<\vec{v}> = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t},$$

где $\Delta\vec{r}$ – перемещение материальной точки за интервал времени Δt.

Средняя путевая скорость –

$$<\vec{v}>=\frac{\Delta\vec{s}}{\Delta t},$$

где Δs - путь, пройденный точкой за интервал времени Δt.

Мгновенная скорость –

$$\vec{v}=\frac{d\vec{r}}{dt}=\vec{i}v_x+\vec{j}v_y+\vec{k}v_z,$$

где $v_x=\frac{dx}{dt}$; $v_y=\frac{dy}{dt}$; $v_z=\frac{dz}{dt}$ – проекции скорости $\vec{v}$ на оси координат.

Абсолютное значение скорости –

$$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2+v_z^2}.$$

Ускорение –

$$\vec{a}=\frac{d\vec{v}}{dt}=\vec{i}a_x+\vec{j}a_y+\vec{k}a_z,$$

где $a_x=\frac{dv_x}{dt}$; $a_y=\frac{dv_y}{dt}$; $a_z=\frac{dv_z}{dt}$ – проекции ускорения $\vec{a}$ на оси координат.

Абсолютное значение ускорения –

$$a=\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}.$$

При криволинейном движении ускорение можно представить как сумму нормальной $\vec{a}_n$ и тангенциальной $\vec{a}_\tau$ составляющих

$$\vec{a}=\vec{a}_n+\vec{a}_\tau$$

Абсолютное значение этих ускорений –

$$a_n=\frac{v^2}{R};\ a_\tau=\frac{dv}{dt};\ a=\sqrt{a_n^2+a_\tau^2},$$

где R – радиус кривизны в данной точке траектории.

Кинематическое уравнение равнопеременного движения материальной точки вдоль оси x:

$$x=x_0+vt,$$

где x_0 - начальная координата; t – время.

При равномерном движении

$$\vec{v}=\mathrm{const};\quad \vec{a}=0.$$

Кинематическое уравнение равнопеременного движения (a=const) вдоль оси x :

$$x=x_0+v_0t+\frac{at^2}{2}$$

где v_0 – начальная скорость; t – время.

Скорость точки при равномерном движении −

$$v = v_0 \pm at.$$

Кинематическое уравнение вращательного движения −

$$\varphi = f(t).$$

Средняя угловая скорость –

$$\langle \omega \rangle = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t},$$

где $\Delta\varphi$ - изменение угла поворота за интервал времени Δt.

Мгновенная угловая скорость –

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}.$$

Угловое ускорение –

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}.$$

Кинематическое уравнение равномерного вращения –

$$\varphi = \varphi_0 + \omega t,$$

где φ_0 - угловое перемещение; t – время. При равномерном вращении

$$\omega = \text{const} \text{ и } \varepsilon=0.$$

Частота вращения –

$$n = \frac{N}{t}, \text{ или } n = \frac{1}{T},$$

где N – число оборотов, совершаемых телом за время t; T – период вращения (время одного полного оборота).

Кинематическое уравнение равнопеременного вращения (ε=const) :

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2},$$

где ω_0 - начальная скорость; t – время.

Угловая скорость тела при равнопеременном вращении :

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon t.$$

Связь между линейными и угловыми величинами, характеризующими вращение материальной точки, выражается следующими формулами:

$s = \varphi R$ (где φ – угол поворота тела) – длина пути, пройденного точкой по дуге окружности радиусом R;

$v = \omega R$, $\vec{v} = \vec{\omega}\vec{R}$ – линейная скорость точки;

$a_\tau = \varepsilon R$, $\vec{a}_\tau = \vec{\varepsilon}\vec{R}$ – тангенциальное ускорение точки;

$a_n = \omega^2 R$ – нормальное ускорение точки.

Динамика материальной точки и тела, движущегося поступательно

Уравнение движения материальной точки (второй закон Ньютона) в векторной форме :

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i \text{ , или } m\vec{a} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i \text{ ,}$$

где $\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i$ - геометрическая сумма сил, действующих на материальную точку; m – масса; $\vec{a}$ – ускорение; $\vec{p} = m\vec{v}$ – импульс; n – число сил, действующих на точку;

в координатной (скалярной) форме :

$$ma_x = \sum_{i=1}^{n} F_{xi} \text{ ; } ma_y = \sum_{i=1}^{n} F_{yi} \text{ ; } ma_z = \sum_{i=1}^{n} F_{zi} \text{ ,}$$

или

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = \sum_{i=1}^{n} F_{xi} \text{ ; } m\frac{d^2y}{dt^2} = \sum_{i=1}^{n} F_{yi} \text{ ; } m\frac{d^2z}{dt^2} = \sum_{i=1}^{n} F_{zi} \text{ ,}$$

где под знаком суммы стоят проекции сил $\vec{F}_i$ на соответствующие оси координат.

Сила упругости –

$$F_{упр} = -kx \text{ ,}$$

где k – коэффициент упругости (в случае пружины жесткости); x – абсолютная деформация.

Сила гравитационного взаимодействия –

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2} \text{ ,}$$

где G – гравитационная постоянная; m_1 и m_2 - массы взаимодействующих тел, рассматриваемых как материальные точки; r – расстояние между ними.

Сила трения скольжения –

$$F_{тр} = f\,N \text{ ,}$$

где f – коэффициент трения скольжения; N – сила нормального давления.

Значения координат центра масс системы материальных точек –

$$x_c = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i} \text{ ; } y_c = \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i} \text{ ; } z_c = \frac{\sum m_i z_i}{\sum m_i} \text{ ,}$$

где m_i – масса i - й точки; x_i, y_i, z_i – координаты точки.

Закон сохранения импульса –

$$\sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i = \text{const, или } \sum_{i=1}^{n} m_i \vec{v}_i = \text{const ,}$$

где n – число материальных точек или тел, входящих в систему.

Работа, совершаемая постоянной силой, –

$$\Delta A = \vec{F}\Delta\vec{r}, \text{ или } \Delta A = F\Delta r\cos\alpha,$$

где α – угол между направлениями векторов силы $\vec{F}$ и перемещения $\Delta\vec{r}$.

Работа, совершаемая переменной силой, –

$$A = \int_L F(r)\cos\alpha dr,$$

причем интегрирование ведётся вдоль траектории, обозначаемой L.

Средняя мощность за интервал времени Δt –

$$\langle N\rangle = \frac{\Delta A}{\Delta t}.$$

Мгновенная мощность –

$$N = \frac{dA}{dt}, \text{ или } N = Fv\cos\alpha,$$

где dA – работа, совершаемая за промежуток времени dt.

Кинетическая энергия материальной точки (или тела, движущегося поступательно) –

$$T = \frac{mv^2}{2}, \text{ или } T = \frac{p^2}{2m}.$$

Соотношение потенциальной энергии тела и силы, действующей на него в данной точке поля, –

$$\vec{F} = -\text{grad}\Pi, \text{ или } \vec{F} = -\left(\vec{i}\frac{d\Pi}{dx} + \vec{j}\frac{d\Pi}{dy} + \vec{k}\frac{d\Pi}{dz}\right),$$

где $\vec{j}, \vec{i}, \vec{k}$ – единичные векторы (орты). В частном случае, когда поле сил обладает сферической симметрией (например, гравитационное), –

$$F = -\frac{d\Pi}{dr}.$$

Потенциальная энергия упругодеформированного тела (сжатой или растянутой пружины) –

$$\Pi = \frac{1}{2}kx^2.$$

Потенциальная энергия гравитационного взаимодействия двух материальных точек (или тел) массами m_1 и m_2, находящихся на некотором расстоянии друг от друга,-

$$\Pi = -G\frac{m_1 \cdot m_2}{r}.$$

Потенциальная энергия тела, находящегося в однородном поле силы тяжести, –

$$\Pi = mgh,$$

где h – высота нахождения тела над уровнем, принятым за нулевой для отсчёта потенциальной энергии. Эта формула справедлива при условии, что $h \ll R$, где R – радиус Земли.

Закон сохранения энергии в механике выполняется в замкнутой системе, в которой действуют только консервативные силы, и записывается в виде

$$T + П = const$$

Применив законы сохранения энергии и импульса в случае прямого центрального удара шаров, получаем формулу скорости абсолютно неупругих шаров

$$u = \frac{(m_1 v_1 + m_2 v_2)}{(m_1 + m_2)}$$

и формулы скорости абсолютно упругих шаров после удара:

$$u_1 = \frac{v_1 (m_1 - m_2) + 2m_2 v_2}{m_1 + m_2},$$

$$u_2 = \frac{v_2 (m_2 - m_1) + 2m_1 v_1}{m_1 + m_2},$$

где v_1 и v_2 – скорости шаров до удара; m_1 и m_2 – их массы.

Механика твёрдого тела

Основное уравнение динамики вращательного движения твёрдого тела относительно неподвижной оси –

$$\vec{M}_0 dt = d(J_0 \vec{\omega}),$$

где $\vec{M}_0$ – момент силы, действующей на тело в течение времени dt; J – момент инерции тела; $\vec{\omega}$ – угловая скорость; $J_0 \vec{\omega}$ – момент импульса.

Если момент силы и момент инерции постоянны, то это уравнение записывается в виде

$$\vec{M}_0 \Delta t = J_0 \Delta \vec{\omega}.$$

В случае постоянного момента инерции

$$\vec{M}_0 = J_0 \vec{\varepsilon},$$

где $\vec{\varepsilon}$ - угловое ускорение.

Момент импульса вращающегося тела относительно оси −

$$\vec{L}_0 = J_0 \vec{\omega}.$$

Момент силы $\vec{F}$, действующей на тело, относительно оси вращения –

$$\vec{M}_0 = \vec{r} \times \vec{F}; \; M_0 = F_{\perp} \ell,$$

где $\vec{r}$ − радиус-вектор точки приложения силы; $F_{\perp}$ – проекция силы $\vec{F}$ на плоскость, перпендикулярную оси вращения; ℓ – плечо силы (кратчайшее расстояние от оси вращения до линии действия силы).

Момент инерции материальной точки –

$$J_0 = mr^2,$$

где m – масса точки; r – расстояние от оси вращения до точки.

Момент инерции твердого тела –

$$J_0 = \sum_{i=1}^{n} \Delta m_i r_i^2,$$

где r_i – расстояние от элемента массы Δm_i до оси вращения. В интегральной форме –

$$J = \int r^2 dm.$$

Если тело однородно, т.е. его плотность ρ одинакова по всему объему, то

$$dm = \rho dv \text{ и } I = \rho \int r^2 dV,$$

где V – объема тела.

Моменты инерций некоторых тел правильной геометрической формы приведены в табл. 1.

Теорема Штейнера. Момент инерции тела относительно произвольной оси равен

$$J = J_0 + ma^2,$$

где J_0 – момент инерции этого тела относительно оси, проходящей через центр тяжести тела параллельно заданной оси; m – масса тела; a – расстояние между осями.

Закон сохранения момента импульса –

$$\sum_{i=1}^{z} \vec{L}_i = \text{const},$$

где L_i - момент импульса тела под номером i, входящего в состав системы.

Таблица 1

Тело	Ось, относительно которой определяется момент инерции	Формула момента инерции
Однородный тонкий стержень массой m и длиной ℓ	Проходит через центр тяжести стержня перпендикулярно ему Проходит через конец стержня перпендикулярно ему	$\frac{1}{12}m\ell^2$ $\frac{1}{3}m\ell^2$
Тонкое кольцо, обруч, труба радиусом R и массой m, распределённой по ободу	Проходит через центр кольца, обруча, трубы, маховика перпендикулярно плоскости основания	mR^2

Круглый однородный диск (цилиндр) радиусом R и массой m	Проходит через центр диска перпендикулярно его плоскости	$\frac{1}{2}mR^2$
Однородный шар массой m и радиусом R	Проходит через центр шара	$\frac{2}{5}mR^2$

Закон сохранения момента импульса для двух взаимодействующих тел –

$$J_1\omega_1 + J_2\omega_2 = J_1'\omega_1' + J_2'\omega_2',$$

где J_1, J_2, ω_1 и ω_2 - моменты инерции и угловые скорости тел до взаимодействия; J_1', J_2', ω_1' и ω_2' - те же величины после него.

Закон сохранения момента импульса для одного тела, момент инерции которого меняется, –

$$J_1\omega_1 = J_2\omega_2,$$

где J_1 и J_2 – начальный и конечный моменты инерции; ω_1 и ω_2 – начальная и конечная угловые скорости тела.

Работа постоянного момента силы M, действующего на вращающееся тело, –

$$A = M\varphi,$$

где φ – угол поворота тела.

Мгновенная мощность, развиваемая при вращении тела –

$$N = M\omega.$$

Кинетическая энергия вращающегося тела –

$$T = \frac{J\omega^2}{2}.$$

Кинетическая энергия тела, катящегося по плоскости без скольжения, –

$$T = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2},$$

где $\frac{mv^2}{2}$ – кинетическая энергия поступательного движения тела; $\frac{J\omega^2}{2}$ – кинетическая энергия вращательного движения вокруг оси, проходящей через центр инерции.

Работа, совершаемая при вращении тела, и изменение его кинетической энергии связаны соотношением

$$A = \frac{J\omega_2^2}{2} - \frac{J\omega_1^2}{2}.$$

Величины, характеризующие динамику вращательного движения, и формулы, описывающие это движение, аналогичны соответствующим величинам и формулам поступательного движения (табл. 2).

Относительное продольное растяжение (сжатие) :

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l},$$

где Δl – изменение длины тела при растяжении (сжатии); l – длина тела до деформации.

Относительное поперечное растяжение (сжатие) :

$$\varepsilon' = \frac{\Delta d}{d},$$

где Δd – изменение диаметра стержня при растяжении (сжатии); d – диаметр стержня.

Связь между относительным поперечным (растяжением) сжатием ε' и относительным продольным растяжением (сжатием) ε –

$$\varepsilon' = \mu\varepsilon,$$

где μ – коэффициент Пуассона.

Закон Гука для продольного растяжения (сжатия) :

$$\sigma = E\varepsilon,$$

где E – модуль Юнга.

Напряжение упругой деформации –

$$\sigma = \frac{F}{s},$$

где F – растягивающая (сжимающая) сила; s – площадь поперечного сечения.

Потенциальная энергия упругорастянутого (сжатого) стержня –

$$\Pi = \int_0^{\Delta l} F dx = \frac{1}{2}\frac{Es}{l}\Delta l^2 = \frac{E\varepsilon^2}{2}V,$$

где V – объём тела.

Таблица 2

Поступательное движение	Вращательное движение	Поступательное движение	Вращательное движение
Основной закон динамики		Работа и мощность	
$F\Delta t = mv_2 - mv_1$ $\vec{F} = m\vec{a}$	$M\Delta t = J\omega_2 - J\omega_1$ $\vec{M} = J\vec{\varepsilon}$	$A = Fs$ $N = Fv$	$A = M\varphi$ $N = M\omega$
Закон сохранения		Кинетическая энергия	
импульса	момента импульса	$T = \frac{1}{2}mv^2$	$T = \frac{1}{2}J\omega^2$
$\sum_{i=1}^{n} m_i v_i = \text{const}$	$\sum_{i=1}^{n} J_i\omega_i = \text{const}$		

Механические колебания

Уравнение гармонических колебаний –

$$x = A\cos(\omega t + \varphi),$$

где x – смещение колеблющейся точки от положения равновесия; A, ω, φ – соответственно амплитуда, круговая (циклическая) частота, начальная фаза колебаний; t – время; $(\omega t + \varphi)$ – фаза колебаний в момент t.

Круговая частота колебаний –

$$\omega = 2\pi\nu, \text{ или } \omega = \frac{2\pi}{T},$$

где ν и T – частота и период колебаний.

Скорость точки, совершающей гармонические колебания, –

$$v = \dot{x} = -A\omega\sin(\omega t + \varphi).$$

Ускорение при гармоническом колебании –

$$a = \ddot{x} = -A\omega^2\cos(\omega t + \varphi).$$

Амплитуда A результирующего колебания, полученного при сложении двух, происходящих вдоль одной прямой, колебаний с одинаковыми частотами, определяется по формуле

$$A^2 = A_1{}^2 + A_2{}^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1),$$

где A_1 и A_2 – амплитуды составляющих колебаний; φ_1 и φ_2– их начальные фазы.

Начальная фаза φ результирующего колебания может быть найдена из формулы

$$\mathrm{tg}\varphi = \frac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2}.$$

Частота биений колебаний, возникающих при сложении двух колебаний, происходящих вдоль одной прямой с различными, но близкими по значению частотами ν_1 и ν_2, –

$$\nu_б = \nu_1 - \nu_2 = \Delta\nu.$$

Уравнение траектории точки, участвующей в двух взаимно перпендикулярных колебаниях с амплитудами A_1 и A_2 и начальными фазами φ_1 и φ_2, –

$$\frac{x^2}{A_1{}^2} + \frac{y^2}{A_2{}^2} - \frac{2xy}{A_1A_2}\cos(\varphi_2 - \varphi_1) = \sin^2(\varphi_2 - \varphi_1).$$

Если начальные фазы φ_1 и φ_2 составляющих колебаний одинаковы, уравнение траектории принимает вид

$$\frac{x^2}{A_1{}^2} + \frac{y^2}{A_2{}^2} = 1,$$

т.е. точка движется по эллипсу.

Дифференциальное уравнение гармонических колебаний материальной точки :

$$m\ddot{x} = -kx\text{ , или }\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0\text{ ,}$$

где m – масса точки; k – коэффициент квазиупругой силы $(k = m\omega_0^2)$.

Полная энергия материальной точки, совершающей гармонические колебания, –

$$E = \frac{1}{2} m A^2 \omega_0^2 = \frac{1}{2} k A^2 .$$

Период колебаний тела, подвешенного на пружине (пружинный маятник), –

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}\text{ ,}$$

где m – масса тела; k – жёсткость пружины.

Формула справедлива для упругих колебаний в пределах, в которых выполняется закон Гука (при малой массе пружины в сравнении с массой тела).

Период колебаний математического маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}\text{ ,}$$

где ℓ – длина маятника; g – ускорение свободного падения.

Период колебаний математического маятника –

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}\text{ ,}$$

где ℓ – длина маятника; g – ускорение свободного падения.

Период колебаний физического маятника –

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mga}}\text{ ,}$$

где $L = \frac{J}{(ma)}$ – приведённая длина физического маятника; J – момент инерции колеблющегося тела относительно оси колебаний; a – расстояние от центра масс маятника до оси колебаний.

Эти формулы являются точными для случая бесконечно малых амплитуд. При конечных значениях они дают лишь приближенные результаты. При амплитудах не более ~ 3^0 погрешность в значении периода не превышает 1%.

Период крутильных колебаний тела, подвешенного на упругой нити, –

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{k}}\text{ ,}$$

где J – момент инерции тела относительно оси, совпадающей с упругой нитью; k – жесткость упругой нити, равная отношению упругого момента, возникающего при закручивании нити, к углу, на который нить закручивается.

Дифференциальное уравнение затухающих колебаний :

$$m\ddot{x} = -kx - r\dot{x}, \text{ или } \ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0,$$

где r – коэффициент сопротивления; δ – коэффициент затухания, $\delta = \dfrac{r}{2m}$; ω_0 - собственная круговая частота колебаний, $\omega_0^2 = \dfrac{k}{m}$.

Решение дифференциального уравнения затухающих колебаний –

$$x = A(t)\cos(\omega t + \omega_0),$$

где A(t) – амплитуда затухающих колебаний в момент времени t; ω - круговая частота затухающих колебаний в момент t.

Круговая частота затухающих колебаний –

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$$

Зависимость амплитуды затухающих колебаний от времени –

$$A(t) = A_0 e^{-\delta t},$$

где A_0 - амплитуда колебаний в момент t=0.

Логарифмический декремент затуханий :

$$\theta = \ln\frac{A(t)}{A(t+T)} = \delta T,$$

где A(t) и A(t+T) – амплитуды двух последовательных колебаний, отстоящих по времени друг от друга на период.

Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний :

$$m\ddot{x} = -kx - r\dot{x} + F_0\cos\omega t, \text{ или } \ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = f_0\cos\omega t,$$

где $F_0\cos\omega t$ – внешняя периодическая сила, действующая на колеблющуюся материальную точку и вызывающая вынужденные колебания; F_0 – её амплитудное значение, $f_0 = \dfrac{F_0}{m}$.

Амплитуда вынужденных колебаний :

$$A = \frac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2\omega^2}}.$$

Резонансная частота и резонансная амплитуда :

$$\omega_{рез} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2} \text{ и } A_{рез} = \frac{f_0}{2\delta\sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2}}.$$

2.1. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1. Уравнение движения материальной точки вдоль оси имеет вид $x = A + Bt + Ct^3$, где A =2 м, B = 7м/с; C = 0,5м/с^3. Найти координату "x", скорость "v" и ускорение "a" точки в момент времени t, равный 2 с.

Решение. Координату x найдем, подставив в уравнение движения числовые значения коэффициентов A,B,C и времени t:

$$x=(2+7\cdot2-0{,}5\cdot2^3)=12 \text{ м}.$$

Мгновенная скорость есть первая производная от координат по времени:

$$v = \frac{dx}{dt} = B + 3Ct^2.$$

Ускорение точки найдем, взяв первую производную от скорости по времени:

$$a = \frac{dv}{dt} = 6Ct^2.$$

В момент времени t=2c

$$v =(7-3\cdot0{,}5\cdot2^2) = 1\text{м/с};\ \ a = 6 \cdot 0{,}5 \cdot 2 = 6 \text{ м/с}^2.$$

Пример 2. Тело брошено со скоростью v_0 = 10 м/с под углом $\alpha = 40^0$ к горизонту. Пренебрегая сопротивлением воздуха, найти:
1) высоту h подъема тела; 2) дальность S полета тела (по горизонтали);
3)время движения тела.

Решение. Перемещение тела можно разложить на два: горизонтальное вдоль оси x и вертикальное вдоль оси y (рис. 1). Применяя закон независимости движений, имеем

$$h = v_{oy}t - \frac{gt^2}{2}; \tag{1}$$

$$S = v_{ox} \cdot 2t, \tag{2}$$

где t – время подъема; 2t – время полета.

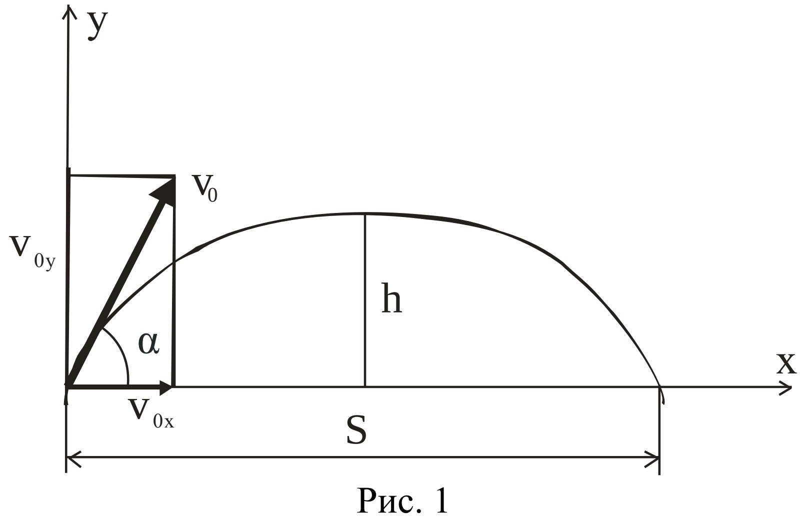


Рис. 1

Из рисунка видно, что $v_{0y} = v_0 \sin\alpha$; $v_{0x} = v_0 \cos\alpha$. В верхней точке подъема $v_y = 0$, и из уравнения $v_y = v_{0y} - gt$ получаем, что $v_0 \sin\alpha = gt$. Отсюда время подъема равно

$$t = \frac{v_0 \sin\alpha}{g} = \frac{10 \cdot 0{,}64}{9{,}8} = 0{,}65 \text{ с.}$$

Подставив значение t в (1), получим высоту, на которую поднимется тело:

$$h = \frac{(v_0 \sin\alpha)^2}{2g} = \frac{(10 \cdot 0.64)^2}{2 \cdot 9{,}8} = 2{,}1 \text{ м.}$$

Подставив значение t в (2), найдем дальность полета:

$$S = v_0 \cos\alpha\, 2t = 10 \cdot 0{,}77 \cdot 1{,}3 = 10 \text{м.}$$

Время полета $2t = 2 \cdot 0{,}64 = 1{,}3$ с.

Пример 3. Диск радиусом R =5 см вращается вокруг неподвижной оси так, что зависимость угловой скорости от времени задается уравнением $\omega = 2At + 5Bt^4$, где A = 2 рад/с^2, B = 1 рад/с^5. Найти для точек на ободе диска к концу первой секунды после начала движения: 1) полное ускорение; 2) число оборотов диска.

Решение. Полное ускорение может быть найдено как геометрическая сумма тангенциального ускорения a_τ, направленного по касательной к траектории, и нормального ускорения a_n, направленного к центру кривизны траектории (рис.2).

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n .$$

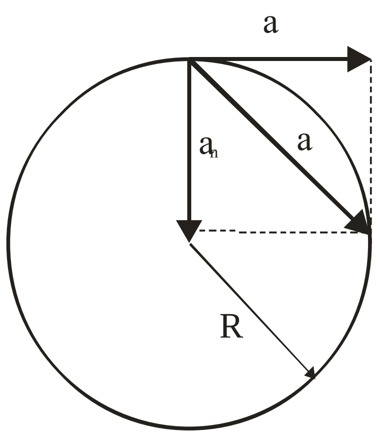


Рис. 2

Так как векторы $\vec{a}_\tau$ и $\vec{a}_n$ взаимно перпендикулярны, то модуль ускорения – $a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$. Тангенциальное и нормальное ускорения точки вращающегося тела выражаются формулами

$$a_\tau = \varepsilon r; \quad a_n = \omega^2 r,$$

где ε – угловое ускорение тела; ω – угловая скорость тела.

По условию задачи

$$\omega = 2\,At + 5\,Bt^4.$$

Следовательно,

$$a_\tau = \varepsilon R = R\frac{d\varpi}{dt} = R(2A + 20Bt^3) = 0{,}05(2 \times 2 + 20 \times 1 \times 1) = 1{,}2 \text{ м/с}^2;$$

$$a_n = \varpi^2 R = R(2At + 5Bt^4)^2 = 0{,}05(2 \times 2 \times 1 + 5 \times 1 \times 1^4)^2 = 4{,}05 \text{ м/с}^2.$$

Полное ускорение

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = \sqrt{(1{,}2)^2 + (4{,}05)^2} = 4{,}22 \text{ м/с}^2.$$

Угол поворота диска равен $\varphi = 2\pi N$ (где N –число оборотов), но угловая скорость составляет

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}.$$

Следовательно,

$$\varphi = \int_0^t \omega dt = \int_0^t (2At + 5Bt^4)\, dt = At^2 + Bt^5.$$

Тогда число оборотов диска –

$$N = \frac{\varphi}{2\pi} = \frac{At^2 + Bt^5}{2\pi} = \frac{2\cdot 1^2 + 1\cdot 1^5}{2\cdot 3{,}14} = 0{,}48.$$

Пример 4. Маховик вращается с постоянной частотой n_0=10 $с^{-1}$. При торможении он начал вращаться равнозамедленно. Когда торможение прекратилось, вращение маховика снова стало равномерным, но уже с частотой n = 6$с^{-1}$. Найти угловое ускорение ε маховика и продолжительность t торможения, если за время равнозамедленного движения маховик сделал N=50 оборотов.

Решение. Угловое ускорение маховика связано с начальной ω_0 и конечной ω угловыми скоростями соотношением $\omega^2 - \omega_0^2 = 2\varepsilon\varphi$; откуда $\varepsilon = \dfrac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\varphi}$.

Но так как $\varphi = 2\pi N$, $\omega = 2\pi n$, то

$$\varepsilon = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\varphi} = \frac{\pi (n^2 - n_0^2)}{N} = \frac{3{,}14 (6^2 - 10^2)}{50} = -4{,}02 \text{ рад/с}^2.$$

Знак «минус» указывает на то, что маховик вращается замедленно.

Для определения продолжительности торможения используем формулу, связывающую угол поворота со средней угловой скоростью вращения и временем: $\varphi = \omega_{ср} t$.

По условию задачи угловая скорость линейно зависит от времени, и поэтому $\omega_{ср}$ можно выразить так:

$$\omega_{ср} = \frac{\omega_0 + \omega}{2},$$

тогда $\varphi = \dfrac{(\omega_0 + \omega) t}{2} = \pi (n_0 + n) t$.

Откуда

$$t = \frac{\varphi}{\pi (n_0 + n)} = \frac{2N}{n_0 + n} = \frac{2\cdot 50}{10 + 6} = 6{,}25 \text{с}.$$

Пример 5. К нити подвешен груз массой m=1 кг. Найти силу натяжения нити F_H, если нить с грузом: 1) поднимать с ускорением a=5 м/с^2; 2) опускать с тем же ускорением.

Решение. На поднимаемый груз, действуют сила тяжести mg (вниз) и сила натяжения нити F_H (вверх), рис.3. Применив второй закон Ньютона, получим, что $ma=F_H-mg$. Отсюда $F_H = m(a+g) = 1(5+9{,}8) = 14{,}8$ Н.

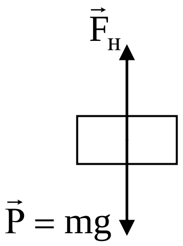


Рис. 3

На опускаемый груз также действуют сила тяжести mg (вниз) и сила натяжения нити F_H (вверх). Применив второй закон Ньютона, получим, что $ma = mg - F_H$. Отсюда $F_H = m(g-a) = 4{,}8$ Н.

Пример 6. По плоскости с углом наклона 30^0 к горизонту скользит тело. Определить скорость тела в конце второй секунды от начала скольжения, если коэффициент трения k = 0,15.

Решение

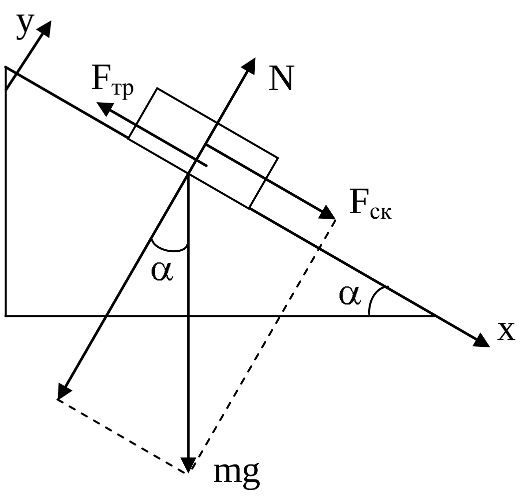


Рис. 4

Уравнение движения тела в векторной форме (второй закон Ньютона):

$$\vec{N} + m\vec{g} + \vec{F}_{тр} = m\vec{a}.$$

В проекциях на оси x и y это уравнение примет вид

$$mg\sin\alpha - F_{тр} = ma; \quad (1)$$

$$N - ms\cos\alpha = 0. \quad (2)$$

Из уравнения (2) $N = mg\cos\alpha$, см. рисунок. Сила трения

$$F_{тр} = kN = kmg\cos\alpha.$$

Тогда, подставив $F_{тр}$ в уравнение (1), получим выражение

$$mg\sin\alpha - kmg\cos\alpha = ma,$$

отсюда $a=g(\sin\alpha - k\cos\alpha)$.

Скорость тела $v = v_0 + at$, но $v_0=0$; поэтому

$$v = at = g(\sin\alpha - k\cos\alpha)t = 9{,}8\left(\frac{1}{2} - 0{,}15\frac{\sqrt{3}}{2}\right)2 = 19{,}6(0{,}5 - 0{,}13) = 7{,}25 \text{ м/с}.$$

Пример 7. После абсолютно упругого соударения тела массой m_1, движущегося поступательно, с покоящимся телом массой m_2 оба тела разлетаются симметрично относительно направления вектора скорости первого тела до удара. Определить, при каких значениях $\frac{m_1}{m_2} = n$ это возможно. Угол между векторами скоростей тел после удара равен 60^0, рис. 5.

Решение. Удар абсолютно упругий, и импульс системы постоянен:

$$m_1 \vec{v_1} = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2$$

В проекциях на оси X и Y

$$m_1 v_1 = m_1 u_1 \cos\alpha + m_2 u_2 \cos\alpha; \qquad (1)$$

$$0 = m_1 u_1 \sin\alpha - m_2 u_2 \sin\alpha. \qquad (2)$$

Из уравнения (2) следует, что

$$m_1 u_1 = m_2 u_2. \qquad (3)$$

Уравнение (1) примет вид $m_1 v_1 = 2 m_2 u_2 \cos\alpha$.

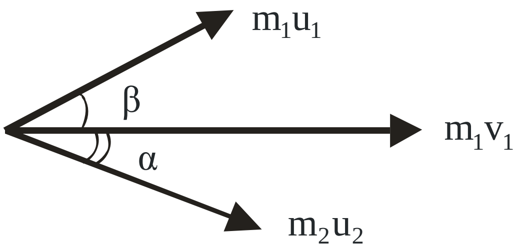


Рис. 5

Закон сохранения кинетической энергии, поскольку удар – абсолютно упругий, имеет вид

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{m u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2}. \qquad (4)$$

Подставляя в (4) уравнение (3) при замене $m_2 = \frac{m_1}{n}$, получаем:

$$m_1 v_1^2 = m_1 u_1^2 (n+1);$$

$$m_1 v_1 = 2 m_1 u_1 \cos\alpha.$$

Уравнения образуют систему, совместное решение которой дает следующий результат:

$$4\cos^2\alpha = (n+1); \quad 4\cos^2 30^0 = (n+1); \quad 4\cdot(0{,}866)^2 = n+1; \quad n = 3-1 = 2.$$

Пример 8. Шар массой m_1, движущийся горизонтально с некоторой скоростью v_1, столкнулся с неподвижным шаром массой m_2. Шары – абсолютно упругие, удар прямой. Какую долю своей кинетической энергии первый шар передал второму?

Решение. Доля энергии, переданной первым шаром второму, выразится соотношением

$$n = \frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2 u_2{}^2}{m_1 v_1{}^2} = \frac{m_2}{m_1}\left(\frac{u_2}{v_1}\right)^2, \qquad (1)$$

где K_1 – кинетическая энергия первого шара до удара; u_2 и K_2 – скорость и кинетическая энергия второго шара после удара.

При ударе абсолютно упругих тел одновременно выполняются два закона сохранения: импульса и механической энергии. По закону сохранения импульса, с учетом того, что второй шар до удара покоился, имеем

$$m_1 v_1 = m_1 u_1 + m_2 u_2.$$

По закону сохранения механической энергии –

$$\frac{m_1 v_1{}^2}{2} = \frac{m u_1{}^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2}.$$

Решая совместно два последних уравнения, найдём, что

$$u_2 = \frac{2m_1 v_1}{m_1 + m_2}.$$

Подставив выражение $u_2 = \dfrac{2m_1 v_1}{m_1 + m_2}$ в равенство (1), получим

$$n = \frac{m_2}{m_1}\left[\frac{2m_1 v_1}{v_1 (m_1 + m_2)}\right]^2 = \frac{4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2}.$$

Из этого соотношения видно, что доля переданной энергии зависит только от масс сталкивающихся шаров.

Пример 9. Сплошной шар массой 1 кг и радиусом 0,05 м вращается вокруг оси, проходящей через его центр. В точке, наиболее удалённой от оси вращения, на шар действует сила, касательная к поверхности. Угол поворота шара меняется по закону $\varphi = 2 + 2t - t^2$. Определить величину действующей силы, тормозящий момент, время равнозамедленного движения.

Решение. Согласно основному закону динамики вращательного движения вращающийся момент равен $M = J\varepsilon$, где J – момент инерции шара; ε – угловое ускорение. Момент инерции шара:

$$J = \frac{2}{5} m R^2.$$

Угловое ускорение – $\varepsilon = \dfrac{d^2\varphi}{dt^2} = \dfrac{d\omega}{dt}\,\dfrac{рад}{с^2}$.

Следовательно, $M = J\varepsilon = \frac{2}{5}mR^2(-2) = -20\cdot 10^{-4}$ Н · м.

Момент силы относительно неподвижной точки составляет $\vec{M} = \vec{R}\vec{F}$, где $\vec{R}$ - радиус – вектор, проведённый из этой точки в точку $\vec{F}$ приложения силы. Модуль момента силы, как видно из рисунка, $M = RF$. Отсюда

$$F = \frac{M}{R} = -\frac{4}{5}mR = 4\cdot 10^{-2}\text{Н}.$$

В момент остановки шара ω=0,

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = 2 - 2t, 2 - 2t = 0, t = 1c.$$

Пример 10. Найти линейное ускорение шара, скатывающегося без скольжения с наклонной плоскости. Угол наклона плоскости $\alpha=30^0$, начальная скорость $v_0=0$.

Решение. При скатывании шара с наклонной плоскости высотой h его потенциальная энергия уменьшается, переходя в кинетическую поступательного и вращательного движения:

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}, \qquad (1)$$

где J – момент инерции шара. Так как $J = \frac{2}{5}mR^2$ и $\omega = \frac{v}{R}$, где R – радиус шара, то уравнение (1) можно записать так:

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{2}{5}\frac{mR^2v^2}{2R^2},$$

$$\text{т.е. } mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{1}{5}mv^2.$$

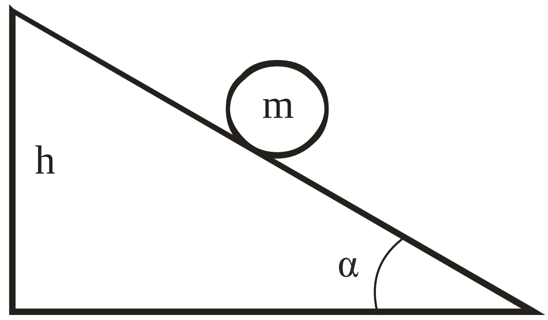


Рис. 6

Из рисунка видно, что h=lsinα; тогда $mgl\cdot\sin\alpha = \frac{7}{10}mv^2$;

$$gl\cdot\sin\alpha = \frac{7}{10}v^2. \qquad (2)$$

Так как движение тела происходит под действием постоянной силы, то оно равноускоренное с v_0=0 (из условия задачи); поэтому

$$l = \frac{at^2}{2};\ v = at. \qquad (3)$$

Подставив (3) в уравнение (2), получим:

$$a = \frac{g\sin\alpha \cdot 10}{7 \cdot 2} = \frac{9{,}8 \cdot 0{,}5 \cdot 10}{7 \cdot 2} = 3{,}5 \text{м/с}^2.$$

Пример 11. Маховик в виде диска массой m=50 кг и радиусом R = 20 см был раскручен до частоты вращения $n_1 = 480\text{мин}^{-1}$. Вследствие трения маховик остановился. Найти момент M сил трения, считая его постоянным для двух случаев: 1) маховик остановился через t=50 с; 2) маховик до полной остановки сделал N=200 об.

Решение. По основному закону динамики вращательного движения изменение момента импульса вращающегося тела равно произведению момента силы, действующего на тело, на время действия этого момента:

$$M\Delta t = J\omega_2 - J\omega_1,$$

где J –момент инерции маховика; ω_1 и ω_2 - начальная и конечная угловые скорости. Так как ω_2=0 и $\Delta t = t$, то Mt=-Jω, откуда

$$M = -\frac{J\omega_1}{t}. \qquad (1)$$

Момент инерции диска относительно его геометрической оси равен

$$J = \frac{1}{2} mR^2.$$

Подставив это выражение в формулу (1), найдём, что

$$M = -\frac{mR^2\omega_1}{2t}. \qquad (2)$$

Выразив угловую скорость ω_1 через частоту вращения $n_1 = 480\text{мин}^{-1} = 8\text{с}^{-1}$, получим $\omega_1 = 2\pi n_1$, произведя вычисления по формуле (2), найдём, что

$$M = -\frac{mR^2 \cdot 2\pi n_1}{2t} = -\frac{50 \cdot (0{,}2)^2 \cdot 3{,}14 \cdot 8^{-1}}{50} = -1(\text{Нм}).$$

В условии задачи дано число оборотов маховика до остановки, т.е. его угловое перемещение:

$$\varphi = 2\pi N = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 200 = 1256 \text{ рад.}$$

Запишем формулу, выражающую связь работы с изменением кинетической энергии:

$$A = \frac{J\omega_2^2}{2} - \frac{J\omega_1^2}{2}, \text{ или } \omega_2{=}0.$$

Она примет вид

$$A = -\frac{J\omega_1^2}{2}. \qquad (3)$$

Работа при вращательном движении определяется по формуле $A = M\varphi$. Подставив выражение работы и момента инерции диска в формулу (3), получим

$$M\varphi = -\frac{mR^2\omega_1^2}{4}.$$

Отсюда

$$M = \frac{mR^2\omega_1^2}{4\varphi} = -1 \text{ (Нм)}.$$

Знак «минус» показывает, что момент силы трения оказывает тормозящее действие.

Пример 12. Человек стоит в центре круга Жуковского, вращающегося по инерции вокруг неподвижной оси с частотой $n_1 = 30\text{мин}^{-1}$. В вытянутых руках он держит по гире (массой $m = 5$ кг каждая). Расстояние от каждой гири до оси вращения $\ell_1 = 60$см. Суммарный момент инерции человека и скамьи относительно оси вращения I_0=2 кг·см^2. Определить частоту n_2 вращения скамьи с человеком. Какую работу совершит человек, если прижмёт гири к себе так, что расстояние от каждой гири до оси станет равным ℓ_2=20см?

Решение. По условию задачи момент внешних сил относительно вертикальной оси вращения равен нулю, поэтому момент импульса системы сохраняется:

$$I_1\omega_1 = I_2\,\omega_2,$$

где $I_1 = I_0 + 2m\ell_1^{\,2}$ и $I_2 = I_0 + 2m\ell_2^{\,2}$ – соответственно момент инерции всей системы до и после сближения; m- масса каждой гири. Угловая скорость $\omega = 2\pi n$. Подставив ω в уравнение, получим искомую частоту вращения:

$$n_2 = \frac{I_0 + 2m\ell_1^2}{I_0 + 2m\ell_2^2}\,n_1;\quad n_2 = \frac{2 + 2\cdot 5\cdot (0{,}6)^2}{2 + 2\cdot 5\cdot (0{,}2)^2}\,0{,}5 = 1{,}16\ \text{с}^{-1}.$$

Работа, совершаемая человеком, равна изменению кинетической энергии системы:

$$A = W_{k2} - W_{k1} = I_2\omega_1^2 - I_1\omega_1^2 = \frac{(I_0 + 2m\ell_2^2)\,(2\pi\cdot n_2)^2}{2} - \frac{(I_0 + 2m\ell_2^2)\,(2\pi\cdot n_1)^2}{2} = 36{,}8\ \text{Дж}.$$

Пример 13. Материальная точка массой m=10 г совершает гармонические колебания частотой ν = 0,2 Гц. Амплитуда колебаний равна 5 см. Определить: а) максимальную силу, действующую на точку; б) полную энергию колеблющейся точки.

Решение. Уравнение гармонического колебания: $x = A\cos(\omega_0 t + \varphi)$.
Тогда скорость и ускорение колеблющейся точки находятся так :

$$v = \frac{dx}{dt} = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi)\,; \qquad a = \frac{dv}{dt} = -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 + \varphi).$$

Согласно второму закону Ньютона сила, действующая на точку, –

$$F = ma = -A\omega_0^2 m \cos(\omega_0 t + \varphi) \text{ при } \cos(\omega_0 t + \varphi) = \pm 1,\ F = F_{max}.$$

Поэтому искомое максимальное значение силы (с учетом того, что $\omega_0 = 2\pi\nu$) будет равно

$$F_{max} = A\omega_0^2 m = A4\pi^2\nu^2 m = 0{,}8\ \text{мН}.$$

Полная энергия колеблющейся точки –

$$W = W_{k\,max} = \frac{1}{2} mV_{max}^2 = \frac{mA^2\omega^2}{2} = 2\pi^2\nu^2 mA^2 = 19{,}7\ \text{мкДж}.$$

Пример 14. Складываются два колебания одинакового направления, выражаемые уравнениями $x_1 = A_1 \cos\omega(t + \tau_1)$ и $x_2 = A_2 \cos\omega(t + \tau_2)$, где A_1=1см, A_2=2см, $\tau_1 = \frac{1}{6}$ с, $\tau_2 = \frac{1}{2}$ с, $\omega = \pi \cdot c^{-1}$. Определить начальные фазы φ_{01}, φ_{02} составляющих колебаний и амплитуду результирующего колебания.

Решение. Уравнение гармонического колебания имеет вид

$$x = A\cos(\omega t + \varphi).$$

$$x_1 = A_1\cos(\omega t + \omega\tau_1),\ x_2 = A_2\cos(\omega t + \omega\tau_2).$$

Тогда:

$$\varphi_1 = \omega\tau_1 = \pi\frac{1}{6} = \frac{\pi}{6}\,\text{рад},\ \varphi_2 = \omega\tau_2 = \pi\frac{1}{2} = \frac{\pi}{2}\,\text{рад}.$$

Для определения амплитуды результирующего колебания представим векторную диаграмму, рис.7.

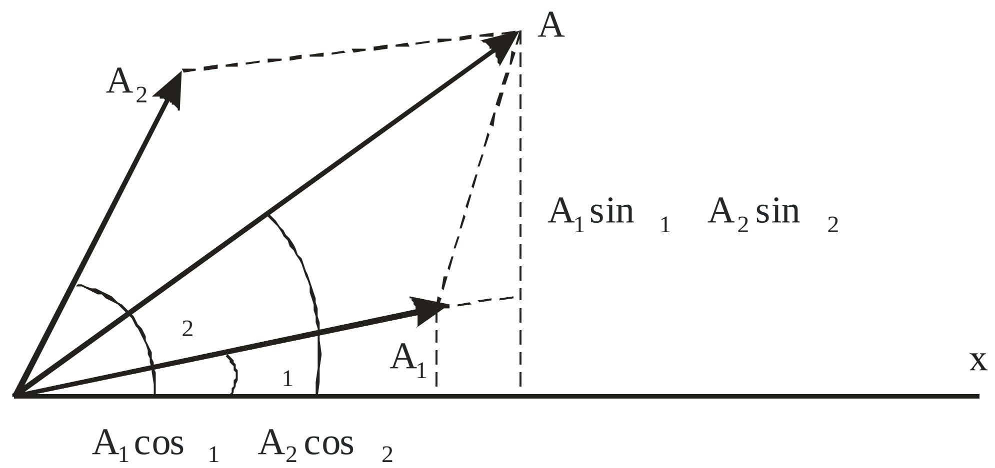


Рис. 7

Согласно теореме косинусов, получим:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\Delta\varphi},$$

где $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ – разность фаз составляющих колебаний.

Подставив найденные значения φ_2 и φ_1, получим, что $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$ (рад), $\Delta\varphi = 60^0$. Подставив значения A_1, A_2, и $\Delta\varphi$, найдем, что

$$A = \sqrt{1^2 + 2^2 + 2\cdot 1\cdot 2\cdot\cos 60^0} = 2{,}65 \text{ см.}$$

Пример 15. Точка участвует одновременно в двух гармонических колебаниях во взаимно перпендикулярных направлениях. Колебания описываются уравнениями $x = \cos \pi t$ и $y = \cos\frac{\pi}{2} t$. Определить траекторию движения точки.

Решение. По условию задачи

$$x = \cos \pi t; \quad y = \cos\frac{\pi}{2} t.$$

Для определения траектории точки из выражений (1) исключаем понятие времени. Искомые уравнения имеют вид $x = 2y^2 - 1$, или $y = \sqrt{\frac{x+1}{2}}$, и представляют собой параболу.

Пример 16. На концах тонкого стержня длиной $\ell = 1$ м и массой $m = 400$ г укреплены шарики малых размеров массами $m_1 = 200$ г и $m_2 = 300$ г. Стержень колеблется вокруг горизонтальной оси, перпендикулярной ему и проходящей через его середину (точка О, рис.8). Определить период Т колебаний, совершаемых стержнем.

Решение. Период колебаний физического маятника, примером которого является стержень с шариками, определяется по формуле

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mga}}\,, \tag{1}$$

где I – момент инерции маятника относительно оси колебаний; m – его масса; a – расстояние от центра масс маятника до оси.

Момент инерции данного маятника равен сумме моментов инерции шариков I_1, I_2 и стержня I_3:

$$I = I_1 + I_2 + I_3. \tag{2}$$

Приняв шарики за материальные точки, выразим моменты их инерций:

$$I_1 = m_1\left(\frac{\ell}{2}\right)^2, I_2 = m_2\left(\frac{\ell}{2}\right)^2.$$

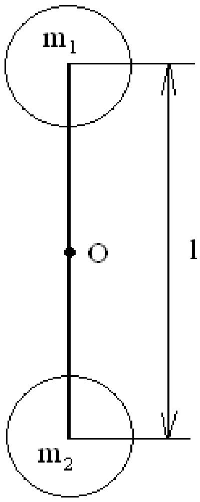


Рис. 8

Момент инерции стержня относительно оси, проходящей через его середину, равен $I_3=\frac{1}{12}m_3\ell^2$. Подставив полученные выражения I_1, I_2, I_3 в формулу (2), найдем момент инерции физического маятника:

$$I = m_1\left(\frac{\ell}{2}\right)^2 + m_2\left(\frac{\ell}{2}\right)^2 + \frac{1}{12}m_3\ell^2 = \frac{1^2}{12}(3m_1 + 3m_2 + m_3) =$$

$$= \frac{\ell^2}{12}(3\cdot 0{,}2 + 3\cdot 0{,}3 + 0{,}4) = 0{,}158\ к\cdot гм^2.$$

Масса маятника состоит из масс шариков и стержня:

$$m = m_1 + m_2 + m_3 = 0{,}2 + 0{,}3 + 0{,}4 = 0{,}9\ кг.$$

Если ось x направить вдоль стержня и начало координат совместить с точкой O, см. рисунок, то искомое расстояние «a» равно координате центра масс маятника, т.е.

$$a = x_c = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i} = \frac{m_1\left(-\frac{1}{2}\right) + m_2\left(\frac{1}{2}\right) + m_3\cdot 0}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{(m_2 - m_1)1}{2(m_1 + m_2 + m_3)}$$

$$= \frac{(m_2 - m_1)1}{2m} = \frac{(0{,}3 - 0{,}2)1}{2\cdot 0{,}9} = 0{,}055\ м.$$

Произведя расчет по формуле (1), найдем период колебаний физического маятника:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mga}} = 2\cdot 3{,}14\sqrt{\frac{0.158}{0{,}9\cdot 9{,}8\cdot 0{,}055}} = 11{,}2\ с.$$

Пример 17. Один конец медной проволоки длиной ℓ = 0,8 м, сечением 8 мм закреплен в подвесном устройстве, а к другому прикреплен груз массой m = 400 г. Вытянутую проволоку с грузом, отклонив до высоты подвеса, отпускают. Считая проволоку невесомой, определить ее удлинение в нижней точке траектории движения груза. Модуль Юнга для меди равен E = 118 ГПа.

Решение. Из закона Гука продольного растяжения

$$\tau = E \cdot \varepsilon,$$

где $\tau = \frac{F}{S}$ – напряжение при упругой деформации; E – модуль Юнга; $\varepsilon = \frac{\Delta\ell}{\ell}$ – относительное продольное растяжение, получим

$$\Delta\ell = \frac{F\ell}{ES}, \qquad (1)$$

где F – сила, растягивающая проволоку в нижней точке траектории груза, численно равная сумме величин силы тяжести груза и центростремительной силы, действующей на него,

$$F = mg + \frac{mv^2}{\ell + \Delta\ell}, \qquad (2)$$

где v – скорость груза.

Согласно закону сохранения механической энергии $\frac{mv^2}{2} = mg(l + \Delta l)$.

Подставив найденное отсюда выражение mv^2 в формулу (2), получим, что F=3mg. Тогда из выражения (1) следует, что искомое удлинение проволоки –

$$\Delta l = \frac{3mgl}{ES} = \frac{3 \cdot 0{,}4 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}8}{118 \cdot 10^9 \cdot 8 \cdot 10^{-6}} = 9{,}98 \cdot 10^{-4} \text{ м.}$$

2.2. КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1

Вариант 1

1. Материальная точка движется вдоль прямой так, что ее ускорение линейно растет и за первые 10 с достигает значения 5 м/с^2. Найти в конце десятой секунды: 1) скорость точки; 2) пройденный путь.

2. Якорь электродвигателя, имеющий частоту вращения n=50 с$^{-1}$, после включения тока, сделав N=628 оборотов, остановился. Найти угловое ускорение ε якоря.

3. Снаряд, вылетевший из орудия со скоростью v_0, разрывается на два одинаковых осколка в верхней точке траектории на расстоянии L (по горизонтали). Один из осколков полетел в обратном направлении со скоростью, равной ско-

рости снаряда до разрыва. Пренебрегая сопротивлением воздуха, найти, на каком расстоянии (по горизонтали) от орудия упадет второй осколок.

4. Тело массой m=5 кг падает с высоты h=20 м. Найти сумму потенциальной и кинетической энергии тела в точке, находящейся на высоте h_1=5 м от поверхности земли. Трением тела о воздух пренебречь. Сравнить эту энергию с первоначальной энергией тела.

5. Найти момент инерции J тонкого стержня длиной ℓ=50 мм и массой m=0,36 кг относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через: 1) конец стержня; 2) точку, отстоящую от стержня на 1/6 его длины.

6. Полый тонкостенный цилиндр катится вдоль горизонтального участка дороги со скоростью v=1,5 м/с. Найти путь, который он пройдет в гору за счет кинетической энергии, если уклон горы равен 5 м на каждые 100 м пути.

7. Тонкий обруч радиусом R=50 мм подвешен на вбитый в стену гвоздь и колеблется в плоскости, параллельной стене. Найти период T колебаний обруча.

8. Разность фаз двух одинаково направленных гармонических колебаний одинакового периода T=4 с и одинаковой амплитуды A=5 мм составляет π/4. Написать уравнение движения, получающегося в результате сложения этих колебаний, если начальная фаза одного из них равна нулю.

Вариант 2

1. Уравнение движения точки имеет вид $x=5+t+2t^2+t^3$ (длина – в метрах; время – в секундах). Найти положение точки в моменты времени t_1=1 с и t_2=4 с; скорости и ускорения в эти моменты времени.

2. Диск вращается с угловым ускорением 2 рад/с^2. Сколько оборотов сделает диск при изменении частоты вращения от 240 до 90 об/мин? Найти время, в течение которого это изменение произойдет.

3. Материальная точка массой 2 кг двигалась под действием некоторой силы согласно уравнению $x=A+Bt+Ct^2+Dt^3$, где A=10 м; B=2 м/с; C=1 м/с^2; D=0,2 м/с^3. Найти мощность, затрачиваемую на движение точки, в моменты времени t_1=2 с и t_2=5 с.

4. Ракета массой 0,2 кг вылетела из ракетницы вертикально вверх со скоростью 50 м/с. Определить кинетическую и потенциальную энергии ракеты через 1 с после выстрела, считая, что масса ракеты за это время не изменилась.

5. Диск массой 2 кг катится без скольжения по горизонтальной плоскости со скоростью 4 м/с. Найти кинетическую энергию диска.

6. Круглая платформа радиусом 1 м, момент инерции которой 130 кг·м^2, вращается по инерции вокруг вертикальной оси, делая 1 оборот в секунду. На краю платформы стоит человек, вес которого 60 кг. Сколько оборотов в секунду будет совершать платформа, если человек перейдет в центр? Момент инерции человека рассчитать как для материальной точки.

7. Точка участвует в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, выражаемых уравнениями $x=2\cos\omega t$ и $y=3\sin 0{,}5\omega t$. Найти уравнение траектории точки и построить ее на чертеже.

8. Определить работу, которую необходимо затратить, чтобы сжать пружину на 15 см, если известно, что сила пропорциональна деформации и под действием силы 20 Н пружина сжимается на 1 см.

Вариант 3

1. Уравнение вращения твердого тела $\varphi=3t^2+t$ (угол – в радианах, время – в секундах). Определить число оборотов тела, угловую скорость, угловое ускорение через 10 с после начала вращения.

2. Тело массой m движется так, что зависимость пройденного пути от времени описывается уравнением $S=A\cos\omega t$, где A и ω – постоянные. Записать закон зависимости силы от времени.

3. Платформа с песком общей массой 2 т стоит на рельсах на горизонтальном участке пути. В песок попадает снаряд массой 8 кг и застревает в нем. Пренебрегая трением, определить, с какой скоростью будет двигаться платформа, если в момент попадания скорость снаряда равна 450 м/с, а направление ее – сверху вниз (под углом 30^0 к горизонту).

4. Камень массой 0,2 кг брошен под углом 60^0 к горизонту со скоростью 15 м/с. Найти кинетическую, потенциальную и полную энергии камня: а) спустя одну секунду после начала движения; б) в высшей точке траектории. сопротивление воздуха пренебречь.

5. На сплошной цилиндрический вал радиусом 0,5 м намотан шнур, к концу которого привязан груз массой 10 кг. Найти момент инерции вала и его массу, если груз при разматывании шнура опускается с ускорением 2 м/с^2.

6. Уравнение колебаний материальной точки массой 16 г имеет вид $x=2\sin(\pi t/8+\pi/4)$. Определить кинетическую и потенциальную энергии точки через 2 с после начала колебаний.

7. Материальная точка участвует в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, выражаемых уравнениями $x=2\cos \pi t/2$ м и $y=\cos \pi t/2$ м. Определить траекторию точки и начертить ее график.

8. Сплошной медный диск массой 1 кг и толщиной 1 см колеблется около горизонтальной оси, проходящей через середину одного из радиусов и перпендикулярно плоскости диска. Определить период колебаний такого физического маятника.

Вариант 4

1. Диск радиусом 0,2 м вращается согласно уравнению $\varphi=A+Bt+Ct^3$, где A=3 рад; B=–1 рад/с; C=0,1 рад/с^3. Определить нормальное, тангенциальное и полное ускорение точек на окружности диска для момента времени t=10 с.

2. Автомобиль массой 3 т трогается с места и движется в гору с уклоном 4 м на каждые 100 м пути. Ускорение движения 0,2 м/с^2. Определить работу,

совершаемую двигателем автомобиля на пути в 1 км, и мощность его в конце этого пути, если коэффициент трения равен 0,05.

3. С башни высотой 30 м горизонтально брошено тело со скоростью 15 м/с. Найти кинетическую и потенциальную энергии тела спустя одну секунду после начала движения. Масса тела 0,2 кг. Сопротивлением воздуха пренебречь.

4. Диск массой 0,6 кг и диаметром 4 см вращается с угловой скоростью 157 рад/с. При торможении он остановился в течение 10 с. Найти среднюю величину тормозящего момента.

5. Человек массой 60 кг находится на неподвижной платформе, масса которой 80 кг. Найти частоту вращения платформы, если человек начнет двигаться вокруг оси вращения (по окружности радиусом 3 м). Скорость человека относительно платформы 1 м/с. Радиус платформы 10 м. Считать платформу однородным диском, а человека – точечной массой.

6. Материальная точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, происходящих согласно уравнениям $x=3\cos\omega t$ и $y=2\sin\omega t$. Определить траекторию точки. Построить траекторию с соблюдением масштаба, указать направление движения точки.

7. Обруч радиусом 50 см висит на гвозде, вбитом в стену, и совершает колебания в плоскости, параллельной стене. Определить период колебаний.

8. Найти объемную плотность потенциальной энергии упруго растянутого стержня, если относительное изменение длины стержня $\varepsilon=0{,}01$, модуль Юнга для меди $E=118$ гПа.

Вариант 5

1. На некотором участке пути движение описывается уравнением $S=0{,}5t+0{,}15t^2$, в котором путь выражен в метрах, время – в секундах. Определить начальную скорость и ускорение на этом участке. Найти скорость и ускорение в конце 7-ф секунды движения.

2. Маховик, вращающийся с постоянной частотой 10 об/с, при торможении начал вращаться равнозамедленно. Когда торможение прекратилось, вращение маховика снова стало равномерным, но уже с частотой 6 об/с. Определить угловое ускорение, если за время торможения маховик сделал 50 оборотов.

3. Тело массой 10 кг брошено с высоты 100 м вертикально вниз со скоростью 14 м/с. Определить среднюю силу сопротивления грунта, если тело углубилось в грунт на 0,2 м. Сопротивление воздуха не учитывать.

4. Кинетическая энергия вращающегося маховика равна 1000 Дж. Под действием постоянного тормозящего момента маховик начал вращаться равнозамедленно и, сделав 30 оборотов, остановился. Определить момент силы торможения.

5. Платформа в виде диска вращается по инерции вокруг вертикальной оси с частотой 15 об/мин. На краю платформы стоит человек. Когда человек пришел в центр платформы, частота возросла до 25 об/мин. Масса человека 70 кг.

Определить массу платформы. Момент инерции человека рассчитать как для материальной точки.

6. Частица массой 0,01 кг совершает гармонические колебания с периодом 2 с. Полная энергия колеблющейся частицы 10^2 Дж. Определить амплитуду колебаний и наибольшее значение силы, действующей на частицу.

7. Сложить два гармонических колебания одного направления, описываемые уравнениями $x_1=4\sin(2\pi t+\pi/4)$ см и $x_2=2\sin(2\pi t-\pi/2)$ см. Записать уравнения результирующего колебания и представить векторную диаграмму сложения амплитуд. Построить графики результирующего колебания и его скорости.

8. Однородный стержень совершает малые колебания в вертикальной плоскости вокруг горизонтальной оси, проходящей через его верхний конец. Длина стержня 0,5 м. Найти период колебаний стержня.

Вариант 6

1. Тело вращается вокруг неподвижной оси по закону $\varphi=A+Bt+Ct^2$, где A=10 рад; B=20 рад/с; C=2 рад/с^2. Найти угловую скорость и угловое ускорение для момента времени t=5 с.

2. Автомобиль начал двигаться равноускоренно по закругленному участку дороги и, пройдя 100 м, развил скорость 36 км/ч. Радиус закругления 300 м. Определить тангенциальное и нормальное ускорения автомобиля в конце десятой секунды после начала движения.

3. На железнодорожной платформе установлено орудие; масса платформы с орудием $15\cdot10^3$ кг. Из орудия стреляют под углом 60^0 к горизонту в направлении пути. С какой скоростью покатится платформа вследствие отдачи, если масса снаряда 20 кг и он вылетает со скоростью 600 м/с?

4. К катящемуся шару массой 1 кг приложили силу 1 Н, под действием которой шар остановился, пройдя путь 1 м. Определить скорость, с которой двигался шар до начала торможения.

5. Платформа в виде диска радиусом 1 м и массой 200 кг вращается вокруг вертикальной оси, делая 1 оборот в минуту. На краю платформы стоит человек массой 50 кг. Сколько оборотов в секунду будет делать платформа, если человек перейдет на полметра ближе к центру? Считать платформу однородным диском, а человека – точечной массой.

6. Амплитуда гармонического колебания 5 см, период 4 с. Найти максимальную скорость колеблющейся точки и ее максимальное ускорение.

7. При подвешивании грузов массами m_1=600 к и m_2=400 г к свободным пружинам последние удлинились одинаково (ℓ=10 см). Пренебрегая массой пружины, определить: 1) периоды колебаний грузов; 2) какой из грузов при одинаковых амплитудах обладает большей энергией и во сколько раз.

8. Складываются два гармонических колебания одного направления, описываемые уравнениями $x=3\cos(2\pi t+\pi)$ см и $x=3\cos(2\pi t+\pi/2)$ см. Записать уравнение результирующего колебания и представить векторную диаграмму сложения амплитуд.

Вариант 7

1. Диск вращается вокруг неподвижной оси так, что зависимость угла поворота радиуса диска от времени задается уравнением $\varphi=At^2$ ($A=0,1$ рад/с^2). Найти полное ускорение точки на ободе диска к концу второй секунды после начала движения, если линейная скорость точки в этот момент равна 0,4 м/с.

2. При помощи веревки груз массой 80 кг можно поднимать с ускорением 19,6 м/с^2. Какой наибольшей массы груз можно опустить вниз при помощи этой веревки с ускорением 4,9 м/с^2?

3. Тело массой $m=4$ кг движется со скоростью $v=3$ м/с и ударяется о неподвижное тело такой же массы. Считая удар центральным и неупругим, определить количество теплоты, выделившейся при ударе.

4. Как долго будет скатываться без скольжения шар с наклонной плоскости длиной 3 м и высотой 1 м?

5. Карусель диаметром 4,5 м свободно вращается с угловой скоростью 0,7 рад/с, её полный момент инерции равен 1750 кг·м^2. Четыре человека весом по 65 кг каждый одновременно прыгают на край карусели. Как изменится угловая скорость карусели?

6. Материальная точка массой 0,05 кг совершает гармонические колебания, уравнение которых имеет вид $x=0,1\sin 5t$. Найти силу, действующую на точку: а) в момент, когда фаза колебаний $\varphi=30^0$; б) при наибольшем отклонении точки.

7. Из однородного диска радиусом R сделали физический маятник. Вначале ось проходила через одну из образующих диска, потом на расстоянии R/2 от центра диска (параллельно первой оси). Определить отношение периодов колебаний диска.

8. Точка участвует одновременно в двух гармонических колебаниях, происходящих во взаимно перпендикулярных направлениях и описываемых уравнениями $x=3\cos 2\omega t$ см и $y=4\cos(2\omega t+\pi)$ см. Определить уравнение траектории точки и начертить ее график.

Вариант 8

1. Кинетическое уравнение двух материальных точек имеют вид $x_1=A_1t+B_1t^2+C_1t^3$ и $x_2=A_2t+B_2t^2+C_2t^3$, где $A_1=1$ м/с; $B_1=4$ м/с^2; $C_1=-3$ м/с^2; $A_2=2$ м/с; $B_2=-2$ м/с^2; $C_2=5$ м/с^2. Определить момент времени, в который ускорения этих точек будут равны.

2. Диск радиусом 20 см вращается с угловым ускорением 3,14 рад/с^2. Найти для точек, находящихся на краю диска, к концу второй секунды после начала движения: а) угловую скорость; б) линейную скорость; в) тангенциальное, нормальное и полное ускорения; г) угол α, образуемый вектором полного ускорения с радиусом диска.

3. Два неупругих шара массами $m_1=2$ кг и $m_2=3$ кг двигаются со скоростями соответственно $v_1=8$ м/с и $v_2=4$ м/с. Найти энергию, выделившуюся при деформации шаров, в двух случаях: а) меньший шар настигает большой; б) шары двигаются навстречу друг другу.

4. Тело массой 5 кг поднимают с ускорением 2 м/с^2. Определить работу силы в течение первых 5 с. Найти потенциальную энергию тела через 10 с.

5. Шар радиусом R=10 см и массой m=5 кг вращается вокруг оси симметрии согласно уравнению $\varphi=A+Bt^2+Ct^3$, где B=2 рад/с^2; C=−0,5 рад/с^3. Определить момент сил для t=3 с.

6. Однородный цилиндр массой 2 кг и радиусом 0,2 м вращается вокруг своей оси. Угловая скорость цилиндра изменяется за 20 с от 36 рад/с до 24 рад/с. Какую среднюю мощность развивают силы, действующие на цилиндр?

7. Период колебаний математического маятника на Земле равен 0,6 с. Каким будет период колебаний на Марсе, где ускорение свободного падения составляет 0,37 от земного?

8. Точка участвует одновременно в двух гармонических колебаниях одного направления, описываемых уравнениями $x_1=2\cos(\omega t+\pi/4)$ и $x_2=2\cos(\omega t-\pi/4)$. Записать уравнение результирующего колебания и представить векторную диаграмму сложения амплитуд.

Вариант 9

1. Зависимость пути, пройденного телом по окружности радиусом 3 м, задается уравнением $S=At^2+Bt$, где A=0,4 м/с^2; B=0,1 м/с. Определить для момента времени, равного 1 с после начала движения, нормальное, тангенциальное и полное ускорения.

2. Колесо автомашины вращается равнозамедленно. За 2 мин частота вращения уменьшилась от 240 до 60 мин$^{-1}$. Определить: а) угловое ускорение; б) число полных оборотов за 2 мин.

3. Тело, падая с некоторой высоты, в момент соприкосновения с землей обладает импульсом P=100 кг·м/с и кинетической энергией T=500 Дж. Определить, с какой высоты падало тело, его массу.

4. Сплошной шар массой 1 кг и радиусом 0,05 м вращается вокруг оси, проходящей через его центр. В точке, наиболее удаленной от оси вращения, на шар действует сила, касательная к поверхности. Угол поворота шара меняется по закону $\varphi=2+2t-t^2$. Определить величину действующей силы, тормозящий момент, время равнозамедленного движения.

5. Диск скатился с наклонной плоскости высотой 20 см. Определить скорость поступательного движения диска в конце наклонной плоскости.

6. Точка колеблется гармонически. Амплитуда колебаний A=5 см, циклическая частота ω=2 с$^{-1}$, начальная фаза φ=0. Определить ускорение точки в момент, когда ее скорость v=8 см/с.

7. Однородный диск радиусом R=20 см колеблется вокруг горизонтальной оси, проходящей в 15 см от центра диска. Определить период колебаний диска относительно оси.

8. Точка совершает одновременно два гармонических колебания, происходящие вдоль оси X и описываемые уравнениями $x_1=3\cos(\omega t+\pi/4)$ см и

$x_2=\cos(\omega t-3\pi/4)$ см. Записать уравнение результирующего колебания и представить векторную диаграмму сложения амплитуд. Найти максимальную скорость результирующего колебания.

Вариант 10

1. Зависимость угла поворота радиуса колеса от времени выражается уравнением $\varphi=A+Bt+Ct^2$, где B=1 рад/с; C=2 рад/с^2. Найти радиус колеса, если известно, что к концу второй секунды движения для точек, лежащих на ободе колеса, нормальное ускорение равно $3{,}46\cdot10^2$ м/с^2.

2. Материальная точка массой 20 г движется по окружности радиусом 10 см с постоянным тангенциальным ускорением. К концу пятого оборота начала движения кинетическая энергия материальной точки оказалась равной 6,3 мДж. Определить тангенциальное ускорение.

3. Шар, летящий со скоростью v=5 м/с, ударяется о неподвижный шар. Удар неупругий. Определить скорость шаров после удара и работу деформации. Рассмотреть два случая: а) масса движущегося шара m_1=2 кг, неподвижного m_2=8 кг; б) масса движущегося шара m_1=8 кг, неподвижного m_2=2 кг. Какая доля кинетической энергии движущегося шара расходуется на работу деформации в первом и во втором случаях?

4. Маховик в виде сплошного диска, момент инерции которого I=150 кг·м^2, вращается с частотой n=240 об/мин. Через минуту он остановился. Определить момент сил торможения, угловое ускорение, число оборотов маховика от начала торможения до полной остановки.

5. Полый цилиндр катится по наклонной поверхности с углом наклона 20^0 со скоростью v=3,4 м/с и достигает ее основания. Определите расстояние, которое пройдет цилиндр.

6. Материальная точка массой m=10 г совершает гармонические колебания по закону $x=5\sin 20t$ см. Определить максимальные значения возвращающей силы и кинетической энергии точки.

7. Спираль обладает жесткостью к=25 Н/м. Определить массу тела, подвешенного к пружине и совершающего 25 колебаний за t=1 мин.

8. сложить два гармонических колебания одного направления, описываемые уравнениями $x_1=2\sin(2\pi t-\pi/4)$ и $x_2=2\sin(2\pi t+3\pi/4)$. Записать уравнение результирующего колебания и представить векторную диаграмму сложения амплитуд.

3. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

Основные законы и формулы

Количество вещества (молей) однородного газа находится так:

$$\nu = \frac{m}{M}, \text{ или } \nu = \frac{N}{N_A},$$

где N – число молекул газа; N_A – постоянная Авогадро; m – масса газа; M – молярная масса газа.

Если система представляет собой смесь нескольких газов, то количество вещества системы равно

$$\nu = \nu_1 + \nu_2 + \ldots + \nu_n = \frac{N_1}{N_A} + \frac{N_2}{N_A} + \ldots + \frac{N_n}{N_A},$$

или

$$\nu = \frac{m_1}{M} + \frac{m_2}{M} + \ldots + \frac{m_n}{M},$$

где ν_n, N_n, m_n, M_n – соответственно количество вещества, число молекул, масса, молярная масса n-го компонента смеси.

Уравнение состояния идеального газа (уравнение Менделеева-Клапейрона):

$$PV = \frac{m}{M}RT = \nu RT,$$

где m – масса газа; M – молярная масса газа; R – молярная газовая постоянная; ν – количество вещества; T – термодинамическая температура.

Законы, описывающие состояние газов на основании опытов и являющиеся частными случаями уравнения Менделеева-Клапейрона, для изопроцессов таковы:

а) закон Бойля-Мариотта (изотермический процесс: T=const, m=const): pV=const, или для двух состояний газа $p_1V_1=p_2V_2$;

б) закон Гей-Люссака (изобарный процесс: p=const, m=const): $\frac{V}{T} = \text{const}$, или для двух состояний $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$;

в) закон Шарля (изохорный процесс: V=const, m=const): $\frac{P}{T} = \text{const}$, или для двух состояний $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$;

г) объединенный газовый закон (m=const): $\frac{pV}{T} = \text{const}$, или $\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}$, где p_1, V_1, T_1 – соответственно давление, объем и температура газа в начальном состоянии; p_2, V_2, T_2 – те же величины в конечном состоянии.

Закон Дальтона определяет давление смеси газов: $p=p_1+p_2+\ldots+p_n$, где p_n – парциальные давления компонентов смеси; n – число компонентов смеси.

Парциальным давлением называется давление газа, которое производил бы этот газ, если бы только он находился в сосуде, занятом смесью.

Молярная масса смеси газов:

$$M = \frac{m_1 + m_2 + \ldots + m_n}{\nu_1 + \nu_2 + \ldots + \nu_n},$$

где m_n – масса n-го компонента смеси; $\nu_n = \frac{m_n}{M_n}$ – количество вещества n-го компонента смеси; n – число компонентов смеси.

Массовая доля ω_n n-го компонента смеси газа в долях единицы или процентах находится так:

$$\omega_n = \frac{m_n}{m},$$

где m – масса смеси.

Концентрация молекул:

$$n_0 = \frac{N}{V} = \frac{N_A\rho}{M},$$

где N – число молекул, содержащихся в данной системе; ρ – плотность вещества; V – объем системы. Формула справедлива не только для газов, но и для любого агрегатного состояния вещества.

Основное уравнение кинетической теории газов:

$$p = \frac{2}{3} n\bar{\varepsilon}_n,$$

где $\bar{\varepsilon}_n$ – средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы.

Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы:

$$\bar{\varepsilon}_n = \frac{3}{2} kT,$$

где k – постоянная Больцмана.

Средняя полная кинетическая энергия молекулы:

$$\bar{\varepsilon}_i = \frac{i}{2} kT,$$

где i – число степеней свободы молекулы.

Зависимость давления газа от концентрации молекул и температуры такова:

$$p=nkT.$$

Скорость молекул:

среднеквадратичная $\bar{v}_{кв} = \sqrt{\dfrac{3RT}{M}} = \sqrt{\dfrac{3kT}{m_1}}$;

среднеарифметическая $\bar{v} = \sqrt{\dfrac{8RT}{\pi M}} = \sqrt{\dfrac{8kT}{\pi m_1}}$;

наиболее вероятная $v_в = \sqrt{\dfrac{2RT}{M}} = \sqrt{\dfrac{2kT}{m_1}}$,

где m_1 – масса одной молекулы.

Относительная скорость молекулы:

$$u = \frac{\bar{v}}{\bar{v}_в},$$

где $\bar{v}$ – скорость данной молекулы.

Среднее число соударений, испытываемых одной молекулой газа в единицу времени, –

$$\bar{z} = \sqrt{2}\pi d^2 n\bar{v},$$

где d – эффективный диаметр молекулы; n – концентрация молекул; $\bar{v}$ – среднеарифметическая скорость молекул.

Средняя длина свободного пробега молекул газа –

$$\bar{\ell} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}.$$

Удельные теплоемкости газа при постоянном объеме (c_v) и постоянном давлении (c_p):

$$c_v = \frac{i}{2}\frac{R}{M}; \quad c_p = \left(\frac{i+2}{2}\right)\frac{R}{M}.$$

Связь между значениями удельной c и молярной C теплоемкости:

$$c = \frac{C}{M}; \quad C = cM.$$

Уравнение Майера:

$$C_p - C_v = R.$$

Внутренняя энергия идеального газа:

$$U = \frac{m}{M}\frac{i}{2}RT = \frac{m}{M}C_v T.$$

Физические основы термодинамики

Первое начало термодинамики:

$$Q = \Delta U + A,$$

где Q – количество теплоты, сообщенное системе или отданное ею; ΔU – изменение её внутренней энергии; A – работа системы, совершаемая против внешних сил.

Работа расширения газа:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p\,dV \text{ (в общем случае);}$$

$$A = p(V_2 - V_1) \text{ (при изобарном процессе);}$$

$$A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1} \text{ (при изотермическом процессе);}$$

$$A = -\Delta U = -\frac{m}{M} C_V \Delta T, \text{ или } A = \frac{RT_1}{\gamma - 1} \frac{m}{M}\left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}\right]$$ (при адиабатном процессе), где $\gamma = \dfrac{C_p}{C_v}$ – показатель адиабаты.

Уравнения Пуассона, связывающие параметры идеального газа при адиабатном процессе:

$$pV^\gamma = \text{const}, \quad \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1};$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma}, \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}.$$

Термический кпд цикла:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1},$$

где Q_1 – теплота, полученная рабочим телом от теплоотдатчика; Q_2 – теплота, переданная рабочим телом теплоприемнику.

Термический кпд цикла Карно:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

где T_1 и T_2 – термодинамические температуры теплоотдатчика и теплоприемника.

Изменение энтропии –

$$\Delta s = \int_A^B \frac{dQ}{T},$$

где A и B – пределы интегрирования, соответствующие начальному и конечному состояниям системы. Так как процесс равновесный, то интегрирование не зависит от формы пути.

Формула Больцмана:

$$s = k \ln W,$$

где s – энтропия системы; W – термодинамическая вероятность ее состояния; k – постоянная Больцмана.

3.1. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1. Определить число N молекул, содержащихся в объеме V=1 мм^3 воды, и массу m_1 молекулы воды.

Решение. Число N молекул, содержащихся в некоторой системе массой m, равно произведению постоянной Авогадро N_A на количество вещества ν:

$$N = \nu N_A.$$

Так как $\nu = \dfrac{m}{M}$, где M – молярная масса, то $N = \dfrac{m}{M} N_A$. Выразив в этой формуле массу как произведение плотности на объем V, получим

$$N = \frac{\rho V N_A}{M}. \qquad (1)$$

Произведем вычисления с учетом того, что M=18·10^{-3} кг/моль:

$$N = \frac{10^3 \cdot 10^{-9}}{18 \cdot 10^{-3}} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23} = 3{,}34 \cdot 10^{19}.$$

Массу m_1 одной молекулы можно найти по формуле

$$m_1 = \frac{M}{N_A}. \qquad (2)$$

Подставив в формулу (2) значения M и N_A, найдем массу молекулы воды:

$$m_1 = \frac{18 \cdot 10^{-3}}{6{,}02 \cdot 10^{23}} = 2{,}99 \cdot 10^{-26} \text{ кг}.$$

Пример 2. В баллоне объемом V=10 л находится гелий при p_1=1 МПа и T_1=300 К. Масса (количество) гелия уменьшилась(лось) на 10 г, температура в баллоне понизилась до T_2=290 К. Определить давление p_2 оставшегося гелия.

Решение. Для решения задачи воспользуемся уравнением Менделеева-Клапейрона, применив его к конечному состоянию газа:

$$p_2 V = \frac{m_2}{M} R T_2, \qquad (1)$$

где m_2 – масса гелия в баллоне в конечном состоянии; M – молярная масса гелия; R – молярная газовая постоянная.

Из уравнения (1) выразим искомое давление:

$$p_2 = \frac{m_2}{V} = \frac{RT}{V}. \qquad (2)$$

Массу m_2 гелия выразим через массу m_1, соответствующую начальному состоянию, и массу гелия, взятого из баллона:

$$m_2=m_1-m. \qquad (3)$$

Массу m_1 гелия найдем также из уравнения Менделеева-Клапейрона, применив его к начальному состоянию:

$$m_1=\frac{Mp_1V}{RT_1}. \qquad (4)$$

Подставив выражение массы m_1 в (3), а затем выражение m_2 в (2), найдем

$$p_2=\left(\frac{Mp_1V}{RT_1}-m\right)\frac{RT_2}{MV},$$

или

$$p_2=\frac{T_2}{T_1}p_1-\frac{m}{M}\frac{RT_2}{V}. \qquad (5)$$

Проверим, дает ли формула (5) единицу давления. Для этого в ее правую часть вместо символов величин подставим их единицы. В правой части формулы два слагаемых. Очевидно, что первое из них дает единицу давления, т.к. состоит из двух множителей, первый из которых $\frac{T_2}{T_1}$ – безразмерный, а второй – давление. Проверим второе слагаемое:

$$\frac{[m][R][T]}{[M][V]}=\frac{1кг}{1кг/моль}\frac{1Дж/(моль\cdot К)\cdot 1К}{1м^3}=$$

$$=\frac{1кг\cdot 1моль}{1кг}\frac{1Дж\cdot 1К}{1м^3\cdot 1моль\cdot 1К}=\frac{1Дж}{1м^3}=\frac{1Н\cdot м}{1м^3}=\frac{1Н}{1м^2}=1Па.$$

Паскаль является единицей давления. Произведем вычисления по формуле (5), учитывая, что $M=4\cdot 10^{-3}$ кг/моль:

$$p_2=\frac{290}{300}\cdot 10^6-\frac{10^{-2}}{4\cdot 10^{-3}}\cdot\frac{8{,}31}{10^{-2}}290=3{,}64\cdot 10^5=0{,}364МПа.$$

Пример 3. Найти молярную массу воздуха, считая, что он состоит из одной части кислорода и трех частей азота.

Решение. Воздух, являясь смесью идеальных газов, тоже представляет собой идеальный газ, и к нему можно применить уравнение Менделеева–Клапейрона:

$$PV=\frac{m}{M}RT.$$

Для каждого компонента смеси (кислорода и азота) имеем:

$$p_1V=\frac{m_1}{M_1}RT; \qquad (1)$$

$$p_2V=\frac{m_2}{M_2}RT, \qquad (2)$$

где p_1 и p_2 – парциальные давления каждого компонента.

По закону Дальтона $p = p_1 + p_2$. Складывая (1) и (2), получим

$$(p_1 + p_2)V = \left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2}\right)RT, \qquad (3)$$

или на основании закона Дальтона

$$pV = \left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2}\right)RT. \qquad (4)$$

Сравнив (1) и (4) с учетом того, что $m = m_1 + m_2$, имеем:

$$\frac{m_1 + m_2}{M} = \frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2}.$$

Откуда

$$M = \frac{M_1 M_2 (m_1 + m_2)}{M_1 m_2 + M_2 m_1}. \qquad (5)$$

Подставив в (5) равенство $m_2 = 3m_1$ (по условию), найдем молярную массу воздуха:

$$M = \frac{4M_1 M_2}{3M_1 + M_2} = \frac{4 \cdot 32 \cdot 28}{3 \cdot 32 + 28} = 29 \text{ кг/моль}.$$

Пример 4. Плотность некоторого газа равна $6 \cdot 10^{-2}$ кг/м^3, а среднеквадратичная скорость молекул – 500 м/с. Найти давление, которое газ оказывает на стенку сосуда.

Решение. В основном уравнении молекулярно- кинетической теории

$$P = \frac{1}{3} n m_1 \bar{v}_{ср}^2.$$

Произведение (nm_1) выражает массу молекул, содержащихся в единице объема вещества, и следовательно, равно плотности ρ газа. Таким образом,

$$p = \frac{1}{3}\rho \bar{v}_{ср}^2 = \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot 10^{-2} \cdot 500^2 = 5 \cdot 10^3 \text{ Па}.$$

Пример 5. Определить наиболее вероятную скорость молекул газа, плотность которого при давлении 40 кПа составляет 0,35 кг/м^3.

Решение. Наиболее вероятная скорость молекул определяется по формуле

$$v_В = \sqrt{\frac{2RT}{M}}, \qquad (1)$$

где M – молекулярная масса вещества.

Из уравнения Меделеева-Клапейрона

$$pV=\frac{m}{M}RT; \qquad (2)$$

учитывая, что $\rho=\frac{m}{M}$, получим

$$\frac{p}{\rho}=\frac{RT}{M}. \qquad (3)$$

Подставив (3) в (1) найдем, что

$$v_B=\sqrt{\frac{2p}{\rho}}. \qquad (4)$$

Произведем вычисления по формуле (4):

$$v_B=\sqrt{\frac{2\cdot 4\cdot 10^3}{0{,}35}}=478 \text{ м/с}.$$

Пример 6. Найти среднюю кинетическую энергию $\bar{\varepsilon}_{вращ}$ вращательного движения одной молекулы кислорода при температуре T=350 K, а также кинетическую энергию $E_к$ вращательного движения всех молекул кислорода массой m=4 г.

Решение. На каждую степень свободы молекулы газа приходится одинаковая средняя энергия $\bar{\varepsilon}_1=\frac{1}{2}kT$, где k – постоянная Больцмана; T - термодинамическая температура газа.

Так как вращательному движению двухатомной молекулы кислорода соответствует две степени свободы, то средняя энергия вращательного движения молекулы кислорода

$$\bar{\varepsilon}_{вращ}=2\cdot\frac{1}{2}kT=kT. \qquad (1)$$

Кинетическая энергия вращательного движения всех молекул газа –

$$E_K=\bar{\varepsilon}_{вращ}N. \qquad (2)$$

Число всех молекул газа –

$$N=N_A\cdot\nu, \qquad (3)$$

где N_A – постоянная Авогадро; ν – количество вещества.

Если учесть, что количество вещества $\nu=\frac{m}{M}$, где m – масса газа; M - молярная масса газа, то формула (3) примет вид

$$N=\frac{N_A m}{M}.$$

Подставив выражение N в формулу (2), получим

$$E_К = \frac{N_A m\bar{\varepsilon}_{вращ}}{M}. \qquad (4)$$

Произведем вычисления, учитывая, что для кислорода $M=32\cdot10^{-3}$ кг/моль:

$$\bar{\varepsilon}_{вращ} = kT = 1{,}38\cdot10^{-23}\cdot350 = 4{,}83\cdot10^{-21} \text{ Дж};$$

$$E_К = 6{,}02\cdot10^{23}\cdot\frac{4\cdot10^{-3}}{32\cdot10^{-3}}\cdot4{,}83\cdot10^{-21} = 364 \text{ Дж}.$$

Пример 7. Средняя длина свободного пробега $\bar{\ell}$ молекулы углекислого газа (CO_2) при нормальных условиях равна 40 нм. Определить среднеарифметическую скорость $\bar{v}$ молекул и число соударений, которые испытывает моекула в 1 с.

Решение. Среднеарифметическая скорость молекул определяется по формуле

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}},$$

где M- молярная масса вещества.

Подставив числовые значения, получим

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8\cdot8{,}31\cdot273}{3{,}14\cdot44\cdot10^{-3}}} = 362 \text{ м/с}.$$

Среднее число $\bar{z}$ соударений молекулы в 1 с определяется отношением средней скорости $\bar{v}$ молекулы и средней длины ее пробега $\bar{\ell}$:

$$\bar{z} = \frac{\bar{v}}{\bar{\ell}}.$$

Подставив в эту формулу значения $\bar{v}$=362 м/с, $\bar{\ell}$=40 нм=$4\cdot10^{-8}$ м, получим

$$\bar{z} = \frac{362 \text{м/с}}{4\cdot10^{-8}\text{м}} = 9{,}05\cdot10^{9} \text{ с}^{-1}.$$

Пример 8. Вычислить значения удельной теплоемкости неона и водорода при постоянном объеме C_v и постоянном давлении C_p принимая эти газы за реальные.

Решение. Значения удельной теплоемкости идеальных газов выражаются формулами

$$C_v = \frac{i}{2}\frac{R}{M};\ C_p = \left(\frac{i+2}{2}\right)\frac{R}{M}, \qquad (1)$$

где i – число степеней свободы молекулы газа; M – молярная масса. Для неона (одноатомный газ) i=3 и $M=20\cdot10^{-3}$ кг/моль.

Произведем вычисления:

$$C_v = \frac{3}{2}\cdot\frac{8{,}31}{20\cdot10^{-3}} = 6{,}24\cdot10^{2}\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}};$$

$$C_p = \frac{3+2}{2}\cdot\frac{8{,}31}{20\cdot10^{-3}} = 1{,}04\cdot10^{2}\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}.$$

Для водорода (двухатомный газ) i=5 и $M=20\cdot10^{-3}$ кг/моль.

Тогда

$$C_v = \frac{5}{2}\cdot\frac{8{,}31}{20\cdot10^{-3}} = 1{,}04\cdot10^{4}\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}};$$

$$C_p = \frac{5+2}{2}\cdot\frac{8{,}31}{20\cdot10^{-3}} = 1{,}46\cdot10^{4}\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}.$$

Пример 9. Кислород массой m=2 кг занимает объем $V_1=1$ м^3 и находится под давлением $p_1=0{,}2$ МПа. Газ был нагрет сначала при постоянном давлении до объема $V_2=3$ м^3, а затем при постоянном объеме до давления $p_3=0{,}5$ МПа. Найти изменение ΔU внутренней энергии газа, совершенную им работу A и теплоту Q, переданную газу. Построить график процесса.

Решение. Изменение внутренней энергии газа находится так:

$$\Delta U = c_v m\Delta T = \frac{i}{2}\cdot\frac{m}{M}R\Delta T,$$

где i – число степеней свободы молекул газа (для двухатомных молекул кислорода i=5); $\Delta T=T_3-T_1$ – разность температур газа в конченом (третьем) и начальном состояниях.

Начальную и конечную температуру газа найдем из уравнения Менделеева-Клапейрона $pV = \frac{m}{M}RT$, откуда

$$T = \frac{M}{m}\frac{pV}{R}.$$

Работа расширения газа при постоянном давлении выражается формулой

$$A_1 = \frac{m_1}{M}R\Delta T.$$

Работа газа, нагреваемого при постоянном объеме, равна нулю, т.е.

$$A_2=0.$$

Следовательно, полная работа, совершаемая газом, −

$$A=A_1+A_2=A_1.$$

Согласно первому началу термодинамики теплота Q, преданная газу, равна сумме изменения внутренней энергии ΔU и работы A:

$$Q= \Delta U+A.$$

Произведем вычисления с учетом того, что для кислорода

$$M=32\cdot10^{-3}\ \text{кг/моль}.$$

График изопроцессов виден на рисунке.

$$T_1=\frac{2\cdot10^5\cdot1\cdot32\cdot10^{-3}}{2\cdot8{,}31}=385\text{К};$$

$$T_2=\frac{2\cdot10^5\cdot3\cdot32\cdot10^{-3}}{2\cdot8{,}31}=1155\text{К};$$

$$T_3=\frac{5\cdot10^5\cdot3\cdot32\cdot10^{-3}}{2\cdot8{,}31}=2887\text{К};$$

$$A_1=\frac{8{,}31\cdot2\cdot(1155-385)}{32\cdot10^{-3}}=0{,}4\cdot10^6=0{,}4\text{МДж};$$

$$A=A_1=0{,}4\ \text{МДж};$$

$$\Delta U=\frac{5}{2}\frac{8{,}31\cdot2\cdot(2887-385)}{32\cdot10^{-3}}=3{,}24\cdot10^6=3{,}4\text{МДж};$$

$$Q=(3{,}24+0{,}4)=3{,}64\ \text{МДж}.$$

Пример 10. В цилиндре под поршнем находится водород массой m=0,02 кг при температуре T_1=300 К. водород сначала расширился адиабатно, увеличив свой объем в n_1=5 раз, а затем был сжат изотермически, причем объем газа уменьшился в n_2=5 раз. Найти температуру в конце адиабатного расширения и работу, совершенную газом при этих процессах.

Решение. Температуры и объемы газа, совершающего адиабатный процесс, связаны между соотношением

$$\frac{T_2}{T_1}=\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1},\ \text{или}\ \frac{T_2}{T_1}=\frac{1}{n_1^{\gamma-1}},$$

где γ – отношение значений теплоемкости газа при постоянном давлении и постоянном объеме; $n_1=\dfrac{V_2}{V_1}$. Отсюда получаем следующее выражение для конечной температуры:

$$T_2=\frac{T_1}{n_1^{\gamma-1}}.$$

Работа A_1 газа при адиабатном расширении может быть определена по формуле

$$A_1=\frac{m}{M}C_v(T_1-T_2)=\frac{m}{M}\frac{i}{2}R(T_1-T_2),$$

где C_v – молярная теплоемкость газа при постоянном объеме.

Работа A_2 газа при изотермическом процессе может быть выражена в виде

$$A_2 = \frac{m}{M} RT_2 \ln\frac{V_3}{V_2}, \quad \text{или} \quad A_2 = \frac{m}{M} RT_2 \ln\frac{1}{n_2},$$

где $n_2 = \dfrac{V_2}{V_3}$.

Произведем вычисления с учетом, что для водорода как двухатомного газа γ=1,4, i=5 и М=$2\cdot10^{-3}$ кг/моль:

$$T_2 = \frac{300}{5^{1,4-1}} = \frac{300}{5^{0,4}} = 157\ \text{К};$$

$$A_1 = \frac{0{,}02\cdot 5\cdot 8{,}31}{2\cdot 10^{-3}\cdot 2}(300-157) = 29{,}8\ \text{кДж};$$

$$A_2 = \frac{0{,}02}{2\cdot 10^{-3}\cdot 2} 8{,}31\cdot 157 \ln\frac{1}{5} = -21\ \text{кДж}.$$

Знак «Минус» показывает, что при сжатии работа совершается над газом внешними силами.

Пример 11. Тепловая машина работает по обратному циклу Карно. Температура теплоотдатчика T_1=500 К. Определить термический кпд цикла и температуру T_2 теплоприемника тепловой машины, если за счет каждого килоджоуля теплоты, полученной от теплоотдатчика, машина совершает работу А=350Дж.

Решение. Термический кпд тепловой машины показывает, какая доля теплоты, полученной от теплоотдатчика, превращается в механическую работу. Термический кпд выражается формулой

$$\eta = \frac{A}{Q_1},$$

где А – работа, совершенная рабочим телом тепловой машины; Q_1 – теплота, полученная от теплоотдатчика.

Зная кпд цикла, можно по формуле $\eta = \dfrac{T_1 - T_2}{T_1}$ определить температуру охладителя T_2:

$$T_2 = T_1(1-\eta).$$

Произведем вычисления:

$$\eta = \frac{350}{1000} = 0{,}35,\ T_2 = 500(1-0{,}35) = 325\ \text{К}.$$

Пример 12. Найти добавочное давление внутри мыльного пузыря диаметром d=10 см. Какую работу нужно совершить, чтобы выдуть этот пузырь?

Решение. Пленка мыльного пузыря имеет две сферические поверхности: внешнюю и внутреннюю. Обе поверхности оказывают давление на воздух, заключенный внутри пузыря. Так как толщина пленки чрезвычайна мала, то диаметры обеих поверхностей практически одинаковы. Поэтому добавочное давление

$$p = 2\frac{2\alpha}{r},$$

где α – поверхностное натяжение мыльной воды, равное $4 \cdot 10^{-2}$ н/м; r – радиус пузыря.

Так как $r = \frac{d}{2}$, то

$$p = \frac{8\alpha}{d}.$$

Работа, которую нужно совершить для того, чтобы, растягивая пленку, увеличить ее поверхность на ΔS, выражается формулой

$$A = \alpha \Delta S, \text{ или } A = \alpha (S - S_0),$$

где S – общая площадь двух сферических поверхностей пленки мыльного пузыря; S_0 – общая площадь двух поверхностей плоской пленки, затягивавшей отверстие трубки до выдувания пузыря.

Пренебрегая S_0, получим

$$A = \alpha S = 2\pi d^2 \alpha .$$

Произведем вычисления:

$$p = \frac{8 \cdot 40 \cdot 10^{-3}}{0{,}1} = 3{,}2 \text{ Па},$$

$$A = 2 \cdot 3{,}14 \cdot (0{,}1)^2 \cdot 40 \cdot 10^{-3} = 2{,}5 \text{ мДж}.$$

Пример 13. Определить изменение Δs энтропии при изотермическом расширении кислорода массой 10 г от объема 25 л до объема 100 л.

Решение. Так как процесс изотермический, то в общем выражении энтропии $\Delta s = s_2 - s_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T}$ температуру выносят за знак интеграла:

$$\Delta s = \frac{1}{T}\int_1^2 dQ = \frac{Q}{T}. \tag{1}$$

Количество теплоты Q, полученное газом, найдем по первому началу термодинамики:

$$Q = \Delta U + A.$$

Для изотермического процесса $\Delta U=0$. Следовательно,

$$Q = A, \tag{2}$$

а работа для этого процесса определяется по формуле

$$A = \frac{m}{M} RT \ln\frac{V_2}{V_1}. \tag{3}$$

С учетом выражений (2) и (3) равенство (1) примет вид

$$\Delta s = \frac{m}{M} R \ln\frac{V_2}{V_1}. \tag{4}$$

Подставив в формулу (4) числовые значения и произведя вычисления, получим

$$\Delta s=3{,}60 \text{ Дж/К}.$$

3.2. КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №2

Вариант 1

1. При какой температуре кислород, находясь под давлением 0,2 МПа, имеет плотность 1,2 кг/м^3? Какова при этом концентрация молекул кислорода?

2. В баллон, в котором находилось 2 кг газообразного кислорода, добавили 8 кг метана. Во сколько раз изменилось давление в баллоне, если температура газов осталась неизменной?

3. Определить среднюю кинетическую энергию поступательного движения молекул газа, находящегося под давлением 0,1 Па. Концентрация молекул газа равна 10^{13} см^3.

4. Найдите среднюю продолжительность $\langle\tau\rangle$ свободного пробега молекул водорода при температуре 27^{0}С и давлении 0,5 кПа. Диаметр молекулы водорода принять равным 0,28 нм.

5. Найти удельную теплоемкость при постоянном объеме для газовой смеси, масса 1 кмоля которой равна 22 кг, а отношение удельных теплоемкостей 1,395.

6. Кислород объемом 1 л находится под давлением 1 МПа. Определить, какое количество теплоты необходимо сообщить газу, чтобы увеличить его объем вдвое в результате изобарного процесса.

7. Коэффициент полезного действия цикла Карно равен 0,3. При изотермическом расширении газа он получил от нагревателя 200 Дж энергии. Определить работу, совершаемую при изотермическом сжатии.

8. Идеальный газ (ν=2 моля) сначала изобарно нагрели (так, что его объем увеличился в n_1=2 раза), а затем изохорно охладили (так, что его давление уменьшилось в n_2=2 раза). Найти приращение энтропии в ходе этих процессов.

Вариант 2

1. Плотность смеси азота и водорода при температуре 47^0C и давлении 2 атм равна 0,3 г/л. Найти концентрацию молекул азота и водорода в смеси.

2. Как изменится среднеквадратичная скорость молекул водорода при адиабатическом увеличении объема в 2 раза?

3. Найти значение удельной теплоемкости при постоянном объеме для газовой смеси, масса киломоля которой равна 17 кг, а отношение удельных теплоемкостей равно 1,613.

4. Некоторая масса двухатомного газа сжимается в первом случае изотермически, во втором – адиабатически. Конечное давление в 2 раза выше начального. Найти отношение работ при адиабатическом и изотермическом процессах.

5. В сосуде емкостью 1 л содержится кислород массой 32 г. Найти среднее число соударений молекул при температуре 100 К.

6. 200 г азота нагревается от 20^0C до 100^0C при постоянном давлении. Какое количество теплоты поглощается при этом? Каков прирост внутренней энергии? Какую внешнюю работу производит газ?

7. Двигатель работает как машина Карно и за цикл получает от нагревателя 3 кДж тепла. Температура нагревателя 600 К, температура холодильника 300 К. Найти совершаемую за цикл работу и количество теплоты, отдаваемое при этом холодильнику.

8. Азот массой 28 г адиабатно расширили в 2 раза, а затем изобарно сжали до начального объема. Найти изменение энтропии газа в ходе процессов.

Вариант 3

1. В баллоне находится газ массой 10 кг при давлении 10 МПа. Насколько уменьшилась масса газа, если давление стало равным 2,5 МПа? Температуру газа можно считать постоянной.

2. Некоторое количество азота находится при температуре 300 К и давлении 10^5 Па. Кинетическая энергия поступательного движения молекул равна 6,3 Дж. Найти число молекул газа, его массу и объем.

3. При какой температуре среднеквадратичная скорость молекул углекислого газа больше их наиболее вероятной скорости на 94 м/с?

4. Найти среднюю длину пробега молекулы азота при 0^0 C и давлении 10^{-3} мм рт.ст.

5. Какая работа совершается при изотермическом расширении водорода массой 823 г, взятого при температуре 214 К, если его объем увеличился в 7 раз?

6. В закрытом сосуде объемом 61 л находятся равные массы аргона и азота в равных условиях. Какое количество теплоты нужно сообщить этой газовой смеси, чтобы нагреть ее на 60^0C?

7. Двухатомный газ занимает объем 0,5 л при давлении 50 кПа. Газ сжимается адиабатически до некоторого объема и давления. Затем он охлаждается

при постоянном объеме до первоначальной температуры, причем его давление становится равным 100 кПа. Построить график этого процесса. Найти объем и давление.

8. Газ совершает цикл Карно, 2/3 теплоты, полученной от нагревателя, отдается холодильнику. Температура холодильника 280 К. Определить температуру нагревателя.

Вариант 4

1. В сосуде находится газ под давлением 0,15 МПа и при температуре 27^0C. Какое количество молекул находится в единице объема сосуда?

2. Из баллона со сжатым газом осталась в баллоне, если первоначально при температуре 27^0C манометр показывал давление 60 атм, а через некоторое время при температуре 12^0C давление было 19 атм?

3. Для некоторого газа значения удельной теплоемкости равны C_p=9,681 кДж/кгК и C_v=6,915 кДж/кгК. Какова масса одного киломоля этого газа?

4. Найти среднюю длину свободного пробега молекулы азота при 0^0C и давлении 10^{-3} мм рт.ст. Диаметр молекулы принять равным 0,3 нм.

5. Среднеквадратичная скорость молекулы некоторого газа равна 851 м/с. Давление газа равно $7{,}4\cdot10^3$ Па. Найти плотность газа при этих условиях.

6. Водород массой 85 г нагрели на 44 К, причем газу была передана теплота 272 кДж. Найти изменение внутренней энергии водорода.

7. Водород массой 40 г, имевший температуру 300 К, адиабатически расширился, увеличив свой объем в 3 раза. Затем при изотермическом сжатии объем уменьшился в 2 раза. Определить полную работу, совершаемую газом, и конечную температуру газа. Построить график процесса.

8. Найти изменение энтропии 14 г азота при изобарном нагревании от 27^0C до 127^0C.

Вариант 5

1. Найти объем, занимаемый смесью 2,8 кг азота и 3,2 кг кислорода, при температуре 27^0C и давлении $2\cdot10^5$ Па.

2. Масса 1 кг двухатомного газа находится под давлением 80 кПа и имеет плотность 4 кг/м^3. Найти энергию теплового движения молекул газа при этих условиях.

3. Азот массой m находится при температуре Т=290 К. Найти: 1) среднюю кинетическую энергию одной молекулы азота; 2) среднюю квадратичную энергию вращательного движения всех молекул азота. Газ считать идеальным.

4. Найти показатель адиабаты γ для смеси газов, содержащей гелий массой m_1=8 г и водород массой m_2=2 г.

5. Кинетическая энергия поступательного движения молекул азота, находящегося в баллоне объемом 6,68 м^3, равна $7{,}9\cdot10^4$ Дж, а среднеквадратичная скорость его молекул равна $0{,}7\cdot10^4$ м/с. Найти массу азота в баллоне.

6. Кислород массой 10 г находится при давлении 0,3 МПа и температуре 10^0С. После нагревания при постоянном давлении газ занял объем 10 л. Найти количество теплоты, полученное газом, и энергию теплового движения молекул газа до и после нагревания.

7. Определить количество тепла, выделяющегося при изотермическом сжатии 7 г азота, находящегося в нормальных условиях, если конечное давление в 5 раз превышает начальное.

8. Один моль идеального двухатомного газа давлением 1 атм и температурой 27^0С нагревается при постоянном объеме до давления в 2 атм. После этого газ изотермически расширяется до начального давления и затем изобарически сжимается до начального объема. Начертить график цикла. Определить температуры газа для характерных точек цикла.

Вариант 6

1. Какое число молекул двухатомного газа занимает объем 21 см^3 при давлении 106 мм рт.ст. и температуре 10^0С?

2. В закрытом сосуде находится смесь из 56 г азота и 64 к кислорода. Определить, насколько изменилась внутренняя энергия этой смеси, если ее охладили на 20^0С.

3. Найти среднеквадратичную скорость молекул газа, плотность которого при давлении $8{,}7\cdot10^3$ Па равна 4,5 г/л.

4. Вычислить удельную теплоемкость при постоянном объеме смеси неона и водорода, если масса неона составляет 91% от массы смеси.

5. При изотермическом расширении одного киломоля кислорода, имевшего температуру 228 К, газ поглотил теплоту 3 МДж. Во сколько раз увеличился объем газа?

6. Кислород массой 32 г находится в закрытом сосуде под давлением 0,1 МПа и при температуре 290 К. После нагревания давление в сосуде повысилось в 4 раза. Определить объем сосуда и количество теплоты, сообщенное газу.

7. Кислород, занимающий при давлении 1 МПа объем 5 л, расширился в 3 раза. Определить конечное давление и работу, совершенную газом, если процесс адиабатический.

8. Идеальный двухатомный газ массой 3 моля, занимающий объем 5 л и находящийся под давлением 1 МПа, подвергли изохорному нагреванию до 500 К, а затем изотермическому расширению до начального давления. В результате изобарного сжатия он был возвращен в первоначальное состояние. Построить график цикла и определить его термический кпд.

Вариант 7

1. Определить плотность смеси из 4 г водорода и 32 г кислорода при температуре 7^0С и давлении 700 мм рт.ст.

2. В сосуде объемом 3 л находится 3 г кислорода при температуре 13^0С. Определить внутреннюю энергию газа и его давление на стенки сосуда.

3. Определить значение удельной теплоемкости смеси из 4 г азота и 3 г углекислого газа при постоянном объеме и давлении.

4. Какова энергия вращательного движения молекул, содержащихся в 1 кг азота при температуре 523^0С?

5. Найти длину $< \ell >$ свободного пробега молекул и кислорода при температуре 0^0С, если среднее число <z> столкновений, испытываемых молекулой за 1 секунду, равно $3{,}7 \cdot 10^9$.

6. Углекислый газ, начальная температура которого равна 360 К, адиабатически сжимается до 1/20 части своего первоначального объема. Определить изменение внутренней энергии и совершенную при этом работу, если масса газа равна 20 г.

7. Идеальный двухатомный газ занимает объем 2 л. Сначала его подвергают адиабатическому расширению (в результате его объем возрастает в 5 раз), затем – изобарному сжатию до первоначального объема. В результате изохорического нагревания газ возвращается в первоначальное состояние. Построить график цикла и определить его термический кпд.

8. При совершении цикла Карно газ получил от нагревателя 16,6 кДж энергии и совершил работу в 5,6 кДж. Во сколько раз температура нагревателя выше температуры холодильника?

Вариант 8

1. В закрытом сосуде емкостью 2 м^3 находится 1,4 кг азота и 2 кг кислорода. Найти давление газовой смеси в сосуде, если ее температура 27^0С. Определить массу молекул азота и кислорода.

2. В баллоне емкостью 15 л находится азот под давлением 100 кПа и при температуре 27^0С. После того как из баллона выпустили азот массой 14 г, температура газа стала равна 17^0С. Определить давление азота, оставшегося в баллоне.

3. Определить наиболее вероятную скорость молекул газа, плотность которого при давлении 40 кПа составляет 0,37 кг/м^3.

4. Определить удельную теплоемкость газовой смеси, состоящей из 1 кг гелия и 1 кг кислорода (давление постоянно).

5. 10,5 г азота изотермически расширяется при температуре 37^0С от давления 10 Па до 10^{-2} Па. Найти работу, совершенную газом при расширении.

6. Азот массой 500 г, находящийся под давлением 1 МПа и при температуре 127^0С, подвергли изотермическому расширению (в результате чего давление уменьшилось в 3 раза), а затем – адиабатическому сжатию до начального давления. После этого газ изобарно сжали до начального объема. Построить график цикла и определить работу, совершенную газом за цикл.

7. Трехатомный газ совершает цикл из четырех процессов. Вначале при постоянном объеме его давление возрастает втрое, после чего при постоянном

давлении в 5 раз возрастает объем. Затем происходят последовательно изохорический и изобарический процессы, в результате газ возвращается в исходное состояние. Определить кпд цикла. Построить график четырех процессов.

8. Совершая цикл Карно, газ отдал холодильнику 0,25 теплоты, полученной от нагревателя. Найти температуру холодильника, если температура нагревателя 400 К.

Вариант 9

1. Начертить график изотермического, изобарического и изохорного процессов в координатах P и V, P и T, T и V.

2. Баллон вместимостью V=20 л содержит смесь водорода и азота при температуре 290 К и давлении 1 МПа. Найти массу водорода, если масса смеси 150 г.

3. Среднеквадратичная скорость некоторого газа при нормальных условиях 480 м/с. Сколько молекул содержит 1 г этого газа?

4. При каком давлении средняя длина свободного пробега молекул водорода равна 2,5 см, если температура газа 67^0С? Диаметр молекулы водорода принять равным 0,28 нм.

5. Применив первое начало термодинамики и уравнение состояния идеального газа, покажите, что разность удельных теплоемкостей $C_p - C_v = \frac{R}{\mu}$.

6. Азот массой m=14 г сжимают изотермически при температуре 300 К от давления P_1=100 кПа до давления P_2=500 кПа. Найти: 1) изменение внутренней энергии; 2) работу сжатия; 3) количество выделившейся теплоты.

7. Двухатомный идеальный газ занимает объем V=1 л и находится под давлением P_1=0,1 МПа. После адиабатического сжатия его объем V_2, а давление P_2. В результате изохорического процесса газ охлаждается до первоначальной температуры, а его давление P_3=0,2 МПа. Найти: 1) объем V_2; 2) давление P_2. Начертить график этих процессов.

8. Идеальный газ, совершающий цикл Карно, отдает холодильнику 70% от 5 кДж теплоты, полученной от нагревателя. Найти: 1) термический кпд цикла; 2) работу, совершенную при полном цикле.

Вариант 10

1. В сосуде при температуре 100^0С и давлении $4 \cdot 10^5$ Па находится 2 м^3 смеси кислорода и сернистого газа. Определить парциональное давление компонентов, если масса сернистого газа 1 кг.

2. В сосуде объемом 1 л содержится 5 г идеального газа под давлением 500 ГПа. Определить среднеквадратичную скорость молекул газа.

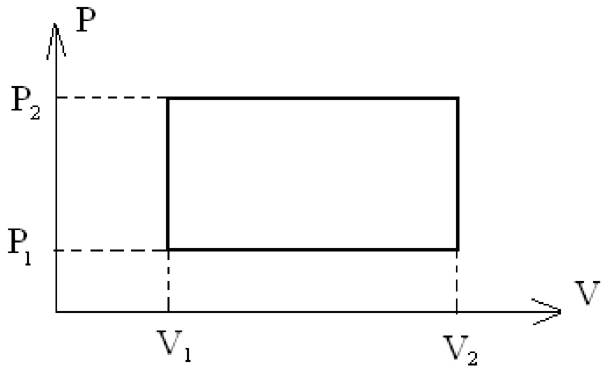
3. Найти удельную теплоемкость при постоянном объеме для газовой смеси, масса киломоля которой равна 22 кг, а отношение удельных теплоемкостей равно 1,395.

4. Найти энергию теплового движения молекул аммиака в баллоне объемом 21 л при давлении 39 кПа.

5. Кислород массой 2 кг занимает объем 6 м^3 и находится под давлением 1 атм. Газ был нагрет сначала при постоянном давлении до объема 13 м^3, а затем при постоянном объеме – до давления 23 атм. Найти изменение внутренней энергии газа.

6. При адиабатическом расширении 1 кг воздуха его объем увеличился в 10 раз. Найти работу расширения, конечное давление, объем и температуру, если начальное давление 1 атм, а начальная температура 15^{0}С.

7. На рисунке изображен цикл работы тепловой машины: V_1=10 л; V_2=11 л; P_1=5 Па; P_2=6 Па. Найти работу, которую совершила машина за цикл, и кпд цикла.



8. Насколько давление P воздуха внутри мыльного пузыря больше атмосферного давления P_0, если диаметр пузыря d=5 мм?

4. ЭЛЕКТРОСТАТИКА. ПОСТОЯННЙ ТОК.

Основные законы и формулы

Закон Кулона
$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|Q_1Q_2|}{\varepsilon r^2},$$

где F - сила взаимодействия двух точечных зарядов Q_1 и Q_2; r - расстояние между зарядами; ε - диэлектрическая проницаемость среды; ε_0 - электрическая постоянная;

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\,\frac{\Phi}{\text{м}}.$$

Закон сохранения заряда

$$\sum_{i=1}^{n} Q_i = \text{const},$$

где $\sum_{i=1}^{n} Q_i$ - алгебраическая сумма зарядов, входящих в изолированную систему; n - число зарядов.

Напряженность электрического поля

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q},$$

где $\vec{F}$ - сила, действующая на точечный заряд Q, помещенный в данную точку поля.

Поток вектора напряженности $\vec{E}$ электрического поля:

а) через произвольную поверхность S, помещенную в неоднородном поле,

$$\Phi_E = \int_S E\cos\alpha dS, \quad \text{или} \quad \Phi_E = \int_S E_n dS,$$

где α - угол между вектором напряженности $\vec{E}$ и нормальную n к элементу поверхности; dS – площадь элемента поверхности; E_n - проекция вектора напряженности на нормаль;

б) через плоскую поверхность, помещенное в однородное электрическое поле,

$$\Phi_E = E \cdot S\cos\alpha.$$

Поток вектора напряженности E через замкнутую поверхность

$$\Phi_E = \oint_S E_n dS,$$

где интегрирование ведется по всей поверхности.

Теорема Остроградского-Гаусса. Поток вектора напряженности E через любую замкнутую поверхность, охватывающую заряды $Q_1, Q_2, ..., Q_n$,

$$\Phi_E = \frac{1}{\varepsilon_0\varepsilon}\sum_{i=1}^{n} Q_i,$$

где $\sum_{i=1}^{n} Q_i$ - алгебраическая сумма зарядов, заключенных внутри замкнутой поверхности; n - число зарядов.

Напряженность электрического поля, создаваемого точечным зарядом Q на расстоянии r от заряда,

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{\varepsilon r^2}.$$

Напряженность электрического поля, создаваемого металлической сферой радиусом R, несущей заряд Q, на расстоянии r от центра сферы :

внутри сферы (r< R) ……………….. E = 0

на поверхности сферы (r = R) ……… $E = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{Q}{\varepsilon R^2}$

вне сферы (r > R) .... $E = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{Q}{\varepsilon r^2}$.

Принцип суперпозиции (наложения) электрических полей, согласно которому напряженность $\vec{E}$ результирующего поля, созданного двумя (и более) точечными зарядами (рис. 9), равна векторной (геометрической) сумме напряженностей складываемых полей, выражается формулой

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + ... + \vec{E}_n .$$

В случае двух электрических полей с напряженностями $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$ абсолютное значение вектора напряженности

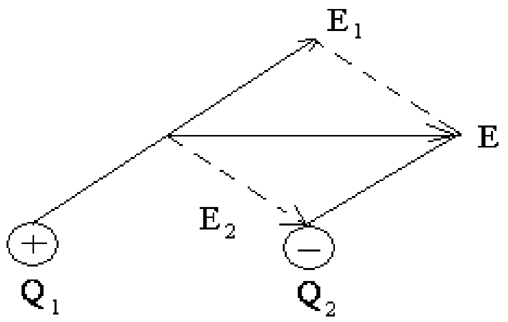


Рис. 9

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2\cos\alpha} ,$$

где α – угол между векторами $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$.

Напряженность поля, создаваемого бесконечно длиной равномерно заряженной нитью (или цилиндром) на расстоянии r от ее оси,

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2\tau}{\varepsilon r},$$

где τ – линейная плотность заряда.

Линейная плотность заряда есть величина, равная отношению заряда, распределенного по нити, к длине нити (цилиндра):

$$\tau = \frac{\Delta Q}{\Delta l}.$$

Напряженность поля, создаваемого бесконечной равномерно заряженной плоскостью, –

$$E = \frac{1}{2}\frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon},$$

где σ – поверхностная плотность заряда.

Поверхностная плотность заряда есть величина, равная отношению заряда, распределенного по поверхности, к площади этой поверхности :

$$\sigma = \frac{\Delta Q}{\Delta S} .$$

Напряженность поля, создаваемого двумя параллельными бесконечными равномерно и разноименно заряженными плоскостями, с одинаковой по абсолютному значению поверхностной плотностью σ заряда (поле плоского конденсатора)

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon} .$$

Приведенная формула справедлива для вычисления напряженности поля между пластинами плоского конденсатора (в средней части его) только в том случае, если расстояние между пластинами много меньше линейных размеров пластин конденсатора.

Электрическое смещение $\vec{D}$ связано с напряженностью $\vec{E}$ электрического поля соотношением

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E},$$

это соотношение справедливо только для изотропных диэлектриков.

Потенциал электрического поля есть величина, равная отношению потенциальной энергии к точечному положительному заряду, помещенному в данную точку поля:

$$\varphi = \frac{\Pi}{Q},$$

или потенциал электрического поля есть величина, равная отношению работы сил поля по перемещению точечного положительного заряда из данной точки поля в бесконечность к величине этого заряда:

$$\varphi = \frac{A}{Q}.$$

Потенциал электрического поля в бесконечности условно принят равным нулю.

Потенциал электрического поля, создаваемый точечным зарядом Q на расстоянии r от заряда, –

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon r} .$$

Потенциал электрического поля, создаваемый металлической, несущей заряд Q сферой радиусом R, на расстоянии r от центра сферы:

внутри сферы ($r < R$) ………………… $\varphi = \dfrac{Q}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon R}$,

на поверхности сферы ($r = R$) ……….. $\varphi = \dfrac{Q}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon R}$,

вне сферы ($r > R$) ……………………… $\varphi = \dfrac{Q}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon r}$.

Во всех приведенных для потенциала заряженной сферы формулах ε, есть диэлектрическая проницаемость однородного безграничного диэлектрика, окружающего сферу.

Потенциал электрического поля, созданного системой n точечных зарядов, в данной точке в соответствии с принципом суперпозиции электрических полей равен алгебраической сумме потенциалов $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_n$, создаваемых отдельными точечными зарядами $Q_1, Q_2, \ldots, Q_n$:

$$\varphi = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i .$$

Энергия W взаимодействия системы точечных зарядов $Q_1, Q_2, \ldots, Q_n$ определяется работой, которую эта система зарядов может совершить при удалении их относительно друг друга в бесконечность, и выражается формулой

$$W = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} Q_i \varphi_i ,$$

где φ_i - потенциал поля, создаваемого всеми $n - 1$ зарядами (за исключением I-го) в точке, где расположен заряд Q_i.

Потенциал связан с напряженностью электрического поля соотношением

$$\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}\varphi ,$$

где $\text{grad}\varphi$ – градиент потенциала в той же точке.

Градиентом скалярной величины φ, являющейся функцией пространственных координат, называют вектор $\text{grad}\varphi$, направленный в сторону наиболее быстрого возрастания этой величины и численно равный скорости изменения в этом направлении:

$$\overrightarrow{\text{grad}}\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\vec{k} .$$

В случае электрического поля, обладающего сферической симметрией, эта связь выражается формулой

$$E = -\frac{d\varphi}{dr}\frac{\vec{r}}{r},$$

или в скалярной форме

$$E = \frac{d\varphi}{dr} .$$

В случае однородного поля, т.е. поля, напряженность которого в каждой точке его одинакова как по абсолютному значению, так и по направлению, –

$$E = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2)}{d},$$

где φ_1 и φ_2 – потенциалы точек двух эквипотенциальных поверхностей; d – расстояние между этими поверхностями вдоль электрической силовой линии.

Работа, совершаемая электрическим полем при перемещение точечного заряда Q из одной точки поля, имеющей потенциал φ_1, в другую, имеющую потенциал φ_2,

$$A = Q(\varphi_1 - \varphi_2), \text{ или } A = Q\int_L E_l d\ell ,$$

где E_l – проекция вектора напряженности $\vec{E}$ на направления перемещения; $d\ell$ – перемещение.

В случае однородного поля последняя формула принимает вид

$$A = QE\ell\cos\alpha ,$$

где ℓ – перемещение; α – угол между направлениями вектора $\vec{E}$ и перемещения ℓ.

Диполь есть система двух точечных (равных по абсолютному значению и противоположных по знаку) зарядов, расстояние ℓ между которыми значительно меньше расстояния до тех точек, в которых определяется поле системы. Прямая, проходящая через оба заряда, называется осью диполя.

Произведение

$$Q\vec{\ell} = \vec{p}$$

называется электрическим моментом диполя. Вектор p направлен по оси диполя от отрицательного заряда к положительному (рис. 10).

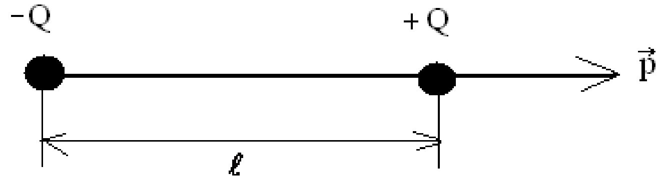


Рис. 10

Напряженность и потенциал неточечного диполя определяются как для системы зарядов.

Механический момент, действующий на диполь с электрическим моментом p, помещенный в однородное электрическое поле с напряженностью E,

$\vec{M} = [\vec{p}\vec{E}]$, или $M = pE\sin\alpha$,

где α – угол между направлениями векторов $\vec{p}$ и $\vec{E}$ (рис 11).

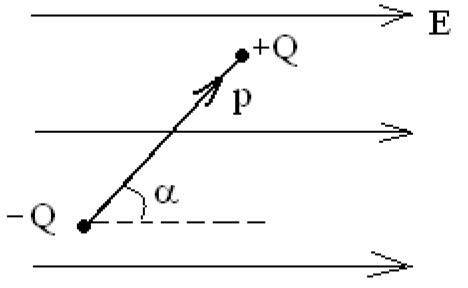


Рис. 11

Электроемкость уединенного проводника или конденсатора $C = \dfrac{\Delta Q}{\Delta \varphi}$,
где ΔQ - заряд, сообщенный проводнику (конденсатору); $\Delta \varphi$ - изменение потенциала, вызванное этим зарядом.

Электроемкость уединенной проводящей сферы радиусом R, находящейся в бесконечной среде с диэлектрической проницаемостью ε, − $C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R$.

Если сфера полая и заполнена диэлектриком, то электроемкость ее от этого не изменяется.

Электроемкость плоского конденсатора − $C = \dfrac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$,
где S – площадь пластин (каждой пластины); d- расстояние между ними; ε - диэлектрическая проницаемость диэлектрика, заполняющего пространство между пластинами.

Электроемкость плоского конденсатора, заполненного n слоями диэлектрика толщиной d_i каждый с диэлектрическими проницаемостями ε_i (слоистый конденсатор), −

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{\dfrac{d_1}{\varepsilon_1} + \dfrac{d_2}{\varepsilon_2} + \ldots + \dfrac{d_n}{\varepsilon_n}}.$$

Электроемкость сферического конденсатора (две концентрические сферы радиусом R_1 и R_2, пространство между которыми заполнено диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ε) такова:

$$C = \frac{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon R_1 R_2}{R_2 R_1}.$$

Электроемкость последовательно соединенных конденсаторов находится так:

в общем случае $\dfrac{1}{C} = \dfrac{1}{C_1} + \dfrac{1}{C_2} + \ldots + \dfrac{1}{C_n}$,

где n - число конденсаторов;

в случае двух конденсаторов $C = \dfrac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$;

в случае n одинаковых конденсаторов с электроемкостью C_1 каждый $C = \dfrac{C_1}{n}$.

Электроемкость параллельно соединенных конденсаторов:

в общем случае $C = C_1 + C_2 + \ldots + C_n$;

в случае двух конденсаторов $C = C_1 + C_2$;

в случае n одинаковых конденсаторов с электроемкостью C_1 каждый $C = nC_1$.

Энергия заряженного проводника выражается через заряд Q, потенциал φ и электроемкость C проводника следующим соотношениями:

$$W = \frac{1}{2}C\varphi^2 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}Q\varphi.$$

Энергия заряженного конденсатора −

$$W = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}QU,$$

где C- электроемкость конденсатора; U- разность потенциалов на его пластинах.

Объемная плотность энергии (энергия электрического поля, приходящаяся на единицу объема) −

$$\omega = \frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon E^2 = \frac{1}{2}ED,$$

где E- напряженность электрического поля в среде с диэлектрической проницаемостью ε; D- электрическое смещение.

Сила постоянного тока −

$$I = \frac{Q}{t},$$

где Q- количество электричества, прошедшее через поперечное сечение проводника за время t.

Плотность электрического тока есть векторная величина, равная отношению силы тока к площади S поперечного сечения проводника:

$$\vec{j} = \frac{I}{S}\vec{k},$$

где $\vec{k}$- единичный вектор, по направлению совпадающий с направлением движения положительных носителей заряда.

Сопротивление однородного проводника −

$$R = \frac{\rho l}{S},$$

где ρ- удельное сопротивление вещества проводника; l- его длина.

Проводимость G проводника и удельная проводимость γ вещества:

$$G = \frac{1}{R}, \quad \gamma = \frac{1}{\rho}.$$

Зависимость удельного сопротивления от температуры

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t),$$

где ρ и ρ_0- удельные сопротивления соответственно при t и 0^0 C; t- температура (по шкале Цельсия); α - температурный коэффициент сопротивления.

Зависимость сопротивления проводника от температуры

$$R=R_0(1+\alpha t) \text{ или } R=\alpha R_0 T,$$

где T – термодинамическая температура.

Сопротивления соединения проводников рассчитывается так:

при последовательном соединении $R = \sum_{i=1}^{n} R_i$;

при параллельном соединении $\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i}$,

где R_i – сопротивления i - го проводника; n- число проводников.

Закон Ома:

для неоднородного участка цепи $I = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) + \varepsilon_{12}}{R} = \frac{U}{R}$,

для однородного участка цепи ($\varepsilon_{12} = 0$) $I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R} = \frac{U}{R}$,

для замкнутой цепи $I = \frac{\varepsilon}{R}$.

где $(\varphi_1 - \varphi_2)$ – разность потенциалов на концах участка цепи; ε_{12} – ЭДС источника тока, входящих в участок; U – напряжение на участке цепи; R – сопротивление цепи (участка цепи); ε – ЭДС всех источников тока цепи.

Правила Кирхгофа. Первое правило: алгебраическая сумма сил токов, сходящихся в узле, равна нулю, т.е.

$$\sum_{i=1}^{n} I_i = 0,$$

где n – число токов, сходящихся в узле.

Второе правило: в замкнутом контуре алгебраическая сумма напряжений на всех участках контура равна алгебраической сумме электродвижущих сил.

$$\sum_{i=1}^{n} I_i R_i = \sum_{i=1}^{k} \varepsilon_i,$$

где I_i – сила тока на i – м участке; R_i – активное сопротивление на i – м участке; ε_i – ЭДС источников тока на i – м участке; n – число участков, содержащих активное сопротивление; k – число участков, содержащих источники тока.

Работа, совершаемая электростатическим полем и сторонними силами в участке цепи постоянного тока за время t, – $A = IUt$.

Мощность тока – $P = IU$.

Закон Джоуля-Ленца – $Q = I^2Rt$,

где Q – количество теплоты, выделяющееся в участках цепи за время t.

Закон Джоуля-Ленца справедлив при условии, что участок цепи неподвижен и в нем не совершаются химические превращения.

4.1. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1. В вершинах равностороннего треугольника находятся одинаковые положительные заряды Q_1=Q_2=Q_3=1 нКл (рис. 12). Какой отрицательный Q_4 необходимо поместить в центр треугольника, чтобы сила притяжения с его стороны уравновесила силы отталкивания зарядов, находящихся в вершинах?

Решение. Все три заряда, расположенные по вершинам треугольника, находятся в одинаковых условиях. Заряд Q будет находиться в равновесии, если векторная сумма действующих на него сил равна нулю:

$$\vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{F} + \vec{F}_4 = 0,$$

где $\vec{F}$ – равнодействующая сил $\vec{F}_2$ и $\vec{F}_3$; $F = F_3$.

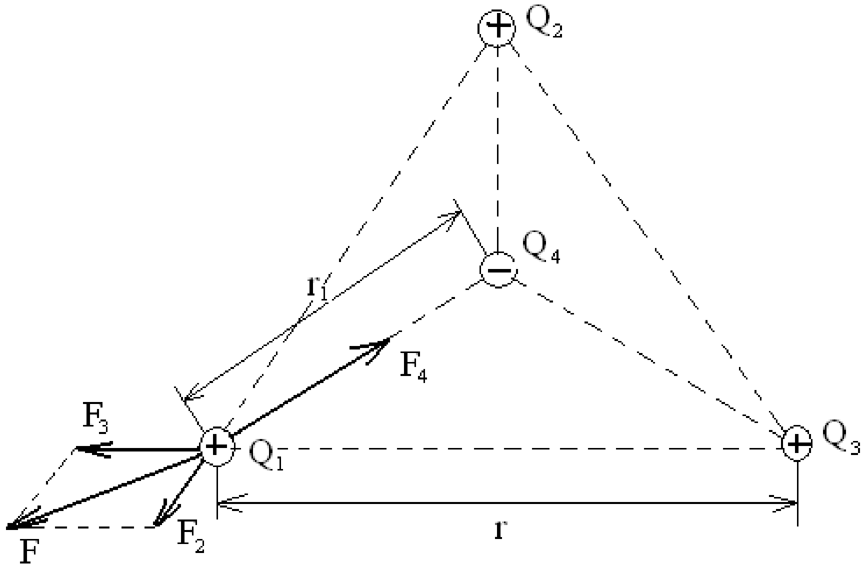


Рис. 12

Выразив F через F_2 и F_3 (с учетом того, что $\vec{F}_3 = \vec{F}_2$), получим

$$F_4 = F_2\sqrt{2(1+\cos\alpha)}.$$

По закону Кулона

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1Q_4}{\varepsilon r_1^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1^2}{\varepsilon r^2}\sqrt{2(1+\cos\alpha)},$$

откуда

$$Q_4 = \frac{Q_1 r_1^2}{r^2}\sqrt{2(1+\cos\alpha)}.$$

Выразим $r_1 = \dfrac{r/2}{\cos 30^0} = \dfrac{r}{2\cos 30^0} = \dfrac{r}{\sqrt{3}}$; $\cos\alpha = \cos 60^0 = 1/2$.

С учетом этого мы получим

$$Q_4 = \frac{Q_1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{3} = 0{,}58 \text{ нКл}.$$

Пример 2. Два точечных электрических заряда Q_1=1 нКл и Q_2= -2 нКл находятся в воздухе на расстоянии d=10 см друг от друга (рис. 13). Определить напряженность E и потенциал φ поля, создаваемого этими зарядами в точке A, удаленной от заряда Q_1 на расстояние r_1=9 см и от заряда Q_2 на r_2=7 см.

Решение. Согласно принципу суперпозиции электрических полей каждый заряд создает поле независимо от присутствия в пространстве других зарядов. Поэтому напряженность $\vec{E}$ электрического поля в искомой точке может быть найдена как геометрическая сумма напряженностей $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$ полей, создаваемых каждым зарядом в отдельности: $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$.

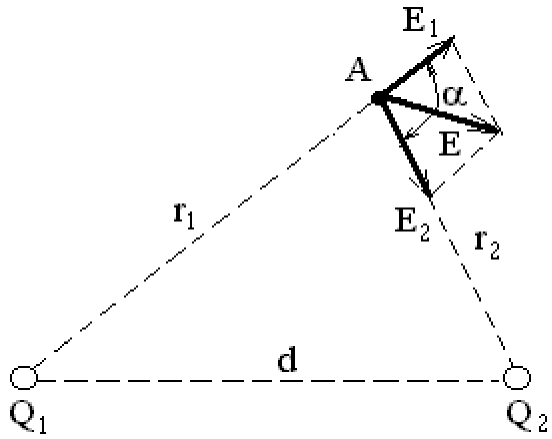


Рис. 13

Значения напряженности электрического поля, создаваемого в воздухе (ε=1) зарядами Q_1 и Q_2, находятся так:

$$E_1 = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_1^2} \tag{1}$$

$$E_2 = \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_2^2} \tag{2}$$

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2\cos\alpha}\,, \tag{3}$$

где α – угол между векторами E_1 и E_2, который может быть найден из треугольника со сторонами r_1, r_2 и d:

$$\cos\alpha = \frac{d^2 - r_1^2 - r_2^2}{2r_1r_2}; \ \cos\alpha = \frac{(0{,}1)^2 - (0{,}09)^2 - (0{,}07)^2}{2\cdot 0{,}09\cdot 0{,}07} = -0{,}238.$$

Подставив выражения E_1 из (1) и E_2 из (2) в (3) и вынося общий множитель $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ за знак корня, получаем:

$$E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sqrt{\frac{Q_1^2}{r_1^4}+\frac{Q_2^2}{r_2^4}+2\frac{Q_1Q_2}{r_1^2r_2^2}\cos\alpha}=\frac{1}{\dfrac{4\pi}{4\pi\cdot 9\cdot 10^9}};$$

$$E=\sqrt{\frac{(10^{-9})^2}{(0{,}09)^4}+\frac{(2\cdot 10^{-9})^2}{(0{,}07)^4}+2\frac{10^{-9}\cdot 2\cdot 10^{-9}}{(0{,}09)^2(0{,}07)^2}(-0{,}238)}\ \frac{В}{м}=3{,}58\cdot 10^3\ \frac{В}{м}. \quad (4)$$

В соответствии с принципом суперпозиции электрических полей потенциал φ результирующего поля, создаваемого двумя зарядами Q_1 и Q_2, равен алгебраической сумме потенциалов, т.е.

$$\varphi=\varphi_1+\varphi_2\,. \quad (5)$$

Потенциал электрического поля, создаваемого в вакууме точечным зарядом Q на расстоянии r от него, выражается формулой

$$\varphi=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}\,. \quad (6)$$

В нашем случае согласно формулам (5) и (6) получим

$$\varphi=\frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_1}+\frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_2}\,,$$

или

$$\varphi=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q_1}{r_1}+\frac{Q_2}{r_2}\right)=\frac{1}{\dfrac{4\pi}{4\pi\cdot 9\cdot 10^9}}\left(\frac{10^{-9}}{0{,}09}+\frac{-2\cdot 10^{-9}}{0{,}07}\right)В=-157\,В.$$

При вычислении E знак заряда Q_2 "опущен", т.к. знак заряда определяет направление вектора напряженности, а направление E_2 было учтено при его графическом изображении.

Пример 3. На пластинах плоского конденсатора (рис. 14) находится заряд Q=10 Кл. Площадь S каждой пластины конденсатора равна 100 см^2, диэлектрик – воздух. Определить силу F, с которой притягиваются пластины. Поле между пластинами считать однородным.

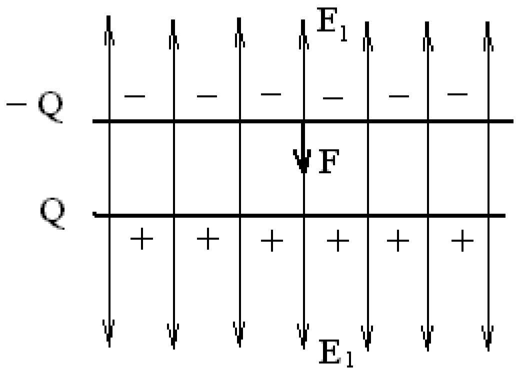


Рис. 14

Решение. Заряд -Q одной пластины находится в поле напряженностью E_1, созданном зарядом другой пластины конденсатора. Следовательно, на первый заряд действует сила

$$F = QE_1. \qquad (1)$$

Так как

$$E_1 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{Q}{2\varepsilon_0 S}, \qquad (2)$$

где σ – поверхностная плотность заряда пластины, то формула (1) примет вид

$$F = \frac{Q^2}{2\varepsilon_0 S} = \frac{10^{-18}}{2 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{-2}} = 5{,}65 \cdot 10^{-4}\ \text{Н}.$$

Пример 4. Электростатическое поле создается бесконечной плоскостью, равномерно заряженной с поверхностной плотностью σ=1нКл/м^2. Определить разность потенциалов между двумя точками этого поля, лежащими на расстоянии x_1=20 см и x_2=50 см от плоскости.

Решение. Для определения разности потенциалов воспользуемся соотношением между напряженностью поля и изменением потенциала:

$$E = -\frac{d\varphi}{dx} \text{ или } d\varphi = -Edx.$$

Проинтегрировав последнее выражение, определим разность потенциалов двух точек:

$$\varphi_2 - \varphi_1 = -\int_{x_1}^{x_2} Edx,$$

где $E = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$ – напряженность поля, создаваемая равномерно заряженной бесконечной плоскостью:

$$\varphi_2 - \varphi_1 = -\int_{x_1}^{x_2} \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} dx$$

или

$$\varphi_2 - \varphi_1 = -\int_{x_1}^{x_2} \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} dx = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(x_2 - x_1) = \frac{10^{-9}}{2 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}}(0{,}5 - 0{,}2) = 16{,}9\ \text{В}$$

Пример 5. На металлической сфере радиусом 15 см находится заряд Q=2 нКл. Определить напряженность E электрического поля: 1) на расстоянии r_1=10 см от центра сферы; 2) на поверхности сферы; 3) на расстоянии r_2=20 см от центра сферы. Построить график зависимости E(r).

Решение. По теореме Гаусса поток вектора напряженности E через любую замкнутую поверхность, охватывающую заряды, −

$$\Phi_E = \frac{1}{\varepsilon\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n} Q_i ,$$

где $\sum_{i=1}^{n} Q_i$ – алгебраическая сумма зарядов, заключенных внутри замкнутой поверхности.

$$\Phi_E = \oint_S E_n dS ,$$

где интегрирование ведется по всей замкнутой поверхности.

$E_n = E\cos\alpha$ – проекция вектора напряженности на нормаль к поверхности:

1) $r_1 < R$, $\sum Q_i = 0$, $E_1 = 0$;

2) r=R, $E_2 = 4\pi R^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0}$, $E_2 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R^2} = \frac{2\cdot 10^{-9}}{4\cdot 3{,}14\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 0{,}15^2} = 800\text{В/м}$;

3) $r_2 > R$, $E_3 = 4\pi r_2^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0}$, $E_3 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r_2^2} = \frac{2\cdot 10^{-9}}{4\cdot 3{,}14\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 0{,}2^2} = 450\text{В/м}$.

Пример 6. Кольцо радиусом r=5 см из тонкой проволоки равномерно заряжено с линейной плотностью σ=14 нКл/м (рис. 15). Определить напряженность поля на оси, проходящей через центр кольца, в точке, удаленной на расстоянии a=10 см от центра кольца.

Решение. Элемент кольца $d\ell$ имеет заряд $dQ = \tau d\ell$.

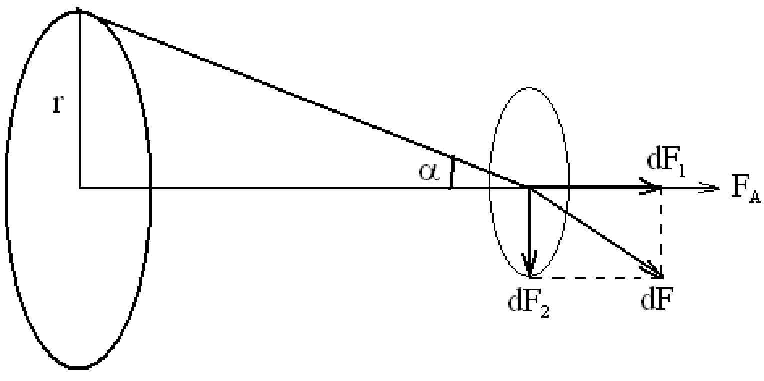


Рис. 15

Напряженность электрического поля в точке А, создаваемая этим элементом, $dE = \frac{dQ}{4\pi\varepsilon_0 x^2}$. Она направлена по линии, соединяющей элемент кольца $d\ell$ с точкой А. Для нахождения напряженности поля всего кольца надо векторно сложить $d\vec{E}$ от всех элементов. Вектор $d\vec{E}$ можно разложить на составляющие $d\vec{E}_1$ и $d\vec{E}_2$. Составляющие $d\vec{E}_2$ каждых двух диаметрально противоположных элементов взаимно уничтожаются, и тогда $\sum d\vec{E}_2 = 0$, а $E_A = \sum d\vec{E}_1 = \int_0^Q d\vec{E}_1$;

$$dE_1 = dE\frac{a}{x} = \frac{dQa}{4\pi\varepsilon_0 x^3}, \text{ но } x = \sqrt{a^2 + r^2},$$

$$E_A = \int_0^Q \frac{adQ}{4\pi\varepsilon_0 (a^2 + r^2)^{3/2}} = \frac{aQ}{4\pi\varepsilon_0 (a^2 + r^2)^{3/2}},$$

где Q − заряд кольца, $Q = \int dQ = \tau 2\pi r$. Тогда

$$E_A = \frac{2\pi r a \tau}{4\pi\varepsilon_0 (a^2 + r^2)^{3/2}} = \frac{5\cdot 10^{-2}\cdot 0{,}1\cdot 1{,}4\cdot 10^{-8}}{2\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}(0{,}1^2 + (5\cdot 10^{-2})^2)^{3/2}} = 2{,}83\cdot 10^3 \text{ В/м}.$$

Пример 7. Диполь с электрическим моментом p=2 нКл·м находится в однородном электрическом поле напряженностью E=30 кВ/м. Вектор $\vec{p}$ составляет угол α_0=60^0 с направлением силовых линий поля. Определить произведенную внешними силами работу A поворота диполя на угол β=30^0.

Решение: Работу, совершаемую при повороте диполя, можно вычислить двумя способами:

1) непосредственно интегрированием выражения элементарной работы;

2) с помощью соотношения между работой и изменением потенциальной энергии диполя в электрическом поле (рис. 16).

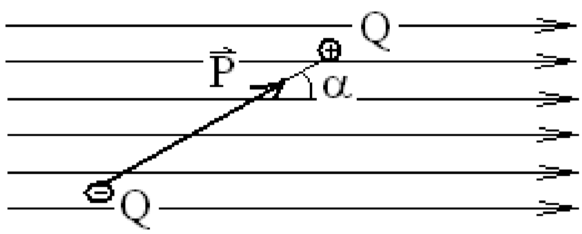


Рис. 16

Элементарная работа при повороте диполя на угол dα −

$$dA = Md\alpha = pE\sin\alpha d\alpha,$$

а полная работа при повороте на угол от α_0 до α −

$$A = \int_{\alpha_0}^{\alpha} pE\sin\alpha d\alpha = pE\int_{\alpha_0}^{\alpha}\sin\alpha d\alpha.$$

Проведя интегрирование, получим

$$A = -pE(\cos\alpha - \cos\alpha_0) = pE(\cos\alpha_0 - \cos\alpha),$$

где $\alpha = \alpha_0 + \beta = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2}$;

$$A = 2 \cdot 10^{-9} \cdot 3 \cdot 10^4 \cdot 0{,}5 = 3 \cdot 10^{-5} \text{ Дж}.$$

Работа A внешних сил связана с изменением потенциальной $\Delta П$ соотношением

$$A = \Delta П = П_2 - П_1,$$

где $П_1$ и $П_2$ – потенциальные энергии системы соответственно в начальном и конечном состояниях. Так как потенциальная энергия диполя в электрическом поле выражается формулой $П = -pE\cos\alpha$, то

$$A = pE(\cos\alpha_0 - \cos\alpha).$$

Пример 8. Определить ускоряющую разность потенциалов U, которую должен пройти в электрическом поле электрон, обладающий скоростью v_1=10^6м/с, чтобы скорость его возросла в n=2 раза.

Решение: Ускоряющую разность потенциалов можно найти, вычислив работу A сил электростатического поля. Эта работа определяется произведением заряда e электрона на разность потенциалов U:

$$A = Q_e U. \qquad (1)$$

Работа сил электростатического поля в данном случае равна изменению кинетической энергии электрона:

$$A = T_2 - T_1 = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}, \qquad (2)$$

где T_1 и T_2 – кинетическая энергия электрона до и после прохождения ускоряющего поля; m – масса электрона; v_1 и v_2 – начальная и конечная скорости электрона.

Приравняв правые части равенств (1) и (2), получим

$$Q_e U = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = \frac{mn^2 v_2^2}{2} - \frac{mn^2 v_1^2}{2},$$

где $n = \frac{v_2}{v_1}$.

Отсюда искомая разность потенциалов –

$$U = \frac{mv_1^2(n^2-1)}{2Q_e} = \frac{9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot (10^6)^2}{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}(2^2 - 1) = 8{,}53 \text{ В}.$$

Пример 9. Площадь пластин плоского конденсатора S=0,01 м^2, расстояние между ними d=1 см к пластинам приложена разность потенциалов U=300 В. В пространстве между пластинами находятся плоскопараллельная пластина стекла толщиной d_1=0,5 см и плоскопараллельная пластина парафина толщиной d_2=0,5 см. Определить напряженности E_1 и E_2 электрического поля и падение потенциала U_1 и U_2 в каждом слое. Каковы при этом емкость С конденсатора и поверхностная плотность заряда σ на пластинах?

Решение. E_1 и E_2 – значения напряженности электрического поля стекла и парафина; U_1 и U_2 – значения падения потенциала в каждом слое:

$$E_1\varepsilon_1 = E_2\varepsilon_2, \qquad (1)$$

$$U_1 + U_2 = U. \qquad (2)$$

Уравнение (2) можно записать так:

$$E_1 d_1 + E_2 d_2 = U. \qquad (3)$$

Из (1) и (3) имеем:

$$E_1 = \frac{U\varepsilon_2}{\varepsilon_1 d_2 + \varepsilon_2 d_1} = \frac{300\cdot 2}{6\cdot 0{,}005 + 2\cdot 0{,}005} = 15\cdot 10^3 \text{ В/м},$$

$$E_2 = \frac{\varepsilon_1 E_1}{\varepsilon_2} = \frac{6\cdot 15\cdot 10^3}{2} = 45\cdot 10^3 \text{ В/м}.$$

Падение потенциала в каждом слое −

$$U_1 = E_1 d_1 = 15\cdot 10^3\cdot 0{,}005 = 75 \text{ В},$$

$$U_2 = E_2 d_2 = 45\cdot 10^3\cdot 0{,}005 = 225 \text{ В}.$$

Емкость С находится по формуле

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}, \text{ где } C_1 = \frac{\varepsilon_0\varepsilon_1 S}{d_1}; \; C_2 = \frac{\varepsilon_0\varepsilon_2 S}{d_2}.$$

$$C = \frac{\varepsilon_0\varepsilon_1\varepsilon_2 S}{d_1\varepsilon_2 + d_2\varepsilon 1} = \frac{8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 6\cdot 2\cdot 10^{-2}}{0{,}005\cdot 2 + 0{,}005\cdot 6} = 26{,}6\cdot 10^{-12} \text{ Ф}.$$

Заряд на одной из пластин −

$$Q = \sigma S = C_1 U_1 = C_2 U_2 = CU.$$

Тогда

$$\sigma = \frac{CU}{S} = \frac{26{,}6\cdot 10^{-12}\cdot 300}{10^{-2}} = 8\cdot 10^{-7} \text{ Кл/м}^2.$$

Пример 10. Конденсатор емкостью C_1=3 мкФ был заряжен до разности потенциалов U_1=40 В. После отключения от источника тока конденсатор соединили параллельно с другим незаряженным конденсатором емкостью C_2=5 мкФ. Какая энергия W израсходуется на образование искры в момент присоединения второго конденсатора?

Решение: Энергия, израсходованная на образование искры, −

$$W = W_1 - W_2, \qquad (1)$$

где W_1 – энергия, которой обладал первый конденсатор до присоединения к нему второго конденсатора; W_2 – энергия, которую имеет батарея, составленная из двух конденсаторов.

Энергия заряженного конденсатора определяется по формуле

$$W = \frac{1}{2}CU^2, \qquad (2)$$

где C – емкость конденсатора или батареи конденсаторов.

Выразив в формуле (1) энергии W_1 и W_2 по формуле (2) и приняв во внимание, что общая емкость параллельно соединенных конденсаторов равна сумме емкостей отдельных конденсаторов, получим

$$W = \frac{1}{2}C_1U_1^2 - \frac{1}{2}(C_1 + C_2)U_2^2, \qquad (3)$$

где U_2 – разность потенциалов на зажимах батареи конденсаторов.

Учитывая, что заряд после присоединения второго конденсатора остался прежним, выразим разность потенциалов U_2 следующим образом:

$$U_2 = \frac{Q}{C_1 + C_2} = \frac{C_1U_2}{C_1 + C_2}. \qquad (4)$$

Подставив выражение U_2 в (3), найдем

$$W = \frac{C_1U_1^2}{2} - \frac{(C_1 + C_2)C_1^2U_1^2}{2(C_1 + C_2)^2},$$

или

$$W = \frac{1}{2}\frac{C_1C_2}{C_1 + C_2}U_1^2 = \frac{1}{2}\frac{3\cdot10^{-6}\cdot5\cdot10^{-6}}{3\cdot10^{-6} + 5\cdot10^{-6}}1600 = 1{,}5\,\text{мДж}.$$

Пример 11. Определить плотность тока, если за 2 с через проводник сечением 1,6 мм^2 прошло $2\cdot10^{19}$ электронов (заряд электрона $e=1{,}6\cdot10^{-19}$ Кл).
Решение. Плотность тока измеряется силой тока, отнесенной к единице площади поперечного сечения проводника

$$j = \frac{I}{S}, \text{ где } I = \frac{Q}{t}, \quad Q = e\cdot N;$$

$$j = \frac{Ne}{St} = \frac{2\cdot10^{19}\cdot1{,}6\cdot10^{-19}}{1{,}6\cdot10^{-6}\cdot2} = 10^6 \text{ А/м}^2.$$

Пример 12. Определить суммарный импульс электронов в прямом проводе длиной ℓ=500 м, по которому течет ток силой I=20 А. Заряд электрона $e=1{,}6\cdot10^{-19}$ Кл.

Решение. Ток в металле представляет собой направленное движение свободных электронов. Оно характеризуется определенным импульсом.

Чтобы найти этот импульс, просуммируем импульсы отдельных электронов:

$$P = \sum_{i=1}^{N} mv_i = mNv_{ср}, \qquad (1)$$

где m – масса электрона; N – число свободных электронов в проводнике; $v_{ср}$ – средняя скорость их направленного движения.

Скорость $v_{ср}$ выразим через данную в условии силу тока по формуле $j = nev_{ср}$, учитывая, что плотность тока $j = \frac{I}{S}$

$$nev_{ср} = \frac{I}{S}, \quad v_{ср} = \frac{I}{enS}.$$

Подставив это значение $v_{ср}$ в формулу (1) и имея в виду, что отношение $\frac{N}{n}$ равно объему провода получим

$$P = \frac{mIN}{enS} = \frac{mvI}{eS} = \frac{m\ell I}{e} = \frac{9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 500 \cdot 20}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 5{,}7 \cdot 10^{-8}\ \frac{кг \cdot м}{с}.$$

Пример 13. Если вольтметр соединить последовательно с сопротивлением R=10 кОм, то при напряжении U_0=120 В он покажет U_1=50 В. Если соединить его последовательно с неизвестным сопротивлением R_x, то при том же напряжении вольтметр покажет U_2=10 В. Определить это сопротивление.

Решение. Данная цепь представляет собой последовательное соединение двух элементов: вольтметра и сопротивления. При последовательном соединении сила тока одинакова на всех участках цепи. Рассматриваемая цепь является однородной:

$$\frac{U_1}{R_v} = \frac{(U_0 - U_1)}{R}, \qquad (1)$$

где U_1 и R_V − напряжение на вольтметре и его сопротивление; U_0-U_1=U_R – напряжение сопротивления R (рис. 17).

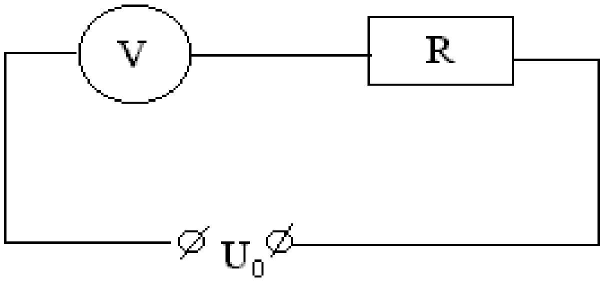


Рис. 17

Для случая, когда включено неизвестное сопротивление,

$$\frac{U_2}{R_v} = \frac{(U_0 - U_2)}{R_x}. \qquad (2)$$

Исключив из (1) и (2) величину R_V, получим

$$R_x = \frac{(U_0 - U_2)U_1}{(U_0 - U_1)U_2} = \frac{(120-10)50}{(120-50)10} = 79 \cdot 10^3 \text{ Ом.}$$

Пример 14. Сила тока в проводнике сопротивлением R=20 Ом нарастает в течение Δt=2 с по линейному закону от I_0=0 до I=6 А. Определить теплоту, выделившуюся в этом проводнике за первую секунду(Q_1), за вторую секунду (Q_2), а также найти отношение $\frac{Q_2}{Q_1}$.

Решение. Закон Джоуля-Ленца в виде $Q = I^2Rt$ справедлив для постоянного тока (I=const). Если же сила тока в проводнике изменяется, то указанный закон справедлив для бесконечно малого интервала и записывается в виде

$$dQ = I^2Rdt. \qquad (1)$$

В данном случае сила тока является некоторой функцией времени

$$I = kt, \qquad (2)$$

где k – коэффициент пропорциональности, характеризующий скорость изменения силы тока:

$$k = \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{6}{2} = 3\frac{A}{c}.$$

С учетом (2) формула (1) примет вид

$$dQ = k^2RI^2qt. \qquad (3)$$

Для определения теплоты, выделившейся за конечный интервал времени Δt, выражение (3) надо проинтегрировать в пределах от t_1 до t_2:

$$Q = k^2R\int_{t_1}^{t_2} t^2dt = \frac{1}{3}k^2R\,(t_2^3 - t_1^3).$$

Произведем вычисления:

$$Q_1 = \frac{1}{3}3^2 20(1-0) = 60 \text{ Дж;}$$

$$Q_2 = \frac{1}{3}3^2 20(8-1) = 420 \text{ Дж.}$$

Следовательно, $\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{420}{60} = 7$.

Пример 15. Электрическая цепь состоит из двух гальванических элементов, трех сопротивлений и гальванометра (рис.18). В этой цепи R_1=100 Ом, R_2=50 Ом, R_3=20 Ом, ЭДС элемента ε_1=2 В. Гальванометр регистрирует силу тока I_3=50 мА, идущего в направлении, указанном стрелкой. Определить ЭДС ε_2 второго элемента. Сопротивлением гальванометра и внутренним сопротивлением элементов пренебречь.

Решение. Выберем направления токов, как они показаны на рисунке и условимся обходить контуры по часовой стрелке.

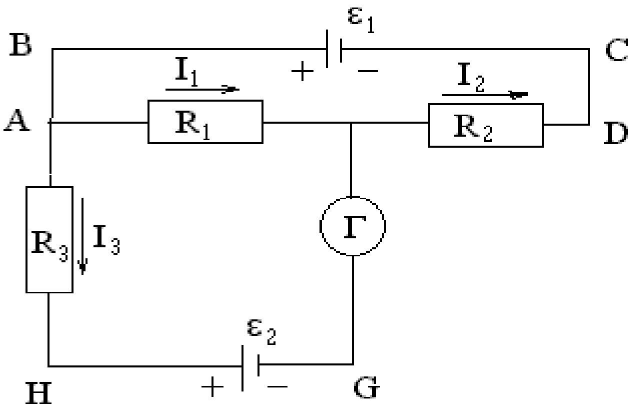


Рис. 18

По первому закону Кирхгофа для узла F имеем

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0. \qquad (1)$$

По второму закону Кирхгофа для контура ABCDFA имеем

$$-I_1R_1 - I_2R_2 = -\varepsilon_1, \text{ или } I_1R_1 + I_2R_2 = \varepsilon_1. \qquad (2)$$

Соответственно для контура AFGHA

$$I_1R_1 + I_3R_3 = \varepsilon_1. \qquad (3)$$

После подстановки числовых значений в формулы (1), (2) и (3) получим

$$I_1 - I_2 - 0{,}05 = 0;\ 50I_1 + 25I_2 = 1;\ 100I_1 + 0{,}05 \cdot 20 = \varepsilon_2.$$

Перенеся в этих уравнениях неизвестные величины в левые части, а известные – в правые, получим следующую систему уравнений:

$$I_1 - I_2 = 0{,}05;\ 50I_1 + 25I_2 = 1;\ 100I_1 - \varepsilon_2 = -1.$$

Эту систему с тремя неизвестными можно решить обычными приемами алгебры, но так как по условию задачи требуется определить только одно неизвестное ε_2 из трех, то воспользуемся методом определителей.

Составим и вычислим определитель Δ системы:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 50 & 25 & 0 \\ 100 & 0 & -1 \end{vmatrix} = 1\begin{vmatrix} 25 & 0 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} - (-1)\begin{vmatrix} 50 & 0 \\ 100 & -1 \end{vmatrix} = -25 - 50 = -75.$$

Составим и вычислим определитель $\Delta\,\varepsilon_2$:

$$\Delta\varepsilon_2 = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0{,}05 \\ 50 & 25 & 1 \\ 100 & 0 & -1 \end{vmatrix} = 1\begin{vmatrix} 25 & 1 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} - (-1)\begin{vmatrix} 50 & 1 \\ 100 & -1 \end{vmatrix} + 0{,}05\begin{vmatrix} 50 & 25 \\ 100 & 0 \end{vmatrix} =$$

$$= -25 - 50 - 100 - 125 = -300.$$

Разделив определитель $\Delta\,\varepsilon_2$ на определитель Δ, найдем числовое значение ЭДС:

$$\varepsilon_2 = \frac{\Delta\varepsilon_2}{\Delta} = \frac{-300}{-75} = 4\ \text{В}.$$

4.2. КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №3

Вариант 1

1. Два точечных заряда 4 нКл и –2 нКл находятся на расстоянии 60 см. Определить напряженность поля в точке, лежащей по середине между зарядами. Чему равна напряженность, если второй заряд положительный?

2. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено двумя слоями диэлектриков: слоем стекла толщиной 1 см и слоем парафина толщиной 2 см. Разность потенциалов между обкладками равна 300 В. Определить напряженность поля и падения потенциала в каждом слое. Определить плотность энергии поля.

3. Полый шар несет на себе равномерно распределенный заряд. Определить радиус шара, если потенциал в центре шара равен $\varphi_1 = 200\text{В}$, а в точке, лежащей от его центра на расстоянии r=50 см, $\varphi_2 = 40\text{В}$.

4. Пылинка массой 1 нг, несущая на себе 5 электронов, прошла в вакууме ускоряющую разность потенциалов 3 мВ. Какова кинетическая энергия пылинки? Какую скорость приобрела пылинка?

5. Определить суммарный импульс электронов в прямом проводе длинной ℓ =500 м, по которому течет ток I=20 А. Масса электрона равна $9{,}1\cdot10^{-31}$ кг, заряд электрона равен $1{,}6\cdot10^{-19}$ Кл.

6. Зависимость силы тока от времени выражается формулой $I = I_0 e^{\alpha t}$, где $I_0 = 10$ А; $\alpha = 100\,\text{с}^{-1}$; t - время, с; e - основание натуральных логарифмов. Определить заряд, прошедший через поперечное сечение проводника за время от 0 до 0,01 с и от 0,01 до 1 с.

7. Обмотка катушки из медной проволоки при $t_1 = 14^0\text{C}$ имеет сопротивление $R_1 = 10\text{Ом}$. После пропускания тока сопротивление обмотки стало рав-

ным $R_{21} = 12{,}2$ Ом. До какой температуры t_2 нагрелась обмотка. Температурный коэффициент сопротивления меди $\alpha = 4{,}15 \cdot 10^{-3}$ К$^{-1}$.

8. Определить максимальную полезную мощность аккумулятора с ЭДС=10 В и внутренним сопротивлением 1 Ом. Каково при этом сопротивление внешней цепи?

Вариант 2

1. Четыре заряда расположены в вершинах квадрата со стороной 10^{-1} м. Какую величину и направление имеет вектор напряженности в центре квадрата, если заряды одинаковы и равны 10^{-8} Кл?
2. Поле образовано бесконечной равномерно заряженной плоскостью с поверхностной плотностью заряда 10^{-8} Кл/м^2. Определить разность потенциалов двух точек поля, отстоящих от плоскости на расстояниях 5 и 10 см.
3. Электростатическое поле создается положительно заряженной бесконечной нитью с постоянной линейной плотностью 1 нКл/см. Какую скорость приобретет электрон, приблизившись под действием поля к нити вдоль линии напряженности с расстояния 1,5 см до 1 см?
4. Диполь с электрическим моментом 2 нКл·м находится в однородном электрическом поле напряженностью 20 кВ/м. Вектор р составляет с направлением силовых линий поля угол $\alpha=60^0$. Определить произведенную внешними силами работу поворота диполя на угол в 30^0.
5. Сила тока в проводнике меняется со временем по уравнению I=3+6t; I - в амперах и t в секундах. Какое количества электричества проходит через поперечное сечение проводника за время от 1 до 5 с?
6. Две группы из трех последовательно соединенных элементов включены параллельно. ЭДС каждого элемента равна 1,2 В, внутреннее сопротивление равно 0,2 Ом. Полученная батарея замкнута на внешнее сопротивление 1,5 Ом. Найти силу тока во внешней цепи.
7. Определить ток короткого замыкания источника ЭДС, если при внешнем сопротивлении $R_1 = 50$ Ом ток в цепи I_1=0,2 А, а при $R_2 = 110$ Ом –I_2=0,1А.
8. Ток от магистрали к потребителю разводится по медным проводам, общая длина которых 49 м и сечение 2,5 мм^2. Напряжение в магистрали 120 В. Потребителем является печь мощность 600 Вт. Каково сопротивление печи? Удельное сопротивление меди ρ=17 нОм·м.

Вариант 3

1. В вершинах квадрата со стороной 5 см находятся одинаковые положительные заряды Q=2 нКл. Определить напряженность электрического поля: а) в центре квадрата; б) в середине одной из сторон проводника.
2. Пылинка массой 10^{-5} г, несущая на себе заряд 10^{-8} Кл, влетела в электрическое поле в направлении силовых линий. После прохождения разности

потенциалов 150 В пылинка имела скорость 20 м/с. Какова была скорость пылинки до того, как она влетела в поле?

3. Две параллельные плоскости находятся на расстоянии 0,6 см друг от друга. На плоскостях равномерно распределены заряды с поверхностными плоскостями 0,2 мкКл/м^2 и -0,3 мкКл/м^2. Определить разность потенциалов между пластинами.

4. Конденсатор емкостью 8 пФ зарядили до разности потенциалов 1500 В и отключили от источника напряжения. После этого к конденсатору присоединили второй незаряженный конденсатор емкостью 12 пФ. Какое количество энергии первого конденсатора израсходовано на образование искры при соединении конденсаторов?

5. По алюминиевому проводу сечением 0,2 см^2 течет ток силой 0,02 А. Определить силу, действующую на отдельные свободные электроны со стороны электрического поля. Удельное сопротивление алюминия р=26 нОм/м.

6. Элемент, сопротивление и амперметр соединены последовательно. Элемент имеет ЭДС 2 В и внутреннее сопротивление 0,4 Ом. Амперметр показывает силу тока I А. С каким коэффициентом полезного действия работает элемент?

7. Имеется 120-вольтовая электрическая лампочка мощностью 40 Вт. Какое добавочное сопротивление надо включить последовательно с лампочкой, чтобы она давала нормальный накал при напряжении в сети 220 В? Какую длину нихромовой проволоки диаметром 0,3 мм надо взять, чтобы получить такое сопротивление?

8. Две электрические лампочки с сопротивлением 360 и 240 Ом включены в сеть параллельно. Какая из лампочек потребляет большую мощность? Во сколько раз?

Вариант 4

1. Два одинаковых шарика подвешены на нитях одинаковой длины равной 1 м и закрепленных в одной точке. После сообщения шарикам заряда $4{\cdot}10^{-7}$ Кл нити разошлись на угол, равный 60^0. Определить массу каждого шарика.

2. В вершинах квадрата со стороной 4 см расположены точечные заряды 4,4 нКл. Определить работу при перемещении заряда 2,2 нКл из центра квадрата в середину одной из его сторон.

3. Шарик массой 1 г и зарядом 10^{-8} Кл перемещается из точки А, потенциал которой 600 В, в точку М с потенциалом, равным нулю. Чему была равна скорость шарика в точке А, если в точке М она стала равной 20 см/с?

4. Определить поток вектора напряженности электростатического поля через сферическую поверхность, охватывающую точечные заряды 5 нКл и -2 нКл.

5. Расстояние между пластинами плоского воздушного конденсатора площадью 50 см^2 изменяется от 3 до 10 см. Конденсатор был заряжен до на-

пряжения 200 В и отключен от источника тока. Найти величину изменения энергии поля конденсатора. Чему равна работа по раздвижению пластин конденсатора?

6. Сила тока в проводнике равномерно увеличивается от нуля до некоторого максимального значения в течение 10 с. За это время в проводнике выделилась теплота, равная 1 кДж. Определить скорость нарастания тока в проводнике, если сопротивление его 3 Ом.

7. Определить число электронов, проходящих в одну секунду через единицу площади поперечного сечения железной проволоки длиной 10 м при напряжении на его концах 6 В. Удельное сопротивление железа ρ=87 нОм·м.

8. Имеется предназначенный для измерения разности потенциалов до 30 В вольтметр с сопротивлением 2 кОм, шкала которого разделена на 150 делений. Какое сопротивление надо взять и как его включить, чтобы этим вольтметром можно было измерить разности потенциалов до 75 В? Как изменяется при этом цена деления вольтметра?

Вариант 5

1. К бесконечной вертикальной плоскости на нити подвешен заряженный шарик массой 5 г и зарядом 12 нКл. Нить образует с плоскостью угол в 45^0. Определить поверхностную плотность заряда на плоскости.

2. По тонкой нити, изогнутой по дуге окружности радиусом 10 см, равномерно распределен заряд 20 нКл. Определить напряженность поля, создаваемого этим зарядом в точке, совпадающей с центром кривизны дуги, если длина нити равна четверти длины окружности.

3. Четыре одинаковых капли ртути, заряженных до потенциала 10 В, сливаются в одну. Каков потенциал образовавшейся капли?

4. Электрон, обладающий кинетической энергией 10 эВ, влетает в однородное электрическое поле в направлении силовой линии поля. Какой скоростью будет обладать электрон, пройдя в этом поле разность потенциалов 12 В?

5. Плоский воздушный конденсатор с площадью пластины 200 см^2 и расстоянием между пластинами 1 см заряжен до напряжения 2 кВ. После зарядки конденсатор отключили от источника напряжения и пространство между пластинами заполнили эбонитом. Найти величины: а) изменение емкости конденсатора; б) изменение напряженности электрического поля внутри конденсатора; в) изменение энергии конденсатора.

6. Сила тока в проводнике с сопротивлением 12 Ом за 50 с равномерно нарастает от 5 А до 10 А. Определить количество теплоты, выделившееся за это время в проводнике.

7. Катушка и амперметр соединены последовательно и подключены к источнику тока. К клеммам катушки присоединен вольтметр с сопротивлением 4 кОм. Амперметр показывает силу тока 3 А, вольтметр – напряжение 120 В. Определить сопротивление катушки. Определить относительную погрешность,

которая будет допущена при измерении сопротивления, если пренебречь силой тока, текущего через вольтметр.

8. Электродвижущая сила батареи 80 В, внутреннее сопротивление 5 Ом. Внешняя цепь потребляет мощность 100 Вт. Определить силу тока в цепи, напряжение, под которым находится внешняя цепь, и ее сопротивление.

Вариант 6

1. Расстояние между двумя точечными зарядами 1 мкКл и –1 мкКл равно 10 см. Определить силу, действующую на точечный заряд, равный 0,1 мкКл, удаленный на 6 см от первого и 8 см от второго заряда.

2. Диполь расположен в электрическом поле с напряженностью 10^4 В/м так, что его дипольный момент, равный 10^{-9} Кл·м, ориентирован по направлению поля. Найти работу, которую необходимо совершить, чтобы повернуть диполь на 180^0.

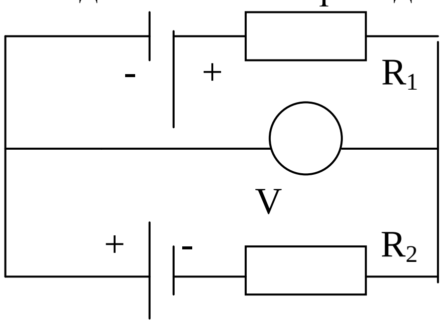
3. Шар, погруженный в масло ($\varepsilon = 2{,}2$), имеет поверхностную плотность заряда 1 мкКл/м^2 и потенциал 500 В. Определить: а) радиус шара; б) заряд шара; в) емкость шара; г) энергию шара.

4. Длинная прямая тонкая проволока несет равномерно распределенный заряд. Вычислить линейную плотность заряда, если напряженность поля на расстоянии 0,5 м от проволоки против ее середины равна 2 В/см.

5. В медном проводнике длиной 2 м и площадью поперечного сечения 0,4 мм^2 идет ток. При этом ежесекундно выделяется 0,35 Дж теплоты. Сколько электронов проходит за 1 с через поперечное сечение этого проводника? Заряд электрона $1{,}6\cdot10^{-10}$ Кл. Удельное сопротивление меди ρ=17 нОм·м.

6. Амперметр с сопротивлением 0,16 Ом зашунтирован сопротивлением 0,04 Ом. Амперметр показывает силу тока 8 А. Найти силу тока в цепи.

7. Элементы цепи, схема которой изображена на рисунке имеет следующие значения: $\varepsilon_1 = 1{,}5$В, $\varepsilon_2 = 1{,}6$ В, $R_1 = 1$ кОм, $R_2 = 2$ кОм. Определить показатель вольтметра, если его сопротивление $R_V = 2$ кОм. Сопротивления источников напряжения и соединительных проводов пренебречь.



8. Электродвижущая сила источника равна 300 В, сила тока короткого замыкания 2 А. Определить максимальное количество теплоты, которое может отдать источник тока в течение 1 с во внешнюю цепь.

Вариант 7

1. Точечные заряды 20 мКл и –20 мКл находятся на расстоянии 5 см друг от друга. Определить напряженность поля в точке, удаленной на 3 см от первого и 4 см от второго заряда. Определить также силу, действующую в этой точке на точечный заряд 1 мкКл.

2. Электрон влетает в плоский горизонтально расположенный конденсатор параллельно пластинам со скоростью $9{\cdot}10^6$ м/с. Разность потенциалов между пластинами 100 В, расстояние между пластинами 1 см. Найти ускорение электрона чрез 10 с после начала его движения в конденсаторе. Заряд электрона равен $1{,}6{\cdot}10^{-19}$ Кл.

3. Электростатическое поле создается бесконечным цилиндром радиусом 8 мм, равномерно заряженным с линейной плотностью $\tau = 10$ нКл/м. Определить разность потенциалов между двумя точками этого поля, лежащим на расстоянии $r_1 = 2$ мм и $r_2 = 7$ мм от поверхности этого цилиндра.

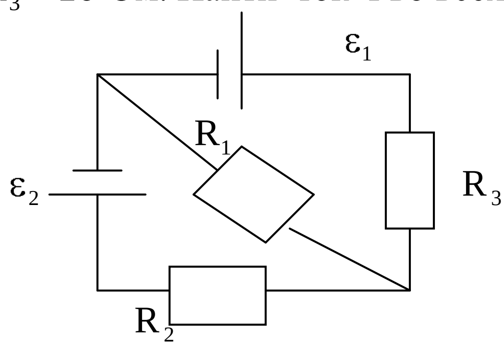
4. Площадь пластины плоского воздушного конденсатора 0,01 м^2, расстояние между ними 2 см. К пластинам конденсатора приложена разность потенциалов 3 кВ. Какова будет напряженность поля конденсатора, если, не отключая его от источника напряжения, пластины раздвинуть до расстояния 4 см. Найти энергию конденсатора до и после раздвижения пластин.

5. Определить число электронов, проходящих за 1 с через поперечное сечение площадью 1 мм^2 железной проволоки длиной 20 м при напряжении на ее концах 16 В. Удельное сопротивления железа ρ=27 НОм·м. Заряд электрона $1{,}6{\cdot}10^{-19}$ Кл.

6. Разность потенциалов между точками А и В равна 9 В. Имеются два проводника с сопротивлениями 5 Ом и 3 Ом. Найти количество теплоты, выделяющееся в каждом проводнике в единицу времени, если проводники между точками А и В соединены: а) последовательно; б) параллельно.

7. При силе тока 3 А во внешней цепи батареи аккумуляторов выделяется мощность 18 Вт, при силе тока 1 А- соответственно 10 Вт. Определить ЭДС и внутреннее сопротивление батареи.

8. ЭДС элементов $\varepsilon_1 = 2{,}1$ В и $\varepsilon_2 = 1{,}9$ В сопротивления $R_1 = 45$ Ом, $R_2 = 10$ Ом и $R_3 = 10$ Ом. Найти ток I во всех участках цепи.



Вариант 8

1. Три одинаковых положительных заряда по 10^{-9} Кл каждый расположены по вершинам равностороннего треугольника. Какой отрицательный заряд нужно поместить в центре треугольника, чтобы сила притяжения с его стороны уравновесила сила взаимного отталкивания зарядов, находящихся в вершинах?

2. Два заряда $4 \cdot 10^{-7}$ Кл и $6 \cdot 10^{-7}$ Кл находятся на расстоянии 10 см друг от друга. Найти: а) напряженность поля зарядов в той точке, где потенциал поля равен нулю; б) потенциал той точки поля, где напряженность равна нулю. (Точку считать расположенной на прямой, проходящей через заряды).

3. Два иона прошли одинаковую ускоряющую разность потенциалов. Найти отношение скоростей ионов, если отношение их масс равно 1 : 4, а заряды одинаковы.

4. Отключенный от источника заряженный конденсатор соединен параллельно с незаряженным конденсатором такой же емкости. Как при этом изменится энергия конденсатора?

5. Какой заряд пройдет по проводнику сопротивлением 1 кОм при равномерном нарастании напряжения на его концах от 15 В до 25 В в течение 20 с?

6. Разность потенциалов между точками А и В равна 9 В. Имеются два проводника с сопротивлениями 5 Ом и 3 Ом. Найти количество теплоты, выделяющееся в каждом проводнике в единицу времени, если проводники между точками А и В соединены: а) последовательно; б) параллельно.

7. Электродвижущая сила элемента и его внутреннее сопротивление равно соответственно 1,6 Ом и 0,5 Ом. Чему равен коэффициент полезного действия элемента при силе тока 2,4 А?

8. Имеются три 110-вольтовых электрических лампочки, мощности которых $P_1=P_2=40$ Вт и $P_3=80$ Вт. Как надо включить эти лампочки, чтобы они давали нормальный накал при напряжении в сети 220 В? Начертить схему. Найти силу токов I_1, I_2, I_3, текущих через лампочки при нормальном накале.

Вариант 9

1. По тонкому кольцу радиусом 6 см равномерно распределен заряд 24 нКл. Какова напряженность поля в точке, находящейся на оси кольца на расстоянии 18 см от центра кольца? Найти также силу, действующую в этой точке на точечный заряд $5 \cdot 10^{-10}$ Кл.

2. Десять шаровых капель ртути радиусом 0,8 мм заряжены до одинакового потенциала 12 В. Все капли сливаются в одну большую. Определить потенциал большой капли и изменение энергии поля.

3. Электростатическое поле создается положительно заряженной бесконечной нитью с постоянной линейной плотностью 1 нКл/см. Какую скорость приобретет электрон, приблизившись под действием поля к нити вдоль линии напряженности с расстояния 1,5 см до 1 см?

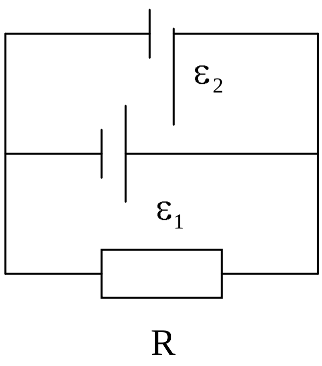
4. Две концентрические проводящие сферы радиусами $R_1 = 20$ см и $R_2 = 50$ см заряжены соответственно одинаковыми зарядами Q=100 нКл. Определить энергию электростатического поля, заключенную между этими сферами.

5. На концах медного провода длиной 5 м и площадью поперечного сечения 0,4 мм^2 поддерживается напряжение 1 В. Определить число электронов, проходящих за 1 с через поперечное сечение этого проводника, и напряженность электрического поля. Удельное сопротивление меди ρ=17 нОм·м.

6. Нагреватель электрического чайника имеет две секции. При включении одной из них вода в чайнике закипит через 15 мин, при включении другой – через 30 мин. Через какое время закипит вода в чайнике, если включить обе секции: а) последовательно; б) параллельно?

7. Электродвижущая сила элемента и его внутреннее сопротивление равны соответственно 1,6 В и 0,5 Ом. Чему равен коэффициент полезного действия элемента, если напряжение на внешнем участке цепи равно 0,4 В?

8. Два источника с ЭДС $\varepsilon_1 = 2$ В и $\varepsilon_2 = 1{,}5$ В и внутренними сопротивлениями $r_1 = 0{,}5$ Ом и $r_2 = 0{,}4$ Ом включены параллельно сопротивлению R=2Ом. Определить силу тока через проходящую через это сопротивление.



Вариант 10

1. Четыре одинаковых положительных точечных заряда по 10 нКл закреплены в вершинах квадрата со стороной 20 см. Найти силу, действующую на один из этих зарядов со стороны трех остальных.

2. Два точечных заряда $2 \cdot 10^{-7}$ Кл и $4 \cdot 10^{-7}$ Кл находятся в керосине ($\varepsilon = 2$) на расстоянии 10 см друг от друга. Каковы напряженность электростатического поля и электростатическая индукция в точке, находящейся на расстоянии 20 см от одного и 15 см от другого заряда?

3. Два конденсатора емкостями 5 мкФ и 8 мкФ соединены последовательно к батарее с ЭДС 80 В. Определить заряды конденсаторов и разности потенциалов между обкладками.

4. Шарик массой 40 мг, имеющий положительный заряд 1 нКл, движется со скоростью 10 см/с. На какое расстояние может приблизится шарик к положительному точечному заряду равному 1,33 нКл?

5. По медному проводнику сечением 1 мм^2 идет ток силой 60 А. Определить среднюю скорость направленного движения электронов в проводнике. Считать число свободных электронов равным числу атомов меди. Плотность меди равна 8,9 кг/м^3; заряд электрона 1,6·10^{-19} Кл. Постоянная Авогадро $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$. Молярная масса меди равна 63,5 кг/моль.

6. Сила тока в проводнике сопротивлением 10 Ом равномерно убывает от 10 А до 0 за 30 с. Определить выделившееся за это время в проводнике количество теплоты.

7. Батарея состоит из 5 последовательно соединенных одинаковых элементов. ЭДС каждого элемента равна 1,5 В, внутреннее сопротивление каждого элемента 0,2 Ом. Определить полную, полезную мощность и коэффициент полезного действия батареи, если она замкнута на внешнее сопротивление 50 Ом.

8. Электродвижущая сила источника равна 300 В, сила тока которого 2 А. определить максимальное количество теплоты, которое может отдать источник тока в течение 1 с во внешнюю цепь.

5. ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

Основные законы и формулы

Закон Био-Савара-Лапласа

$$dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{I}{r^3}\, d\ell r,$$

где $d\vec{B}$ – магнитная индукция поля, создаваемого элементом проводника с током; μ – магнитная проницаемость; μ_0 – магнитная постоянная (μ_0=4π·10^{-7} Гн/м), $d\vec{\ell}$ – вектор, равный по модулю длине $d\ell$ проводника и совпадающий по направлению с током (элемент проводника); I – сила тока; $\vec{r}$ – радиус-вектор, проведенный от середины элемента проводника к точке, в которой определяется магнитная индукция.

Модуль вектора $d\vec{B}$ выражается формулой

$$dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{I\sin\alpha}{r^2}\, d\ell,$$

где α - угол между векторами $d\vec{\ell}$ и $\vec{r}$.

Магнитная индукция $\vec{B}$ связана с напряженностью H магнитного поля соотношением

$$B=\mu\mu_0 H,$$

или в вакууме

$$B_0=\mu\mu_0 H,$$

Магнитная индукция в центре кругового проводника с током –

$$B=\frac{\mu\mu_0}{2\pi}\frac{I}{R},$$

где R – радиус кривизны проводника.

Магнитная индукция поля, создаваемого бесконечно длинным прямым проводником с током,–

$$B=\frac{\mu\mu_0}{2}\frac{I}{r},$$

где r – расстояние от оси проводника.

Магнитная индукция поля, создаваемого отрезком проводника, –

$$B=\frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{I}{r_0}(\cos\varphi_1-\cos\varphi_2).$$

Обозначения ясны из рис. 1, а. Вектор индукции $\vec{B}$ перпендикулярен плоскости чертежа, направлен к нам и поэтому изображен точкой.

При симметричном расположении концов проводника относительно точки, в которой определяется магнитная индукция (рис. 19, б), $-\cos\varphi_2=\cos\varphi_1=\cos\varphi$ и, следовательно,

$$B=\frac{\mu\mu_0}{2\pi}\frac{I}{r_0}\cos\varphi.$$

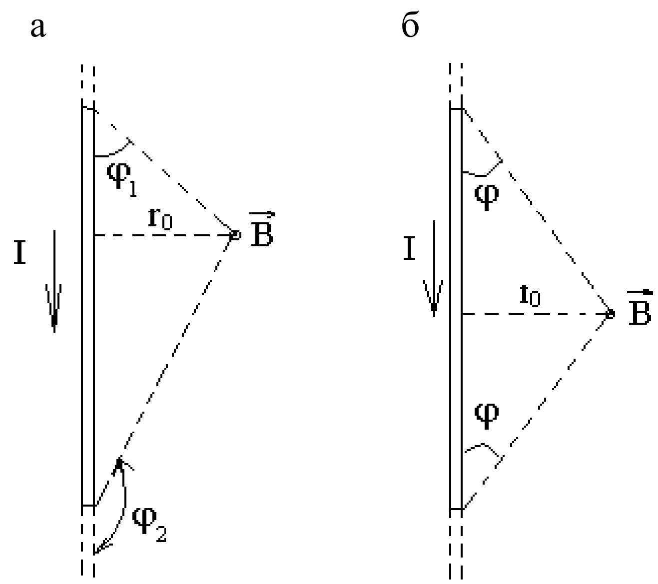


Рис. 19

Магнитная индукция поля, создаваемого соленоидом в средней его части (или тороида на его оси),

$$B=\mu\mu_0 nI,$$

где n – число витков, приходящихся на единицу длины соленоида; I – сила тока в одном витке.

Принцип суперпозиции магнитных полей: магнитная индукция $\vec{B}$ результирующего поля равна векторной сумме магнитных индукций $\vec{B}_1$, $\vec{B}_2$,…, $\vec{B}_n$ складываемых полей, т.е.

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^{n} \vec{B}_i .$$

В частном случае наложения двух полей

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 ,$$

а абсолютное значение вектора магнитной индукции

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1 B_2 \cos\alpha} ,$$

где α – угол между векторами $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$.

По закону Ампера сила, действующая на проводник с током в магнитном поле,–

$$\vec{F} = \vec{\ell}\vec{B}\,\underline{I},$$

где I – сила тока; $\vec{\ell}$ – вектор, равный по модулю длине проводника и совпадающий по направлению с током; $\vec{B}$ – магнитная индукция поля.

Модуль вектора F определяется выражением

$$F = BI\ell \sin\alpha ,$$

где α – угол между векторами $\vec{I}$ и $\vec{B}$.

Сила взаимодействия двух прямых бесконечно длинных параллельных проводников с током I_1 и I_2, находящихся на расстоянии d друг от друга, рассчитанная на отрезок проводника длиной ℓ, выражается формулой

$$F = \frac{\mu\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2}{d} \ell ,$$

Магнитный момент контура с током –

$$\vec{p}_m = I\vec{S} ,$$

где $\vec{S}$ – вектор, равный по модулю площади S, охватываемой контуром, и совпадающий по направлению с нормалью к его плоскости.

Механический момент, действующий на контур с током, помещенный в однородное магнитное поле.

$$M = \vec{p}_m \vec{B} .$$

Модуль механического момента –

$$M = p_m B \sin\alpha ,$$

где α – угол между векторами $\vec{p}_m$ и $\vec{B}$.

Потенциальная (механическая) энергия контура с током в магнитном поле –

$$П_{мех} = p_m B = p_m B \cos\alpha .$$

Сила, действующая на контур с током в магнитном поле, изменяющемся вдоль оси x, –

$$F = p_m \frac{\partial B}{\partial x} \cos\alpha ,$$

где $\frac{\partial B}{\partial x}$ – изменение магнитной индукции вдоль оси x, рассчитанное на единицу длины; α – угол между векторами $\vec{p}_m$ и $\vec{B}$.

Сила F, действующая на заряд, движущийся со скоростью v в магнитном поле с индукцией B (сила Лоренца), выражается формулой

$$F = Q\left[\vec{v}\vec{B}\right], \text{ или } F = \left|\vec{Q}\right| vB\sin\alpha ,$$

где α – угол, образованный вектором скорости $\vec{v}$ движения частицы и вектором $\vec{B}$ индукции магнитного поля.

Закон полного тока для тока проводимости: циркуляция вектора индукции B магнитного поля вдоль замкнутого контура, охватывающего ток, выражается формулой

$$\oint B_e d\ell = I ,$$

где B_e – проекция вектора напряженности B на направление касательной к контуру, содержащей элемент $d\ell$; I – сила тока, охватываемого контуром.

Если контур охватывает n токов, то

$$\oint B_e d\ell = \sum_{i=1}^{n} I_i ,$$

где $\sum_{i=1}^{n} I_i$ – алгебраическая сумма токов, охватываемых контуром.

Магнитный поток Ф через плоский контур площадью S:

$$\Phi = BS\cos\alpha, \text{ или } \Phi = B_n S ,$$

где α – угол между вектором нормали n к плоскости контура и вектором магнитной индукции $\vec{B}$; B_n – проекция вектора $\vec{B}$ на нормаль n $\left(B_n = B\cos\alpha\right)$.

В случае неоднородного поля

$$\Phi = \int_S B_n dS ,$$

где интегрирование ведется по всей площади S.

Потокосцепление, т.е. полный магнитный поток, сцепленный со всеми витками соленоида или тороида, –

$$\Psi = N\Phi ,$$

где Ф – магнитный поток через один виток; N – число витков соленоида или тороида.

Магнитное поле тороида, сердечник которого составлен из двух частей изготовленных из веществ с различными проницаемостями:

а) магнитная индукция на осевой линии тороида

$$B = \frac{IN}{\dfrac{\ell_1}{\mu_1\mu_0} + \dfrac{\ell_2}{\mu_2\mu_0}},$$

где I – сила тока в обмотке тороида; N – число ее витков; ℓ_1 и ℓ_2 – длины первой и второй частей сердечника тороида; μ_1 и μ_2 – магнитные проницаемости веществ первой и второй частей сердечника тороида; μ_0 – магнитная постоянная;

б) напряженность магнитного поля на осевой линии тороида в первой и второй частях сердечника

$$H_1 = \frac{B}{\mu_1\mu_0}; \; H_2 = \frac{B}{\mu_2\mu_0};$$

в) магнитный поток в сердечнике тороида –

$$\Phi = \frac{IN}{\dfrac{\ell_1}{S\mu_1\mu_0} + \dfrac{\ell_2}{S\mu_2\mu_0}}, \qquad (1)$$

или по аналогии с законом Ома (формула Гопкинсона)

$$\Phi = \frac{F_m}{R_m},$$

где F_m – магнитодвижущая сила; R_m – полное магнитное сопротивление цепи;

г) магнитное сопротивление участка цепи –

$$R_m = \frac{\ell}{S\mu\mu_0}.$$

Магнитная проницаемость μ ферромагнетика связана с магнитной индукцией B поля в нем и напряженностью H намагничивающего поля соотношением

$$\mu = \frac{B}{H\mu_0}.$$

Связь между магнитной индукцией B поля в ферромагнетике и напряженностью H намагничивающего поля выражается графически (рис. 4).

Работа перемещения замкнутого контура с током в магнитном поле –

$$A = I\Delta\Phi,$$

где $\Delta\Phi$ - изменение магнитного потока, пронизывающего поверхность, ограниченную контуром; I – сила тока в контуре.

Основной закон электромагнитной индукции (закон Фарадея-Максвелла) –

$$\varepsilon_1 = -N\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d\Psi}{dt},$$

где ε_1 – электродвижущая сила индукции; N – число витков контура; Ψ – потокосцепление.

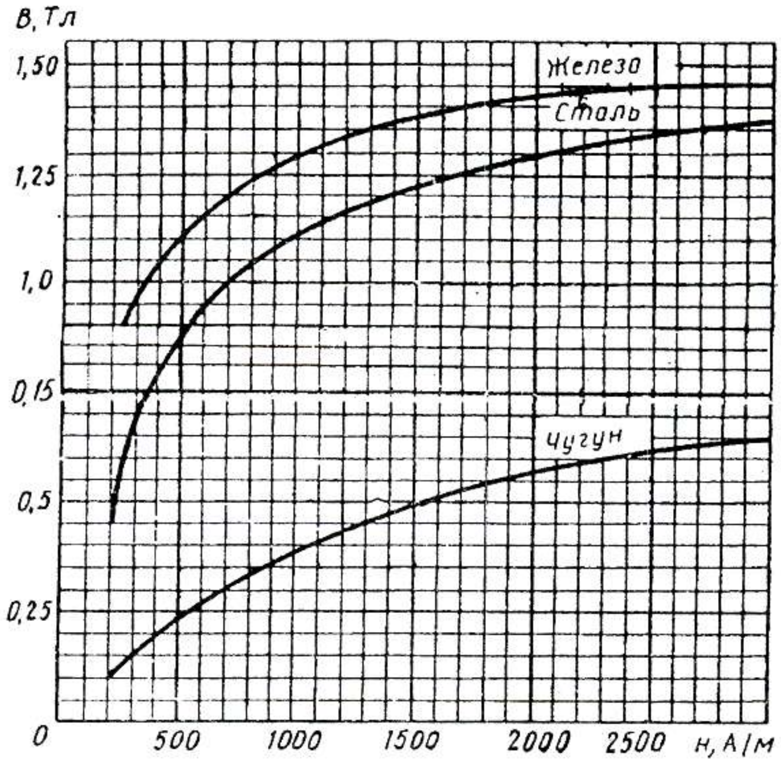


Рис. 20

Частные случаи применения основного закона электромагнитной индукции:

разность потенциалов U на концах проводника длиной ℓ, движущегося со скоростью v в однородном магнитном поле, –

$$U = B\ell v \sin\alpha ,$$

где α – угол между направлениями векторов скорости v и магнитной индукции B;

электродвижущая сила индукции ε_1, возникающая в рамке, содержащей N витков, площадью S, при вращении рамки с угловой скоростью ω в однородном магнитном поле с индукцией B

$$\varepsilon_i = BNS\omega \sin\omega t ,$$

где ωt – мгновенное значение угла между вектором B и вектором нормали в плоскости рамки.

Количество электричества Q, протекающего в контуре, –

$$Q = \frac{\Delta\Psi}{R} ,$$

где R – сопротивление контура; $\Delta\Psi$ – изменение потокосцепления.

Электродвижущая сила самоиндукции ε_1, возникающая в замкнутом контуре при изменении силы тока в нем, –

$$\varepsilon_i = -L\frac{dI}{dt}, \text{ или } \langle\varepsilon_i\rangle = -L\frac{\Delta I}{\Delta t},$$

где L – индуктивность контура.

Потокосцепление контура –

$$\Psi = LI,$$

где L – индуктивность контура.

Индуктивность соленоида (тороида):

$$L = \mu_0\mu n^2 V.$$

Во всех случаях вычисления индуктивности соленоида (тороида) с сердечником по приведенной формуле для определения магнитной проницаемости следует пользоваться графиком зависимости B от H (рис. 4), а затем формулой

$$\mu = \frac{B}{\mu_0 H}.$$

Мгновенное значение силы тока I в цепи, обладающей активным сопротивлением R и индуктивностью L, находится так:

после замыкания цепи $$I = \frac{\varepsilon}{t}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right),$$

где ε – ЭДС источника тока; t – время, прошедшее после замыкания цепи;

после размыкания цепи $$I = I_0 e^{-\frac{R}{L}},$$

где I_0 – значение силы тока в цепи при t=0; t – время, прошедшее с момента размыкания цепи.

Энергия W магнитного поля, создаваемого током в замкнутом контуре индуктивностью L, определяется формулой

$$W = \frac{1}{2}LI^2,$$

где I – сила тока в контуре.

Объемная (пространственная) плотность энергии однородного магнитного поля длинного соленоида –

$$\omega = \frac{\mu_0\mu H^2}{2} = \frac{B^2}{2\mu_0\mu}.$$

Формула Томсона. Период собственных колебаний в контуре без активного сопротивления –

$$T = 2\pi\sqrt{LC},$$

где L – индуктивность контура; C – его электроемкость.

Связь длины электромагнитной волны с периодом T и частотой колебаний –

$$\lambda = cT \text{ или } \lambda = \frac{c}{\nu},$$

где c – скорость электромагнитных волн в вакууме ($c=3\cdot10^3$ м/с).

Скорость электромагнитных волн в среде –

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}},$$

где ε - диэлектрическая проницаемость; μ - магнитная проницаемость среды.

5.1. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1. По двум бесконечно длинным прямым параллельным проводникам, расстояние между которыми $d=15$ см, текут токи $I_1=70$ А и $I_2=50$ А в противоположных направлениях (рис. 21). Найти магнитную индукцию B в точке A удаленной на $r_1=20$ см от первого и $r_2=30$ см от второго проводника.

Решение. Согласно принципу суперпозиции полей магнитной индукции в точке A равна векторной сумме магнитных индукций, созданных каждым током в отдельности:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2.$$

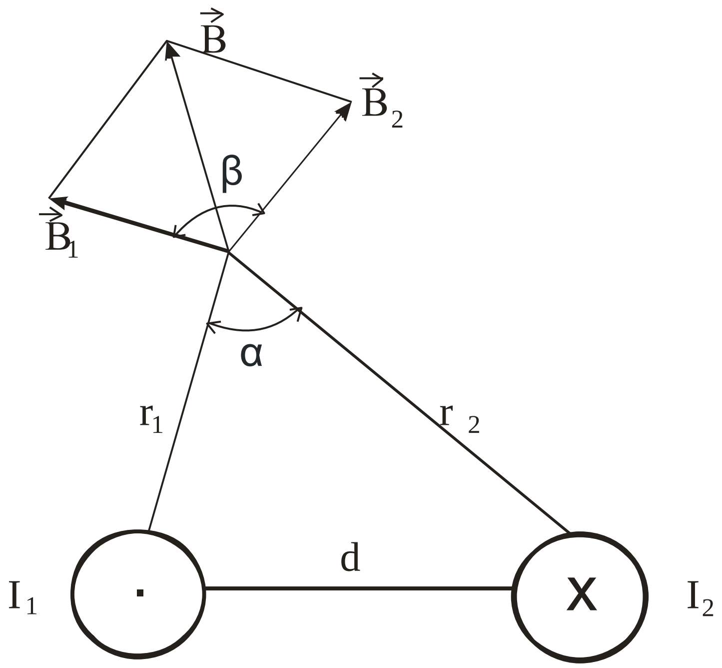


Рис. 21

Модуль вектора B на основании теоремы косинусов равен

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2\cos\beta}, \qquad \beta = 180^0 - \alpha$$

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 - 2B_1B_2\cos\alpha}. \tag{1}$$

Вычислим $\cos\alpha$. По теории косинусов запишем

$$d^2 = r_1^2 + r_2^2 + 2r_1r_2\cos\alpha,$$

где d – расстояние между проводами. Отсюда

$$\cos\alpha = \frac{r_1^2 + r_2^2 - d^2}{2r_1r_2}.$$

Значения индукций B_1 и B_2 найти по формулам

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{4\pi r_1}; \quad B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{4\pi r_2}.$$

Подставив значения B_1 и B_2 в формулу (1), получим

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 - 2B_1B_2\cos\alpha} = \frac{\mu_0}{2\pi}\sqrt{\frac{I_1^2}{r_1^2} + \frac{I_2^2}{r_2^2} - \frac{I_1I_2}{r_1^2r_2^2}(r_1^2 + r_2^2 - d^2)} =$$

$$= \frac{4\pi\cdot 10^{-7}}{2\cdot 3{,}14}\sqrt{\frac{70^2}{0{,}2^2} + \frac{50^2}{0{,}3^2} - \frac{70\cdot 50}{0{,}2^2\cdot 0{,}3^2}(0{,}2^2 + 0{,}3^2 - 0{,}15^2)} = 43\cdot 10^{-6}\ \text{Тл}.$$

Пример 2. Найти индукцию магнитного поля в центре проволочной квадратной рамки со стороной a=15 см, если по рамке течет ток I=5 А.

Решение. Искомая магнитная индукция $\vec{B}$ является векторной суммой индукции $\vec{B}_1$; $\vec{B}_2$; $\vec{B}_3$; $\vec{B}_4$, создаваемых токами, текущими в каждом из четырех проводов, являющихся сторонами квадрата, т.е. $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 + \vec{B}_4$ или $\vec{B} = 4\vec{B}_1$.

Магнитная индукция поля создаваемого отрезком проводника выражается формулой

$$B_1 = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{r}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2),$$

где I – сила тока в проводнике, $r = \frac{a}{2}$ – расстояние от проводника до точки поля, в которой надо определить индукцию.

Так как направление всех векторов одинаково, то модуль вектора $\vec{B}$ будет

$$B = 4B_1 = 4\cdot\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{\frac{a}{2}}\cdot 2\cos\alpha_1 = 4\cdot\frac{4\pi\cdot 10^{-7}}{4\pi}\frac{5}{\frac{0{,}15}{2}}\cdot 2\cos 45 = 37{,}7\cdot 10^{-6}\ \text{Тл}.$$

Пример 3. По прямому горизонтально расположенному проводу протекает ток I_1=10 А (рис. 22). Под ним на расстоянии $R = 1{,}5$ см находится параллельный ему алюминиевый провод по которому пропускают ток I_2=1,5 А. Найти, какой должна быть площадь поперечного сечения алюминиевого провода, чтобы он удерживался незакрепленным. Плотность алюминия $\rho = 2{,}7\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$.

Решение. Верхний проводник действует на нижний с силой

$$F = \frac{\mu_0 \mu I_1 I_2}{2\pi R}\ell . \qquad (1)$$

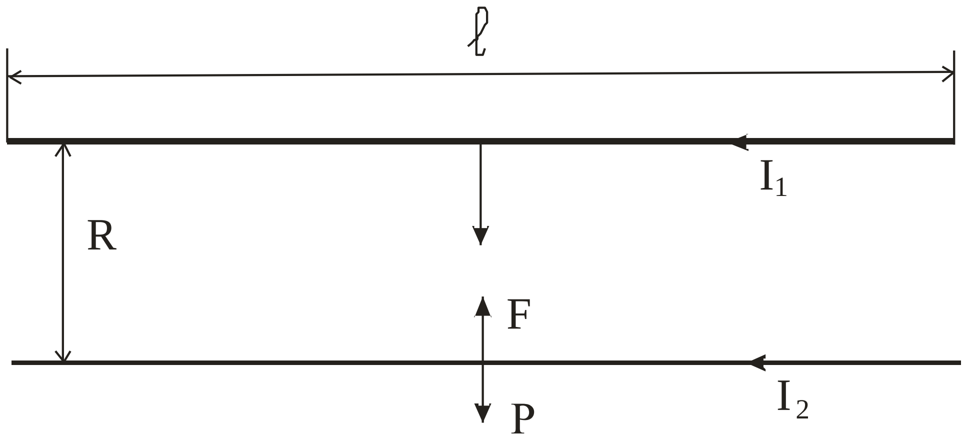


Рис. 22

Нижний провод будет свободно висеть только в том случае, если его вес компенсируется силой F притяжения со стороны верхнего провода:

$$F=P \quad \text{или} \quad \frac{F}{\ell} = \frac{P}{\ell}, \qquad (2)$$

где ℓ – длина провода.

$$\frac{P}{\ell} = \frac{mq}{\ell} = \frac{\rho vq}{\ell} = \rho sq , \qquad (3)$$

где ρ – плотность алюминия, s – площадь поперечного сечения провода, q – ускорение свободного падения.

Подставив в формулу (2), (1) и (3) получим

$$F = \frac{\mu_0 \mu I_1 I_2}{2\pi R}\ell ,$$

где μ_0 – магнитная постоянная, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \frac{\text{Гн}}{\text{м}}$; μ − относительная магнитная проницаемость воздуха, $\mu = 1$.

Тогда $S = \dfrac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi R\rho q} = \dfrac{4^2 \pi \cdot 10^{-7} \cdot 1{,}5}{2\pi 1{,}5 \cdot 10^{-2}\ 2{,}7 \cdot 10^3 \cdot 9{,}8} = 7{,}55 \cdot 10^{-9}$ м^2.

Пример 4. Плоский квадратный контур со стороной a=10 см, по которому течет ток силой 100 А, свободно установился в однородном магнитном поле с индукцией B=1 Тл. Найти работу, совершаемыми внешними силами при повороте контура относительно оси, проходящей через середину его противоположных сторон на угол $\varphi_1 = \frac{\pi}{2}$. При повороте контура сила тока в нем поддерживается неизменной.

Решение. На контур с током в магнитном поле действует механический момент

$$M = P_m B \sin\varphi \qquad (1)$$

По условию задачи, в начальном положении контур свободно установившийся в магнитном поле (M=0), а значит $\varphi = 0$, т. е. векторы $\vec{P}_m$ и $\vec{B}$ совпадают по направлению. Если внешние силы выведут контур из положения равновесия, то возникнет момент сил, определенной формулой (1), будет стремиться возвратить контур в исходное положение. Против этого момента и будет совершаться работа внешними силами.

$$dA = M d\varphi \qquad (2)$$

Подставив сюда выражение M по формуле (1) и учтя, что $P_m = I \cdot S = Ia^2$, где I – сила тока в контуре, $S = a^2$ – площадь контура, получим

$$dA = IBa^2 \sin\varphi d\varphi$$

Взяв интеграл от этого выражения, найдем работу при повороте на конечный угол $\varphi_1 = \dfrac{\pi}{2}$:

$$A = \int_0^{\varphi} IBa^2 \sin\varphi d\varphi = IBa^2 \int_0^{\varphi} \sin\varphi d\varphi = IBa^2 \left| -\cos\alpha \right|_0^{\frac{\pi}{2}} = IBa^2 = 100 \cdot 1 \cdot 0{,}01 = 1 \text{ Дж.}$$

Пример 5. Электрон ускоренный разностью потенциалов U=6 кВ, влетает в однородное магнитное поле под углом $\alpha = 30^0$ и начинает двигаться по винтовой линии (рис. 23). Индукция магнитного поля $B = 1{,}3 \cdot 10^{-2}$ Тл. Найти радиус R витка и шаг h винтовой линии.

Решение. Так как магнитное поле направлено под углом к скорости электрона, то дальнейшее его движение представляет геометрическую сумму двух одновременных движений: вращение по окружности со скоростью $V\sin\alpha$ в плоскости, перпендикулярной силовым линиям, и перемещения вдоль поля со скоростью $V\cos\alpha$. В результате одновременного участия в движениях по окружности и по прямой электрон будет двигаться по винтовой линии.

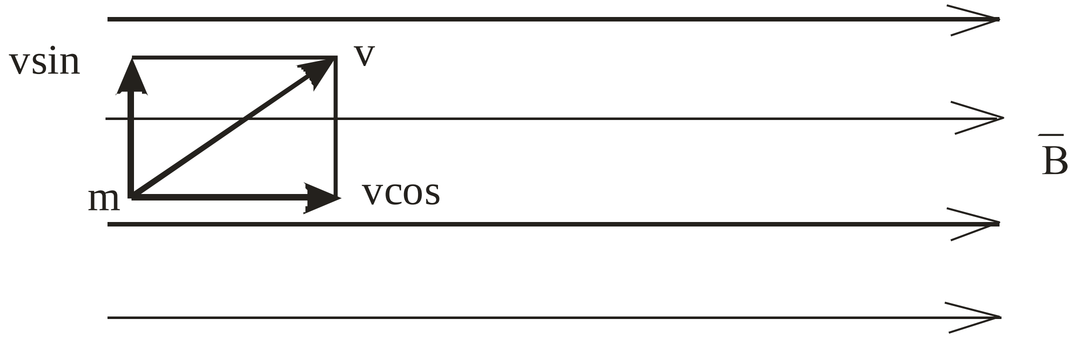


Рис. 23

Сила Лоренца F сообщает электрону нормальное ускорение. По второму закону Ньютона $F = m_e a_n$, где F=|e| VsinαB и $a_n = \dfrac{V^2 \sin^2\alpha}{R}$. Тогда

$$|e| V \sin\alpha B = \frac{m_e V^2 \sin^2\alpha}{R}.$$

Следовательно, радиус винтовой линии равен

$$R = \frac{mV\sin\alpha}{|e|B}. \qquad (1)$$

Подставив значения величин m, v, e, B и α и произведя вычисления, получим

R=0,19 мм.

Шаг винтовой линии равен пути, пройденному электроном вдоль поля со скоростью v_x за время, которое понадобится электрону для того, чтобы совершить один оборот:

$$h = v_x T = v \cdot \cos\alpha \cdot T, \qquad (2)$$

где $T = \dfrac{2\pi R}{v_z}$ − период вращения электрона. Подставив это выражение для T в формулу (2), найдем

$$h = \frac{2\pi R v_x}{v_z} = \frac{2\pi R v \cos\alpha}{v \sin\alpha} = 2\pi R \,\mathrm{ctg}\,\alpha.$$

Подставив в эту формулу значения величин π, R и α и вычислить, получим

h=2,06 мм.

5.2. КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №4

Вариант 1

1. В однородное магнитное поле с индукцией B=0,1 Тл помещена квадратная рамка площадью S=25 см^2. Нормаль к плоскости рамки составляет с направлением магнитного поля угол 60^0. Найти вращающий момент, действующий на рамку, если по ней течет ток I=1 А.
2. Найти магнитную индукцию B поля, создаваемого отрезком бесконечно длинного провода, в точке, равноудаленной от концов отрезка и находящийся на расстоянии R=4 см от его середины. Длина отрезка провода ℓ=20 см, а сила тока в проводе I=10 А.
3. Круговой виток радиуса R=15 см расположен относительно бесконечно длинного провода так, что его плоскость параллельна проводу. Перпендикуляр, восстановленный на провод из центра витка, является нормалью к плоскости витка. Сила тока в проводе I_1=1 А, сила тока в витке I_2=5 А.

4. Протон, ускоренный разностью потенциалов U=500 В, влетая в однородное магнитное поле с магнитной индукцией $B=2\cdot10^{-3}$ Тл, движется по окружности. Найти радиус этой окружности.

5. Соленоид длиной ℓ=0,5 м содержит N=1000 витков. Найти магнитную индукцию B поля внутри соленоида, если сопротивление его обмотки R=120 Ом, а напряжение на ее концах U=60 В.

6. В однородное магнитное поле напряженностью $H=10^5$ А/м помещена квадратная рамка со стороной a=10 см. плоскость рамки составляет с направлением магнитного поля угол $\alpha=60^0$. Найти магнитный поток, пронизывающий рамку.

7. В магнитное поле, изменяющееся по закону $B=B_0\cos\omega t$ (B_0=0,1 Тл; $\omega=4$ $с^{-1}$), помещена квадратная рамка со стороной a=50 см, причем нормаль к рамке образует с направлением поля угол $\alpha=45^0$. Найти ЭДС индукции, возникающую в рамке в момент времени t=5 с.

8. Найти индуктивность соленоида длиной ℓ и сопротивлением R, если обмоткой соленоида является проволока массой m (принять плотность проволоки и ее удельное сопротивление соответственно за ρ и $\rho^/$).

Вариант 2

1. По проводнику, согнутому в виде прямоугольника со сторонами 8 и 12 см, течет ток силой 5 А. Определить индукцию магнитного поля в точке пересечения диагоналей прямоугольника.

2. В однородном магнитном поле, индукция которого равна 2 Тл и направление горизонтально, вертикально вверх движется прямой проводник массой 2 кг, по которому течет ток силой 4 А. Через 3 с после начала движения проводник имеет скорость 10 м/с. Определить длину проводника.

3. В однородном магнитном поле с индукцией 0,1 Тл расположим прямолинейный участок проводника с силой тока 5 А под углом 30^0 к вектору магнитной индукции. Определить силу, с которой поле действует на каждый сантиметр участка проводника.

4. Вычислить циркуляцию вектора индукции вдоль контура, охватывающего токи силой 10 А, 14 А, 20 А, текущие в одном направлении, и силой 44 А, текущий в противоположном направлении.

5. Заряженная частица с энергией 10^3 эВ движется в однородном магнитном поле по окружности радиусом 1 мм. Определить силу, действующую на частицу со стороны поля.

6. Виток площадью 25 $см^2$ установился в однородном магнитном поле напряженностью 3000 А/м. По витку течет ток силой 10 А. Какую работу нужно совершить, чтобы повернуть виток на 90^0 около оси, совпадающей с одним из диаметров?

7. Квадратная рамка со стороной 80 см вращается в однородном магнитном поле с частотой 8 об/с. Ось вращения рамки перпендикулярна линиям ин-

дукции поля. Магнитное поле изменяется по закону B=0,01sin10πt Тл. Определить максимальное значение ЭДС.

8. Найти энергию и плотность энергии магнитного поля катушки длиной 50 см, имеющей 1000 витков диаметром 20 см, если по ней протекает ток силой 0,01 А.

Вариант 3

1. На проволочный виток радиусом 10 см, помещенный между полюсами магнита, действует механический момент $62 \cdot 10^{-7}$ Нм. Сила тока в витке 2 А. Найти магнитную индукцию поля между полюсами магнита. Действием магнитного поля Земли пренебречь.

2. По двум бесконечно длинным прямым параллельным проводам текут токи силой 10 А в противоположных направлениях. Расстояние между проводами равно 5 см. Определить магнитную индукцию в точке, удаленной на 2 см от одного и на 3 см от другого провода.

3. Электрон движется по окружности в однородном магнитном поле напряженностью 10 кА/м. Вычислить период вращения электрона.

4. Виток диаметром 8 см находится в однородном магнитном поле с напряженностью $6 \cdot 10^{3}$ А/м. Плоскость витка перпендикулярна линиям индукции поля. Какую работу надо совершить, чтобы повернуть виток около его диаметра на угол 45^{0} при силе тока в витке 4 А?

5. Вычислить циркуляцию вектора индукции вдоль контура, охватывающего токи силой 10 А и 15 А, текущие в одном направлении, и силой 20 А, текущий в противоположном направлении.

6. Электрон, ускоренный разностью потенциалов 300 В, движется параллельно прямолинейному проводнику на расстоянии 4 мм от него. Какая сила будет действовать на электрон, если по проводнику пустить ток силой 5 А?

7. Индуктивность соленоида, намотанного в один слой на немагнитный каркас, 0,5 мГн. Длина соленоида 0,6 м, диаметр 2 см. Определить отношение числа витков соленоида к его длине.

8. Соленоид имеет длину 0,6 м и сечение 10 см^{2}. При некоторой силе тока, протекающего по обмотке, в соленоиде создается магнитный поток 0,1 мВб. Чему равна энергия магнитного поля соленоида? Сердечник выполнен из немагнитного материала, магнитное поле во всем объеме однородно.

Вариант 4

1. По длинному прямому проводнику течет ток силой 60 А. Определить индукцию и напряженность магнитного поля в точке, удаленной от проводника на 5 см.

2. Напряженность магнитного поля в центре витка радиусом 8 см равна 20 А/м. Определить напряженность и индукцию поля на оси витка в точке, расположенной на расстоянии 6 см от его центра. Какова напряженность в центре витка, если ему придать форму квадрата, не изменяя силу тока в нем?

3. Виток радиусом 5 см находится в однородном магнитном поле напряженностью $8\cdot10^3$ А/м. Плоскость витка перпендикулярна линиям индукции поля. Какую работу нужно совершить, чтобы повернуть виток около его диаметра на угол 60^0 при силе тока в витке 5 А?

4. Соленоид индуктивностью 4 мГн содержит 600 витков. Чему равен магнитный поток, если сила тока, протекающего по обмотке, 12 А?

5. Электрон влетает в однородное магнитное поле напряженностью 1500 А/м со скоростью 720 км/с. Направление скорости составляет угол 30^0 с направлением поля. Определить радиус и шаг винтовой линии, по которой будет двигаться электрон в магнитном поле.

6. Виток из проволоки площадью 1 $м^2$ расположен перпендикулярно магнитному полю, индукция которого изменяется по закону $B=5(1+e^{-t})$. Определить ЭДС индукции в витке как функцию времени.

7. Найти, сколько витков проволоки, вплотную прилегающих друг к другу, диаметром d=0,5 мм с изоляцией ничтожной толщины надо намотать на картонный цилиндр диаметром D=1,5 см, чтобы получить однослойную катушку индуктивностью $L=10^{-4}$ Гн.

8. В катушке длиной 50 см и диаметром 2 см, имеющей 10^3 витков, протекает ток силой 2 мА. Определить энергию и плотность энергии магнитного поля. Сердечник немагнитный.

Вариант 5

1. Виток диаметром 20 см может вращаться около вертикальной оси, совпадающей с одним из диаметров витка. Виток установили в плоскости магнитного меридиана и пустили по нему ток 10 А. Какой вращающий момент нужно приложить к витку, чтобы держать его в начальном положении?

2. Два бесконечно длинных прямых проводника скрещены под прямым углом. По проводнику текут токи силой 100 А и 50 А. Расстояние между проводниками 20 см. Определить индукцию магнитного поля в точке, лежащей на середине общего перпендикуляра к проводникам.

3. Проволочный виток радиусом 20 см расположен в плоскости магнитного меридиана. Горизонтальная составляющая напряженности магнитного поля Земли равна 5,92 А/м. В центре витка установлен компас. Какой силы ток течет по витку, если магнитная стрелка компаса отклонена на угол 9^0 от плоскости магнитного меридиана?

4. В однородном магнитном поле с индукцией 0,5 Тл, движется равномерно проводник длиной 10 см. По проводнику течет ток силой 2 А. Скорость движения проводника 20 см/с и направление перпендикулярно к магнитному полю. Найти работу при перемещении проводника за время 10 с.

5. Протон, прошедший ускоряющую разность потенциалов 600 В, влетел в однородное магнитное поле напряженностью $2,4\cdot10^5$ А/м и начал двигаться по окружности. Определить радиус окружности.

6. В средней части соленоида, содержащего 8 витков на каждый сантиметр, помещен круговой виток диаметром 4 см. Плоскость витка расположена под углом 60^0 к оси соленоида. Определить магнитный поток, пронизывающий виток, если по обмотке соленоида течет ток силой 1 А.

7. Индуктивность соленоида с немагнитным сердечником равна 0,16 мГн. Длина соленоида 1 м, сечение 1 см^2. Сколько витков на каждый сантиметр длины содержит обмотка соленоида?

8. Скорость самолета с реактивным двигателем 950 км/ч. Найти ЭДС индукции, возникающую на концах крыльев такого самолета, если вертикальная составляющая напряженности земного магнитного поля 39,8 А/м, размах крыльев такого самолета 12,5 м.

Вариант 6

1. По двум параллельным проводам текут в противоположных направлениях токи силой I_1=I_2=10 А. Расстояние между проводами 30 см. Определить магнитную индукцию в точке, удаленной от первого и второго проводов соответственно на расстояния 15 см и 20 см.

2. Между полосами электромагнита создается однородное магнитное поле с индукцией 0,1 Тл. По проводу длиной 70 см, помещенному перпендикулярно к направлению магнитного поля, течет ток силой 70 А. Найти силу, действующую на проводник.

3. Прямой провод длиной 40 см, по которому течет ток силой 100 А, движется в однородном магнитном поле с индукцией 0,5 Тл. Какую работу совершат силы, действующие на провод со стороны поля, при перемещении его на расстояние 40 см, если направление перемещения перпендикулярно линиям индукции и проводу?

4. Электрон движется в магнитном поле с индукцией 4 мТл по окружности радиусом 0,8 см. Какова кинетическая энергия электрона?

5. На прямой проводник длиной 2 м с силой тока 50 А, расположенный в однородном магнитном поле под углом в 30^0 к направлению линий магнитного поля, действует сила 5 Н. Найти индукцию магнитного поля и его напряженность.

6. Соленоид содержит 500 витков. При силе тока 2 А магнитный поток в соленоиде равен $4 \cdot 10^{-3}$ Вб. Определить индуктивность соленоида.

7. По катушке индуктивностью 8 мкГн течет ток силой 6 А. Определить среднее значение ЭДС самоиндукции, возникающей в контуре, если сила тока изменится за 5 мс до нуля.

8. Обмотка соленоида содержит 20 витков на каждый сантиметр длины. При какой силе тока объемная плотность энергии магнитного поля будет 0,1 Дж/м^3.

Вариант 7

1. В однородном магнитном поле с напряженностью $8 \cdot 10^3$ А/м внесен медный проводник. Плотность тока в проводнике 3 А/мм^2. С каким ускорением будет двигаться проводник, если направление тока перпендикулярно направлению магнитного поля?
2. По контуру в виде равностороннего треугольника идет ток силой 10 А. Сторона треугольна 30 см. Определить магнитную индукцию в точку пересечения высот. Для сравнения определить индукцию магнитного поля в центре кругового провода, вписанного в этот треугольник.
3. Плоский контур с силой тока 10 А свободно установился в однородном магнитном поле с индукцией 0,1 Тл. Площадь контура 100 см^2. Поддерживая ток в контуре неизменным, его повернули относительно оси, лежащей в плоскости контура, на угол 60^0. Определить совершенную при этом работу.
4. Пройдя ускоряющую разность потенциалов $3 \cdot 10^3$ В, электрон влетает в однородное магнитное поле нормально линиям индукции. Индукция магнитного поля 0,01 Тл, радиус траектории 2 см. Определить удельный заряд электрона.
5. Проволочная рамка площадью 50 см^2 расположена перпендикулярно магнитному полю, индукция которого изменяется по закону $B=(I+e^2)$, где B выражается теслах. Определить ЭДС, индуцируемую в контуре в момент $t=0{,}5$ с.
6. Вычислить циркуляцию вектора индукции вдоль контура, охватывающего токи силой 2 А, 4 А, 6 А, текущие в одном направлении.
7. По соленоиду течет ток силой 1,5 А. Магнитный поток, пронизывающий поперечное сечение соленоида, равен $2 \cdot 10^{-6}$ Вб. Определить индуктивность соленоида, если он имеет 800 витков.
8. Обмотка соленоида содержит 20 витков на каждый сантиметр длины. При какой силе тока объемная плотность энергии магнитного поля будет 0,1 Дж/м^3? Сердечник выполнен из немагнитного материала, и магнитное поле во всем объеме однородно.

Вариант 8

1. Обмотка соленоида содержит два слоя прилегающих друг к другу витков провода диаметром 0,2 мм. Определить напряженность магнитного поля на оси соленоида, если по проводу идет ток силой 0,5 А.
2. Рамка площадью 6 см^2, содержащая 400 витков проволоки, находится в магнитном поле с напряженностью $1{,}6 \cdot 10^5$ А/м. По рамке течет ток силой 10^{-7} А. Определить магнитный момент рамки и вращающий момент, с направлением магнитного поля угол 60^0.
3. Напряженность магнитного поля в центре кругового витка радиусом 8 см равна 30 А/м. Определить напряженность поля на оси витка в точке, расположенной на расстоянии 6 см от центра витка.
4. Заряженная частица с кинетической энергией 2 кэВ движется в однородном поле по окружности радиусом 4 мм. Определить силу Лоренца, действующую на частицу со стороны поля.

5. Катушка радиусом 5 см, имеющая 100 витков, находится в магнитном поле. Определить среднее значении ЭДС индукции в этой катушке, если индукция магнитного поля увеличится в течение 0,5 с от 0 до 1,5 Тл.

6. На картонный каркас длиной 0,8 м и диаметром 4 см намотан в один слой провод диаметром 0,25 мм так, что витки плотно прилегают друг к другу. Вычислить индуктивность получившегося соленоида.

7. Квадратный контур со стороной 10 см, в котором течет ток силой 6 А, находится в магнитном поле с индуктивностью 8 Тл. Какую работу нужно совершить, чтобы при неизменной силе тока в контуре повернуть его на 40^0 ?

8. По соленоиду радиусом 20 см, содержащему 500 витков, течет ток силой 1 А. Определить объемную плотность энергии магнитного поля в центре кольца.

Вариант 9

1. По двум параллельным бесконечно длинным проводам, расположенным на расстоянии 8 см друг от друга, текут в одном направлении токи $I_1=I_2=40$ А. Определить магнитную индукции поля в точке, отстоящей от одного проводника на расстоянии 6 см и от другого на расстоянии 10 см.

2. Проволочный виток радиусом 20 см расположен в плоскости магнитного меридиана. Горизонтальная составляющая напряженности магнитного поля Земли равна 5,92 А/м. В центре витка установлен компас. Какой силы ток течет по витку, если магнитная стрелка компаса отклонена на угол 9^0 от плоскости магнитного меридиана?

3. Магнитная стрелка помещена в центре кругового проводника, плоскость которого расположена вертикально и составляет угол 20^0 с плоскостью магнитного меридиана. Радиус окружности 10 см. Определить угол, на который повернется магнитная стрелка, если по проводнику пойдет ток силой 3 А.

4. Протон, прошедший ускоряющую разность потенциалов 600 В, влетел в однородное магнитное поле напряженностью $2{,}4\cdot10^5$ А/м и начал двигаться по окружности. Определить радиус окружности.

5. Магнитный поток сквозь сечение соленоида равен 50 мкВб. Длина соленоида 50 см. Найти магнитный момент соленоида, если его витки плотно прилегают друг к другу.

6. Электродвижущая сила самоиндукции, возникающая в цепи с индуктивностью 0,4 Гн, изменяется с течением времени по закону $E_i=(20+8t)$ В. Найти, по какому закону изменяется сила тока в цепи.

7. Соленоид сечением 10 см^2 содержит 10^3 витков. При силе тока 5 А магнитная индукция поля внутри соленоида равна 0,05 Тл. Определить индуктивность соленоида.

8. Соленоид длиной 50 см и площадью сечения 2 см^2 имеет индуктивность 0,2 мкГн. При какой силе тока объемная плотность энергии магнитного поля внутри соленоида будет равна 1 мДж/м^3 ?

Вариант 10

1. По двум длинным параллельным проводникам, расстояние между которыми 6 см, текут токи силой 12 А. Определить индукцию и напряженность магнитного поля в точке, удаленной от каждого провода на расстоянии 6 см, если токи текут в одном направлении.

2. Плоский контур с током силой 5 А свободно установился в однородном магнитном поле с индукцией 0,4 Тл. Площадь контура 200 см^2. Поддерживая ток в контуре неизменным, его повернули относительно оси, лежащей в плоскости контура, на угол 40^0. Определить совершенную при этом работу.

3. В магнитном поле с индукцией 1,2 Тл по круговой орбите радиусом 50 см движется α-частица. Определить скорость и разность потенциалов, которую должна пройти α-частица, чтобы приобрести такую скорость. Заряд α-частицы $3{,}2\cdot10^{-19}$ Кл, масса е $6{,}64\cdot10^{-27}$ кг.

4. Прямой провод длиной 40 см, по которому течет ток силой 100 А, движется в однородном магнитном поле с индукцией 0,5 Тл. Какую совершат силы, действующие на проводник со стороны поля, при перемещении его на расстояние 40 см, если направления перемещения перпендикулярно линии индукции и проводу.

5. На длинный картонный каркас диаметром 5 см уложена однослойная обмотка из проволоки диаметром 0,2 мм. Определить магнитный поток, создаваемый таким соленоидом при силе тока 0,5 А.

6. Рамка, содержащая 200 витков, может вращаться относительно оси, лежащей в плоскости рамки. Площадь рамки 5 см^2. Ось рамки перпендикулярна линиям индукции однородного магнитного поля, величина которого равна 0,05 Тл. Определить максимальную ЭДС, которая индуцируется в рамке при ее вращении с частотой 40 с$^{-1}$.

7. Катушку индуктивностью 0,6 Гн подключают к источнику тока. Найти сопротивление катушки если, за время равное 3 с сила тока через катушку достигает 80% предельного значения..

8. Индуктивность катушки 0,1 мГн. При какой силе тока энергия магнитного поля равна 10^{-4} Дж?

6. ОПТИКА

Основные формулы

Закон преломления света

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = n_{21},$$

где i_1 – угол падения; i_2 – угол преломления; $n_{21} = \frac{n_2}{n_1}$ – относительный показатель преломления второй среды относительно первой; n_1 и n_2 – абсолютные показатели преломления соответственно первой и второй сред.

Индексы в обозначениях углов i_1 и i_2 указывают, в какой среде (первой или второй) идет луч. Если луч переходит из второй среды в первую, падая на поверхность раздела под углом i_2, то по принципу обратимости световых лучей угол преломления будет равен i_1 (рис. 24)

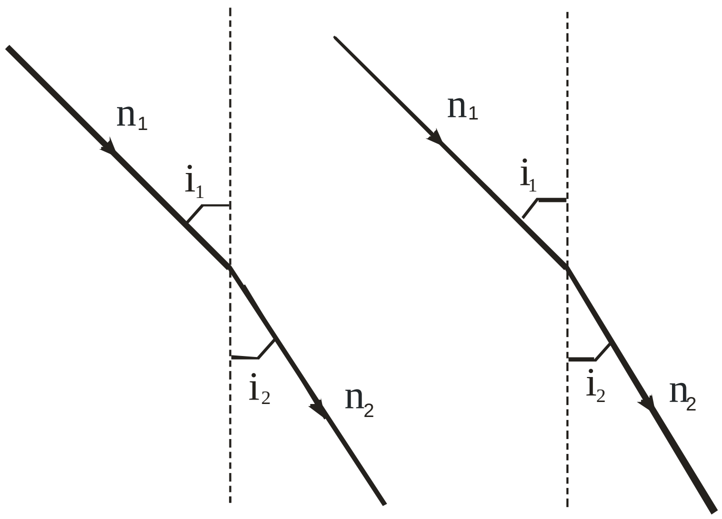


Рис. 24.

Предельный угол полного внутреннего отражения при переходе света из среды более оптически плотной в среду менее оптически плотную

$$i_{пр} = \arcsin\frac{n_2}{n_1} \qquad (n_2 < \mathbf{n_1}).$$

Формула тонкой линзы

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b},$$

где f – фокусное расстояние линзы; a – расстояние от оптического центра линзы до предмета; b – расстояние от оптического цента линзы до изображения.

Если фокус мнимый (линза рассеивающая), то величина f отрицательна.

Если изображение мнимое, то величина b отрицательна.

Оптическая сила тонкой линзы

$$\Phi = \frac{1}{f}.$$

Оптическая сила тонкой линзы зависит от радиусов R_1 и R_2 ее сферических поверхностей

$$\Phi = (N-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right),$$

где $N=n/n_1$ – относительный показатель преломления (n и n_1 – соответственно, абсолютные показатели преломления линзы и окружающей среды).

Для плоско-выпуклой линзы, находящейся в воздухе ($n_1 = 1$), радиус второй сферической поверхности $R_2 \to \infty$

$$\Phi = \frac{n-1}{R},$$

где n - абсолютный показатель преломления линзы; $R = R_1$ - радиус сферической поверхности плоско-выпуклой линзы.

Оптическая сила двух тонких линз, сложенных вплотную

$$\Phi=\Phi_1+\Phi_2.$$

Скорость света в среде

$$v = \frac{c}{n},$$

где c – скорость света в вакууме; n – абсолютный показатель преломления среды.

Оптическая длина пути световой волны

$$L=n\ell,$$

где ℓ - геометрическая длина пути световой волны в среде с показателем преломления n.

Оптическая разность хода двух когерентных световых волн:

$$\Delta = L_2 - L_1,$$

где $L_1=n_1\ell_1$ и $L_2=n_2\ell_2$ - оптические пути световых волн в первой и во второй средах.

Разность фаз колебаний векторов напряженностей электрического поля (световых векторов) двух когерентных световых волн:

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0}\Delta,$$

где λ_0 - длина этих волн в вакууме.

Условия максимумов интенсивности света при интерференции:

$$\delta = \pm 2\pi k \quad \text{и} \quad \Delta = \pm k\lambda_0,$$

где $k = 0,1,2,3...$

Условия минимумов интенсивности света при интерференции:

$$\delta = \pm\pi(2k+1) \quad \text{и} \quad \Delta = \pm(2k+1)\frac{\lambda_0}{2},$$

где $k = 0,1,2,3...$

Координаты максимумов и минимумов интенсивностей света в интерференционной картине, полученной от двух когерентных источников:

$$x_{max} = \pm k\frac{\ell}{d}\lambda_0 \quad \text{и} \quad x_{min} = \pm(2k+1)\frac{\ell}{d}\frac{\lambda_0}{2},$$

где ℓ - расстояние от источников света до экрана; d - расстояние между источниками света; $k = 0,1,2,3...$

Ширина интерференционной полосы: $\Delta x_{max} = \Delta x_{min} = \frac{\ell}{d}\lambda_0$.

Оптическая разность хода двух световых волн, отраженных от верхней и нижней поверхностей плоскопараллельной тонкой пленки, находящейся в воздухе с абсолютным показателем преломления $n_0 = 1$(рис. 6а):

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i_1} - \frac{\lambda_0}{2} = 2dn\cos i_2 - \frac{\lambda_0}{2},$$

где d - толщина пленки; n - абсолютный показатель преломления пленки; λ_0 - длина световых волн в воздухе (вакууме); i_1 и i_2 - углы падения и преломления света. Второе слагаемое в этих формулах учитывает увеличение оптической длины пути световой волны на $\frac{\lambda_0}{2}$ при отражении ее от среды оптически более плотной ($n > n_0$). В проходящем свете (рис. 25, б) отражения световых волн происходит от среды, оптически менее плотной, и дополнительной разности хода световых волн не возникает.

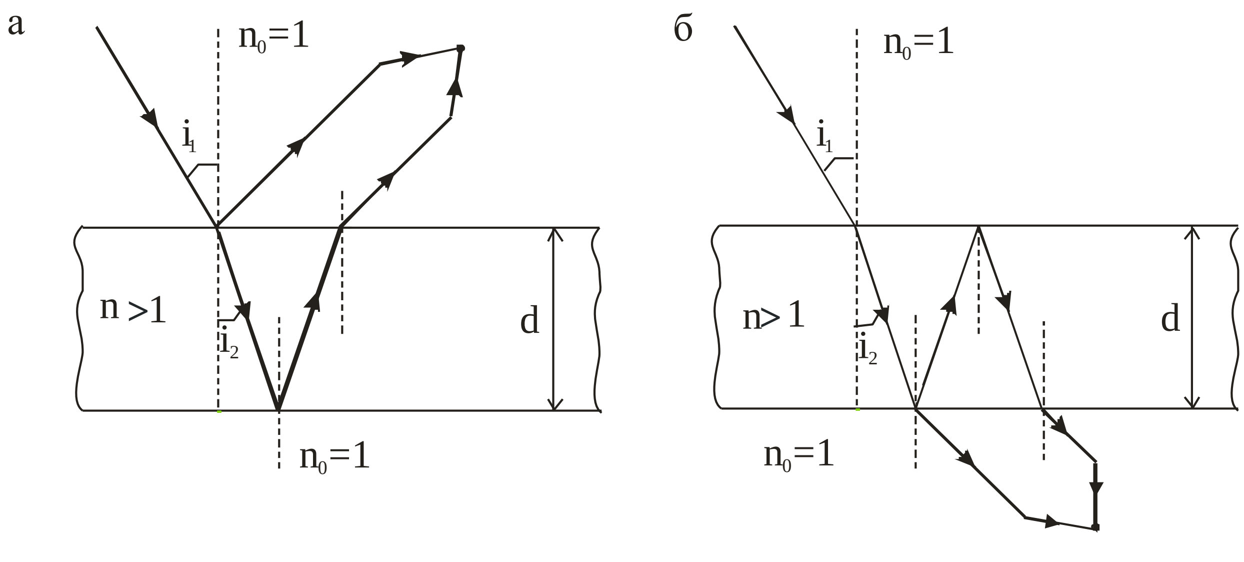


Рис. 25

Радиусы светлых колец Ньютона в отраженном свете (темных колец в проходящем свете):

$$r_k = \sqrt{(2k-1)R\frac{\lambda_0}{2}} \quad \text{при} \quad k = 1,2,3,...$$

и радиусы темных колец Ньютона в отраженном свете (светлых колец в проходящем свете):

$$r_k = \sqrt{kR\lambda_0} \text{ при } k = 0,1,2,3,\ldots.$$

где R - радиус кривизны линзы; λ_0 - длина световой волны в воздухе (вакууме), находящемся между линзой и стеклянной пластинкой.

Радиусы зон Френеля, построенных на сферической волновой поверхности:

$$r_k = \sqrt{\frac{ab}{a+b}k\lambda_0} \text{ при } k = 1,2,3,\ldots,$$

где a - радиус сферической волновой поверхности точечного источника света; b - расстояние от волновой поверхности до точки наблюдения; λ_0 - длина световой волны в воздухе (вакууме).

Дифракция Фраунгофера на одной щели:

а) условие максимумов интенсивности света: $a\sin\varphi = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2}$;

б) условие минимумов интенсивности света: $a\sin\varphi = \pm 2k\frac{\lambda}{2}$,

где a - ширина щели; φ - угол дифракции, определяющий направление максимума или минимума интенсивности света; λ - длина световой волны в данной среде; $k = 1,2,3\ldots$

При падении параллельного пучка света на щель под углом φ_0 условие дифракционных максимумов имеет вид:

$$a(\sin\varphi - \sin\varphi_0) = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2}.$$

Дифракция Фраунгофера на дифракционной решетке:

а) условие главных минимумов интенсивности света:

$$a\sin\varphi = \pm 2k\frac{\lambda}{2} \quad \text{при } k = 1,2,3,\ldots;$$

б) условие дополнительных минимумов интенсивности света: $d\sin\varphi = \pm m\frac{\lambda}{N}$

при $m = 1,2,\ldots, N-1, N+1,\ldots,2N-1,2N+1,\ldots$ ($m \neq 0, N, 2N,\ldots$);

в) условие главных максимумов интенсивности света:

$$d\sin\varphi = \pm 2k\frac{\lambda}{2} \text{ при } k = 0,1,2,3,\ldots,$$

где a - ширина одной щели; d - постоянная решетки; N - общее число щелей; φ - угол дифракции, определяющий направление максимума или минимума интенсивности света; λ - длина световой волны в данной среде; k - порядок спектра.

При падении параллельного пучка света на дифракционную решетку под углом φ_0 условие главных максимумов имеет вид:

$$d(\sin\varphi - \sin\varphi_0) = \pm 2k\frac{\lambda}{2}.$$

Разрешающая способность дифракционной решетки:

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = kN,$$

где λ и $(\lambda + \Delta\lambda)$ - длины двух световых волн, еще разрешаемых решеткой по критерию Рэлея; N - общее число щелей; k - порядок спектра.

При дифракции рентгеновских лучей на кристаллической решетке направления максимальных интенсивностей этих лучей определяются по формуле Вульфа-Брэггов:

$$2d\sin\vartheta = k\lambda \quad \text{при } k = 1,2,3,\ldots,$$

где d - расстояние между параллельными кристаллографическими плоскостями; λ - длина волн рентгеновских лучей; ϑ - угол скольжения рентгеновских лучей.

Интенсивность света численно равна энергии, переносимой электромагнитными волнами за единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную направлению распространения этих волн. Интенсивность электромагнитной волны пропорциональна квадрату амплитуды вектора E напряженности электрического поля (амплитуды светового вектора):

$$I \sim E^2.$$

Интенсивность света, являющегося совокупностью электромагнитных волн:

$$I = \sum_{k=1}^{n} I_k \sim \sum_{k=1}^{n} E_k^2 = \sum_{k=1}^{n} E_{kx}^2 + \sum_{k=1}^{n} E_{ky}^2,$$

где I_k и E_k - интенсивность и амплитуда вектора напряженности электрического поля k- той электромагнитной волны; E_{kx} и E_{ky} - проекции вектора напряженности электрического поля k- той электромагнитной волны на взаимно перпендикулярные оси координат Ox и Oy; n- количество электромагнитных волн.

В естественном свете:

$$\sum_{k=1}^{n} E_{kx}^2 = \sum_{k=1}^{n} E_{ky}^2 \sim \frac{I_0}{2},$$

где I_0 - интенсивность естественного света.

После прохождения естественного света через первый поляризатор интенсивность полученного плоскополяризованного света: $I_1 = \frac{I_0}{2}$, где I_0 - интенсивность естественного света.

По закону Малюса интенсивность плоскополяризованного света, прошедшего через второй поляризатор (анализатор):

$$I_2 = I_1 \cos^2\alpha = \frac{I_0}{2}\cos^2\alpha,$$

где α - угол между оптическими осями первого и второго поляризаторов (угол между главными плоскостями поляризаторов).

С учетом отражения и поглощения света в поляризаторах:

$$I_2 = I_1(1-\rho_1-\rho_2)^2\cos^2\alpha = \frac{I_0}{2}(1-\rho_1-\rho_2)^2\cos^2\alpha,$$

где ρ_1 и ρ_2 - соответственно коэффициенты отражения и поглощения света в обоих поляризаторах.

Степень поляризации света: $P = \dfrac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}$,

где I_{max} и I_{min} - максимальная и минимальная интенсивности света, пропускаемого поляризатором (анализатором).

Согласно закону Брюстера, после падения естественного света на границу раздела двух сред под углом $i_Б$ отраженный луч является плоскополяризованным и перпендикулярным преломленному лучу. Из закона преломления света следует, что:

$$tg\, i_Б = \frac{n_2}{n_1} = n_{21},$$

где $n_{21} = \dfrac{n_2}{n_1}$ - относительный показатель преломления сред.

Угол поворота φ плоскости поляризации оптически активными веществами определяется соотношениями:

а) в твердых телах $\varphi = \alpha d$,

где α - постоянная вращения; d – длина пути, пройденного светом в оптически активном веществе;

б) в чистых жидкостях $\varphi = [\alpha]\rho d$,

где $[\alpha]$ - удельное вращение; ρ - плотность жидкости;

в) в растворах $\varphi = [\alpha]Cd$,

где C – массовая концентрация оптически активного вещества в растворе.

Спектральная плотность энергетической светимости (излучательности) тела численно равна мощности излучения с единицы площади поверхности тела в интервале длин волн единичной ширины:

$$R_{\lambda,T} = \frac{dW^{изл}_{\lambda,\lambda+d\lambda}}{d\lambda},$$

где T - термодинамическая температура тела; $dW^{изл}_{\lambda,\lambda+d\lambda}$ - энергия электромагнитных волн, излучаемых за единицу времени с единицы площади поверхности тела в интервале длин волн от λ до $\lambda + d\lambda$.

Интегральная энергетическая светимость (излучательность) тела численно равна мощности излучения с единицы площади поверхности тела во всем интервале длин волн от нуля до бесконечности:

$$R_T = \int_0^\infty R_{\lambda,T} d\lambda.$$

Спектральная поглощательная способность тела равна отношению мощности $dW^{погл}_{\lambda,\lambda+d\lambda}$ электромагнитных волн, поглощаемых телом, к мощности $dW_{\lambda,\lambda+d\lambda}$ электромагнитных волн, падающих на единицу площади поверхности этого тела в интервале длин волн от λ до $\lambda + d\lambda$:

$$A_{\lambda,T} = \frac{dW^{погл}_{\lambda,\lambda+d\lambda}}{dW_{\lambda,\lambda+d\lambda}}.$$

Для абсолютно черного тела: $A_{\lambda,T} = 1$; для серого тела: $A_{\lambda,T} = A_T = const < 1$.

Согласно закону Кирхгофа для любого тела:

$$\frac{R_{\lambda,T}}{A_{\lambda,T}} = r_{\lambda,T},$$

где $A_{\lambda,T}$- спектральная поглощательная способность тела; $R_{\lambda,T}$ и $r_{\lambda,T}$ - спектральные плотности энергетических светимостей, соответственно, данного тела и абсолютно черного тела.

Закон Стефана-Больцмана для излучательности абсолютно черного тела:

$$R^e_T = \sigma T^4,$$

где T – термодинамическая температура; $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м$^2 \cdot$ К^4)- постоянная Стефана-Больцмана.

Излучательность серого тела:

$$R_T = A_T \sigma T^4.$$

Первый закон Вина устанавливает связь между длиной волны λ_{max}, на которую приходится максимальная спектральная плотность энергетической светимости абсолютно черного тела, и термодинамической температурой T этого тела:

$$\lambda_{max} = \frac{C_1}{T},$$

где $C_1 = 2{,}9 \cdot 10^{-3}$ м $\cdot$ К.

Согласно второму закону Вина максимальная плотность энергетической светимости абсолютно черного тела:

$$r^{max}_{\lambda,T} = C_2 T^5,$$

где $C_2 = 1{,}29 \cdot 10^{-5}$ Вт/(м$^3 \cdot$ К^5).

Соотношение между спектральными плотностями энергетической светимости абсолютно черного тела для длин λ и частот ν электромагнитных волн:

$$r_{\lambda,T} = \frac{c}{\lambda^2} r_{\nu,T},$$

где c - скорость света в вакууме.

Формула Планка для спектральной плотности энергетической светимости абсолютно черного тела:

$$r_{\nu,T} = \frac{2h\nu^3}{c^2}\frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}}-1} \quad \text{или} \quad r_{\lambda,T} = \frac{2\pi\pi h^2}{\lambda^5}\frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}}-1},$$

где h - постоянная Планка; k - постоянная Больцмана; e - основание натурального логарифма.

Энергия кванта электромагнитного излучения (фотона): $\varepsilon_0 = h\nu$, где ν - частота электромагнитных колебаний.

Масса и импульс фотона:

$$m = \frac{h\nu}{c^2} \quad \text{и} \quad p = \frac{h\nu}{c},$$

где c - скорость света в вакууме.

Давление света: $$P = \frac{W}{c}(1+\rho),$$

где W - энергия света, падающего на единицу площади поверхности за единицу времени; ρ - коэффициент отражения света.

Уравнение Эйнштейна для внешнего фотоэффекта:

$$h\nu = A + \frac{m\upsilon_{max}^2}{2},$$

где $h\nu$ - энергия кванта электромагнитного излучения (фотона); A - работа, совершаемая электроном при выходе из металла; m - масса электрона; υ_{max} - максимальная скорость электрона, покинувшего металл.

Минимальная частота, при которой еще наблюдается фотоэффект, - красная граница фотоэффекта:

$$\nu_0 = \frac{A}{h}.$$

Задерживающее напряжение U_0, при котором электрон, покинувший катод, уже не может достигнуть анода, определяется равенством:

$$eU_0 = \frac{m\upsilon_{max}^2}{2},$$

где e - заряд электрона.

Максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов в двух случаях - нерелятивистском и релятивистском - выражается различными формулами:

а) если фотоэффект вызван фотоном, имеющим незначительную энергию ($h\nu$< 5 кэВ), то

$$T_{max}=\frac{m_0 \upsilon_{max}^2}{2}$$

где m_o – масса покоя электрона;

б) если фотоэффект вызван фотоном, обладающим большой энергией

($h\nu$ >> 5 кэВ), то

$$T_{max} = (m - m_0)c^2, \text{ или } T_{max} = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right),$$

где $\beta = \upsilon_{max} / c$; m – масса релятивистского электрона.

6.1. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1. Луч света падает на плоскую границу раздела двух сред, частично отражается и частично преломляется (рис. 26). Найти угол падения, при котором отраженный луч перпендикулярен преломленному лучу.

Решение. Используем законы преломления и отражения света:

$i_1 + i_2 = 90^0$; $i_1 = i_1^{/}$ (угол падения равен углу отражения); $n_{21} = \dfrac{n_2}{n_1}$.

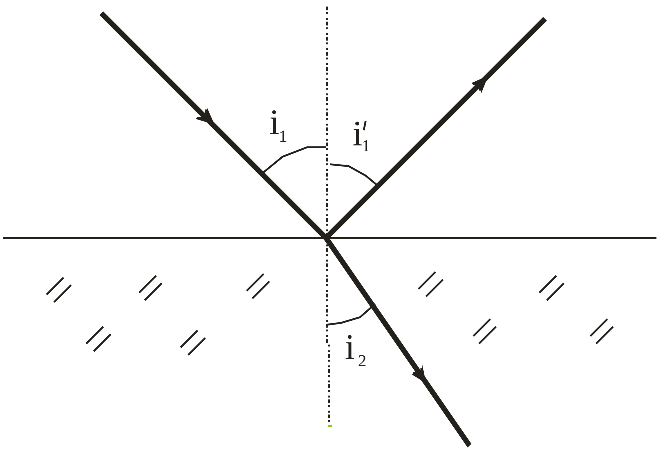


Рис. 26

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = n_{21}; \qquad i_2 = 90^0 - i_1^{/} = 90^0 - i_1;.$$

$$\sin i_2 = \sin(90^0 - i_1) = \cos i_1;$$

$$\frac{\sin i_1}{\cos i_1} = \mathrm{tg}\, i_1 = n_{21};$$

$$i_1 = \mathrm{arctg}\, n_{21}$$

Пример 2. Найти длину отрезка ℓ_1 на котором укладывается столько же длин волн монохроматического света в вакууме сколько их укладывается на отрезке ℓ_2=5 мм в стекле. Абсолютный показатель преломления стекла n_2=1,5.
Решение. В стекле:

$$v = \lambda_2 \nu, \qquad v = \frac{c}{n_2},$$

где v – скорость света в стекле; ν - частота света; λ_2 - длина волны света в стекле; c – скорость света в вакууме; n_2 – абсолютный показатель преломления стекла.
Длина волны света в стекле:

$$\lambda_2 = \frac{c}{n_2 \nu}.$$

Длина волны света в вакууме:

$$\lambda_1 = \frac{c}{n_1 \nu}.$$

Количество длин волн: $k = \frac{\ell_1}{\lambda_1} = \frac{\ell_2}{\lambda_2}$. Отсюда:

$$\ell_1 = \ell_2 \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \ell_2 \frac{cn_2\nu}{cn_1\nu};$$

$$\ell_1 = \ell_2 \frac{n_2}{n_1} = 5 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{1{,}5}{1} = 7{,}5 \cdot 10^{-3} \textit{ м}.$$

Пример 3. От двух когерентных источников S_1 и S_2 (λ=0,8 мкм) лучи попадают на экран (рис. 27). На экране наблюдается интерференционная картина. Когда на пути одного из лучей перпендикулярно ему поместили мыльную пленку (n=1,33), интерференционная картина изменилась на противоположную. При какой наименьшей толщине d_{min} пленки это возможно?

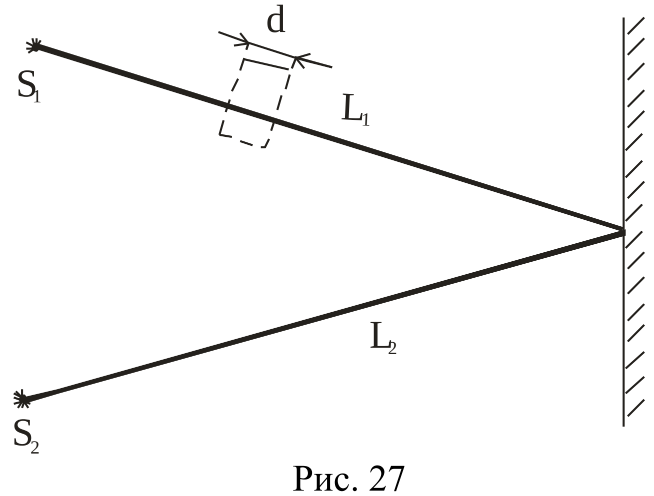


Рис. 27

Решение. Изменение интерференционной картины на противоположную означает, что на тех участках экрана, где наблюдались интерференционные максимумы, стали наблюдаться интерференционные минимумы.

Оптическая разность хода световых волн, распространяющихся в воздухе от источников S_1 и S_2 до точки Р, равна

$$\Delta_1 = (\ell_1 - \ell_2)n_0 = \ell_1 - \ell_2, \tag{1}$$

где ℓ_1 и ℓ_2 - геометрические пути световых волн; n_o – абсолютный показатель преломления воздуха ($n_o = 1$).

Если в точке Р наблюдается интерференционный максимум, то

$$\Delta_1 = k_1\lambda\ , \tag{2}$$

где $k_1 = 0, \pm1, \pm2, \pm3\ \ldots$; λ - длина световой волны в воздухе (вакууме).

После внесения мыльной пленки оптическая разность хода указанных световых волн становится равной

$$\Delta_2 = [(\ell_1 - d)n_o + dn] - \ell_2 = (\ell_1 - \ell_2) + d(n - 1), \tag{3}$$

где d – толщина мыльной пленки; n – ее абсолютный показатель преломления.

Поскольку в точке Р теперь наблюдается интерференционный минимум, то

$$\Delta_2 = (2k_2 + 1)\frac{\lambda}{2}. \tag{4}$$

Из равенств (3) и (4) следует, что

$$\Delta_2 - \Delta_1 = (2k_2 + 1)\frac{\lambda}{2} - k_1\lambda = (k_2 - k_1)\lambda + \frac{\lambda}{2}. \tag{5}$$

Используя выражения (1) и (3), получаем из равенства (5):

$$d(n - 1) = (k_2 - k_1)\lambda + \frac{\lambda}{2}. \tag{6}$$

Отсюда находим толщину мыльной пленки:

$$d_{min} = \frac{1}{(n - 1)}\left[(k_2 - k_1)\lambda + \frac{\lambda}{2}\right]. \tag{7}$$

Очевидно, что толщина мыльной пленки минимальна, когда $k_2 - k_1 = 0$:

$$d = \frac{\lambda}{2(n - 1)} = 1{,}21\text{мкм}.$$

Пример 4. На стеклянный клин, имеющий абсолютный показатель преломления n=1,5, нормально к его грани падает монохроматический свет с длиной волны λ=0,6 мкм. В возникшей при этом интерференционной картине в отраженном свете на отрезке длиной ℓ=1 см наблюдается 10 темных полос. Определить угол α клина.

Решение. Параллельный пучок света, падая нормально к грани клина, отражается как от верхней, так и от нижней грани. Эти пучки света когерентны, и поэтому наблюдается устойчивая картина интерференции. Так как интерференционные полосы наблюдаются при малых углах клина, то отраженные пучки света 1 и 2 будут практически параллельны (рис. 28).

Темные полосы видны на тех участках клина, для которых оптическая разность хода световых волн, отраженных от нижней и верхней граней клина, кратна нечетному числу половины длины волны в воздухе (вакууме):

$$\Delta = (2k+1)\frac{\lambda}{2}, \text{ где } k=0,\ 1,\ 2\ldots \tag{1}$$

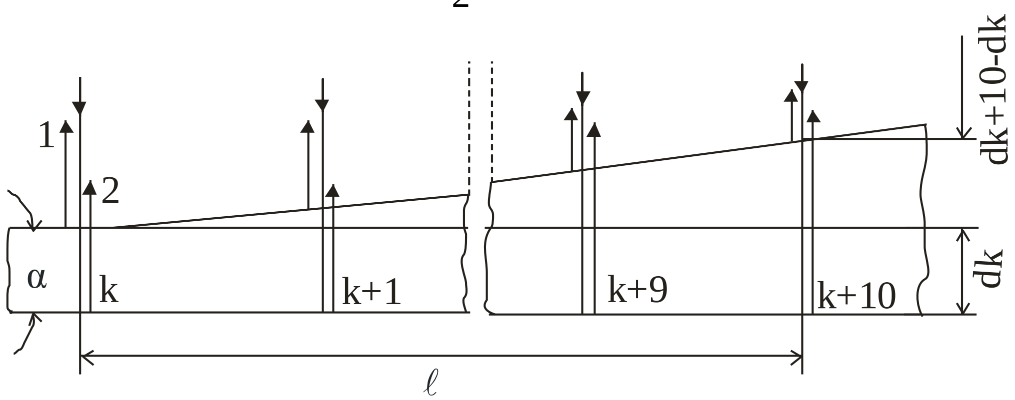


Рис. 28

Эта оптическая разность хода указанных световых волн в клине, находящемся в воздухе с абсолютным показателем преломления $n_0 = 1$, равна

$$\Delta = 2d_k n \cos i_2 - \frac{\lambda}{2} = (2k+1)\frac{\lambda}{2}, \tag{2}$$

где d_k – толщина клина в том месте, где наблюдается k-тая темная полоса; n - абсолютный показатель преломления стекла; i_2 - угол преломления света. Второе слагаемое в этих формулах учитывает увеличение оптической длины пути световой волны на $\frac{\lambda}{2}$ при отражении ее от среды оптически более плотной, т.е. от верхней грани стеклянного клина.

Согласно условию задачи, угол падения равен нулю, следовательно, и угол преломления i_2 равен нулю, а $\cos i_2 = 1$. Раскрыв скобки в правой части равенства (2), после упрощения получим

$$2d_k n = \lambda(k+1). \tag{3}$$

Отсюда находим

$$d_k = \frac{\lambda(k+1)}{2n}. \tag{4}$$

Пусть произвольной темной полосе номера k соответствует определенная толщина клина в этом месте d_k, а темной полосе номера k+10 соответствует толщина клина d_{k+10}. Согласно условию задачи, 10 полос укладываются на отрезке длиной $\ell = 1$ см. Тогда искомый угол (см. рис.) будет равен

$$\alpha = \frac{d_{k+10} - d_k}{\ell}, \tag{5}$$

где из-за малости угла клина $tg\alpha \approx \alpha$ (угол α выражен в радианах).

Вычислив d_k и d_{k+10} по формуле (4), подставив их в формулу (5) и произведя преобразования, найдем

$$\alpha = \frac{5\lambda}{n\ell}. \tag{6}$$

После вычисления получим

$$\alpha = 2 \cdot 10^{-4} \text{ рад}.$$

$$\alpha_{\text{град}} = \frac{180}{\pi}\alpha_{\text{рад}}; \qquad \alpha = \frac{180}{3,14} \cdot 2 \cdot 10^{-4} = 1,15^{\circ} \cdot 10^{-2} = 0,688' = 41,2''.$$

Пример 5. Плосковыпуклая линза (n=1,5) выпуклой стороной прижата к стеклянной пластинке. Расстояние между четвертым и третьим кольцами Ньютона, наблюдаемыми в отраженном свете, равно 0,4 мм. Найти оптическую силу линзы, если освещение производится монохроматическим светом с λ=550 нм, падающим нормально к плоской поверхности линзы.

Решение. По условию задачи плосковыпуклая линза находится в воздухе.

Для нее оптическая сила

$$\Phi = \frac{n-1}{R}, \tag{1}$$

где n – абсолютный показатель преломления линзы; R – радиус сферической поверхности линзы.

Радиус темного кольца Ньютона в отраженном свете

$$r_k = \sqrt{k\lambda R}, \tag{2}$$

где λ - длина световой волны в воздухе (вакууме); k =0,1,2,3…

Разность радиусов четвертого и третьего темных колец

$$r_4 - r_3 = \sqrt{4\lambda\lambda} - \sqrt{3\lambda\lambda} = \sqrt{\lambda R}(2-\sqrt{3})$$

или

$$(r_4 - r_3)^2 = R\lambda(2-\sqrt{3})^2. \tag{3}$$

Подставив (2) в (1), найдем искомую оптическую силу линзы:

$$\Phi = \frac{(n-1)\lambda(2-\sqrt{3})^2}{(r_4 - r_3)^2} = \frac{(1,5-1)5,5 \cdot 10^{-7}(2-\sqrt{3})^2}{16 \cdot 10^{-8}} = 0,123 \text{ дптр}.$$

Пример 6. Найти радиус третьей зоны Френеля (рис. 29), если расстояние от точечного источника света (λ=600 нм) до сферической волновой поверхности и от волновой поверхности до точки наблюдения равны 1,5 м.

Решение. S – точечный источник света; M – точка наблюдения.

$$SO=OM=b; \quad PM = b + k\frac{\lambda}{2}; \quad PC = r_k; \quad CO = x_k,$$

где λ - длина световой волны в воздухе (вакууме); k – номер зоны Френеля.

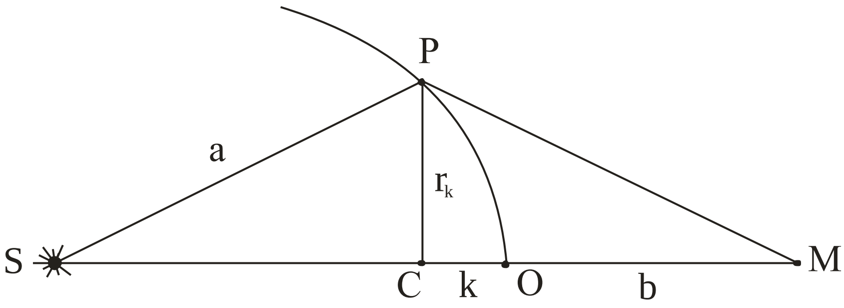


Рис. 29

Из рисунка видно, что

$$r_k^2 = a^2 - (a - x_k)^2 = \left(b + k\frac{\lambda}{2}\right)^2 - (b + x_k)^2. \qquad (1)$$

Раскрывая скобки в равенстве (1) и пренебрегая членом $\frac{k^2\lambda^2}{4}$, поскольку длина световой волны λ мала ($\lambda << a$; $\lambda << b$), получаем

$$x_k = \frac{kb\lambda}{2(a+b)}. \qquad (2)$$

Из уравнения (1) следует, что

$$r_k^2 = 2ax_k - x_k^2, \text{ а при } x_к << a$$

$$r_k^2 = 2ax_k. \qquad (3)$$

Подставив (2) в (3), найдем выражение для искомого радиуса внешней границы k-ой зоны Френеля:

$$r_k = \sqrt{\frac{abk\lambda}{a+b}}. \qquad (4)$$

При k = 3

$$r_3 = \sqrt{\frac{1,5\cdot 1,5\cdot 3\cdot 6\cdot 10^{-7}}{1,5+1,5}} = 1,16\cdot 10^{-3} \text{ м}$$

Пример 7. На щель шириной a=0,1 мм нормально падает параллельный пучок света от монохроматического источника (λ=0,6 мкм). Определить ширину ℓ центрального максимума в дифракционной картине, проецируемой с помощью линзы, находящейся непосредственно за щелью, на экран, отстоящий от линзы на расстоянии L=1 м.

Решение. Центральный максимум интенсивности света занимает область между ближайшими от него справа и слева минимумами интенсивности (рис. 30).

Минимумы интенсивности света при дифракции от одной щели наблюдаются под углами φ, определяемыми условием

$$a\sin\varphi = \pm k\lambda, \qquad (1)$$

где λ - длина световой волны в воздухе (вакууме); k – порядок минимума (k = 1,2,3…). По условию задачи k = 1.

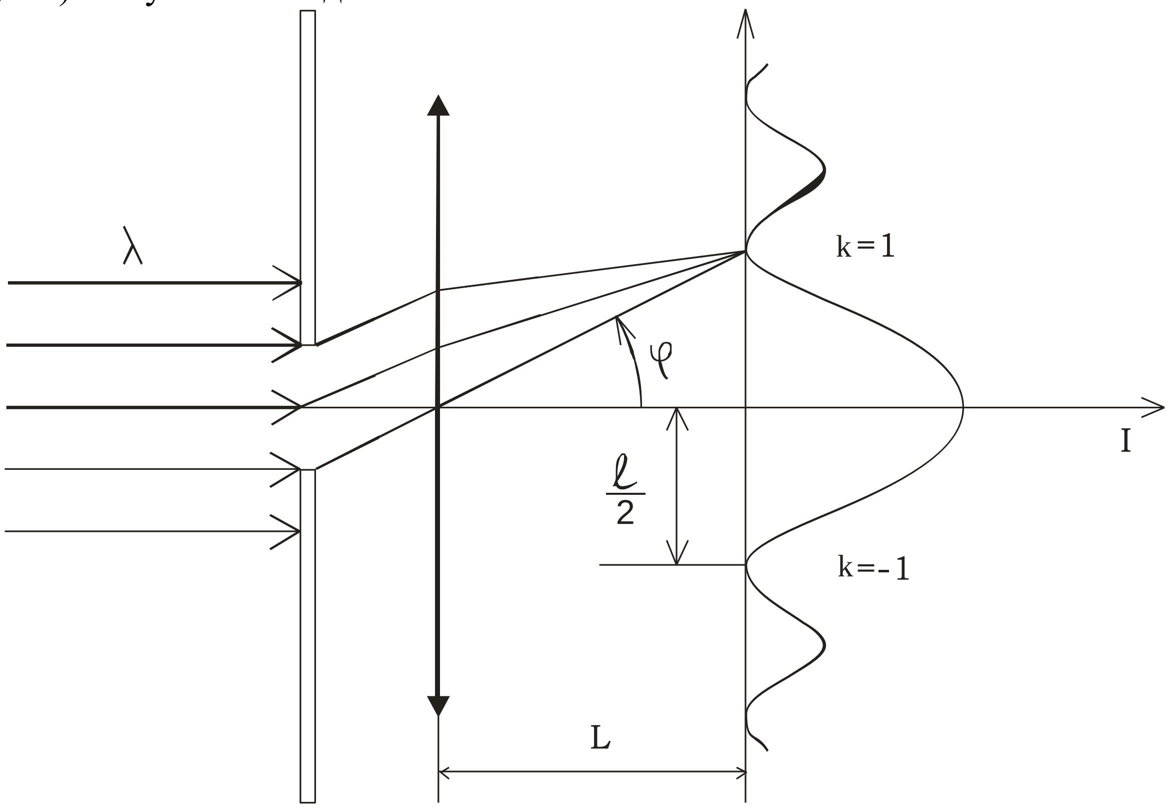


Рис.30

Расстояние между двумя минимумами на экране определим непосредственно по чертежу: $\ell = 2L\mathrm{tg}\varphi$. При малых углах $\mathrm{tg}\varphi \approx \sin\varphi$, перепишем эту формулу в виде

$$\ell = 2L\sin\varphi. \qquad (2)$$

Выразим $\sin\varphi$ из формулы (1) и подставим его в равенство (2):

$$\ell = 2Lk\frac{\lambda}{a}. \qquad (3)$$

Произведя вычисления по формуле (3), получим

$$\ell = 1{,}2 \quad \text{см.}$$

Пример 8. На дифракционную решетку длиной ℓ=15 мм, содержащую N=3000 штрихов, падает нормально монохроматический свет с длиной волны λ=550 нм. Найти число максимумов, наблюдаемых в спектре дифракционной решетки.

Решение. Постоянная d дифракционной решетки, длина световой волны λ и угол φ дифракции световой волны, соответствующий k-му максимуму интенсивности света, связаны соотношением

$$d\sin\varphi = k\lambda, \quad (k = 0, 1, 2...) \qquad (1)$$

Для определения числа максимумов, наблюдаемых в спектре дифракционной решетки, вычислим сначала максимальное значение k_{max} исходя из того, что максимальный угол дифракции световой волны не может превышать 90^0.

Из формулы (1) находим

$$k = \frac{d}{\lambda}\sin\varphi. \tag{2}$$

При $\sin\varphi = 1$:

$$k_{max} = \frac{d}{\lambda} \tag{3}$$

Постоянная дифракционной решетки

$$d = \frac{\ell}{N}. \tag{4}$$

Тогда

$$k_{max} = \frac{\ell}{N\lambda} = \frac{1{,}5\cdot 10^{-2}}{3000\cdot 5{,}5\cdot 10^{-7}} = 9{,}1.$$

Значение k должно быть целым, следовательно $k_{max} = 9$.

Влево и вправо от центрального максимума будет наблюдаться по одинаковому числу максимумов, равному k_{max}, т.е. всего $2k_{max}$. Если учесть так же центральный нулевой максимум, получим общее число максимумов

$$n = 2k_{max} + 1.$$

Подставляя значение k_{max}, определим

$$n = 2\cdot 9 + 1 = 19.$$

Пример 9. Узкий пучок монохроматического рентгеновского излучения падает под углом скольжения $\vartheta = 60^0$ на естественную грань монокристалла NaCl ($M = 58{,}5\cdot 10^{-3}$ кг/моль), плотность которого $\rho = 2{,}16$ г/см^3. Найти длину волны излучения, если при зеркальном отражении от этой грани наблюдается максимум третьего порядка.

Решение. Дифракционные максимумы рентгеновского излучения наблюдаются в направлениях, удовлетворяющих формуле Вульфа-Бреггов:

$$2d\sin\vartheta = k\lambda, \tag{1}$$

где ϑ - угол скольжения; d – расстояние между кристаллографическими плоскостями (параметр элементарной кубической ячейки); k – порядок максимума. По условию задачи k=3.

Тогда

$$\lambda = \frac{2d\sin\vartheta}{k}. \tag{2}$$

Малярный объем кристалла

$$V_M = \frac{M}{\rho}, \tag{3}$$

где M – молярная масса; ρ - плотность кристалла.

В одном моле монокристалла NaCl содержится 2 N_A элементарных ячеек, где $N_A=6{,}02\cdot10^{23}$ моль$^{-1}$ – постоянная Авогадро.

Объем элементарной ячейки

$$V = \frac{V_M}{2N_A} \tag{4}$$

С другой стороны

$$V=d^3, \tag{5}$$

где d – параметр элементарной кубической ячейки.

Приравнивая (4) и (5), и учитывая (3), получим

$$d = \sqrt[3]{\frac{M}{2\rho N_A}}. \tag{6}$$

Подставив (6) в (1), найдем длину волны рентгеновского излучения:

$$\lambda = \frac{2}{3}\sqrt[3]{\frac{M}{2\rho\rho_{\ A}}}\sin\vartheta = \frac{2}{3}\sqrt[3]{\frac{58{,}5\cdot10^{-3}}{2\cdot2160\cdot6{,}02\cdot10^{23}}}\sin60 = 0{,}163\cdot10^{-9}\ \text{м}.$$

Пример 10. Пучок естественного света падает на полированную поверхность стеклянной пластины, погруженной в жидкость. Отраженный от пластины пучок света составляет угол $\varphi = 97^0$ с падающим пучком. Найти абсолютный показатель преломления n жидкости, если отраженный свет полностью поляризован. Абсолютный показатель преломления стекла равен 1,5.

Решение. Согласно закону Брюстера, свет, отраженный от диэлектрика, полностью поляризован в том случае, если тангенс угла падения

$$\mathrm{tg} i_Б = n_{21},$$

где n_{21} - относительный показатель преломления второй среды (стекла) относительно первой (жидкости).

Относительный показатель преломления равен отношению абсолютных показателей преломления этих сред. Следовательно,

$$\mathrm{tg} i_Б = \frac{n_2}{n_1}.$$

Согласно условию задачи, угол между падающим и отраженным лучами равен φ . Так как угол падения равен углу отражения, то $I_Б=\frac{\varphi}{2}$ и, следовательно,

$\mathrm{tg}\frac{\varphi}{2} = \frac{n_2}{n_1}$, откуда

$$n_1 = \frac{n_2}{\operatorname{tg}\frac{\varphi}{2}} = \frac{1,5}{\operatorname{tg}48,5^0} = 1,33.$$

Пример 11. Найти, во сколько раз ослабится интенсивность света прошедшего поляризатор и анализатор, расположенные так, что угол между их главными плоскостями α = 30^0 и в каждом из них теряется 8% падающего света (рис. 31).

Решение. Коэффициент потерь света в поляризаторе и анализаторе

$$K = \rho_1 + \rho_2, \tag{1}$$

где ρ_1 и ρ_2 - соответственно коэффициенты отражения и поглощения света в обоих поляризаторах.

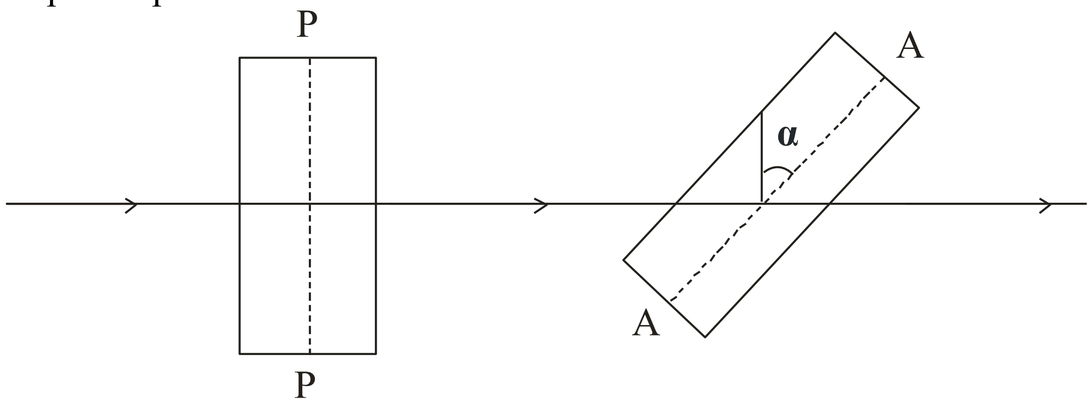


Рис. 31

Естественный свет, проходя через поляризатор Р, превращается в плоскополяризованный и его интенсивность на выходе из поляризатора

$$I_1 = \frac{1}{2}(1-K)I_0. \tag{2}$$

Согласно закону Малюса, интенсивность света на выходе из анализатора

$$I_2 = I_1(1-K)\cos^2\alpha, \tag{3}$$

где α - угол между главными плоскостями поляризаторов.

Выразив I_1 из (3) и подставив в (2), получаем

$$I_2 = \frac{1}{2}(1-K)^2 I_0 \cos^2\alpha. \tag{4}$$

Искомое ослабление интенсивности при прохождении света через поляризатор и анализатор

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{2}{(1-K)^2\cos^2\alpha} = \frac{2}{(1-0,08)^2\cos^2 30^0} = 3,15.$$

Пример 12. Пластинка кварца толщиной d_1=1 мм, вырезанная перпендикулярно оптической оси кристалла, поворачивает плоскость поляризации монохроматического света определенной длины волны на угол $\varphi_1=20^0$. Определить:
1) Какова должна быть толщина d_2 кварцевой пластинки, помещенной между двумя николями, имеющими параллельные главные плоскости, чтобы свет был полностью погашен?
2) Какой длины ℓ трубку с раствором сахара массовой концентрации C=0,4 кг/л надо поместить между николями для получения того же эффекта?
Удельное вращение [α] раствора сахара равно 0,665 град/(м·кг·м$^{-3}$).

Решение. 1) Угол поворота плоскости поляризации света кварцевой пластинкой определяется соотношением

$$\varphi = \alpha d, \tag{1}$$

где α - постоянная вращения кварца; d – длина пути, пройденного светом в оптически активном веществе.

Постоянную вращения α кварца найдем из формулы (1), подставив в нее заданные значения d_1 и φ_1:

$$\alpha = \frac{\varphi_1}{d_1}. \tag{2}$$

Если угол поворота φ_2 плоскости поляризации света после его прохождения через кварцевую пластинку толщиной d_2 составит 90^0, то свет будет полностью погашен во втором николе. Из формулы (1) находим

$$d_2 = \frac{\varphi_2}{\alpha}, \tag{3}$$

где $\varphi_2 = 90^0$.

Подставив выражение (2) в формулу (3), получим

$$d_2 = \frac{\varphi_2}{\varphi_1} d_1. \tag{4}$$

Произведя вычисления по этой формуле, найдем толщину пластинки:

$$d_2 = 4{,}5 \text{ мм.}$$

2) Длину трубки с сахарным раствором найдем из соотношения $\varphi_2 = [\alpha]\bar{C}\ell$, определяющего угол поворота плоскости поляризации света раствором сахара,

где $\varphi_2 = 90^0$; ℓ - толщина раствора сахара, которая принимается равной длине трубки. Отсюда получим

$$\ell = \frac{\varphi_2}{[\alpha]\bar{C}} = \frac{90\,\text{град} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{кг}}{400\,\text{кг} \cdot 0{,}665\,\text{град} \cdot \text{м}^3} = 0{,}38 \text{ м.}$$

Пример 13. Температура внутренней поверхности печи при открытом отверстии диаметром 6 см равна 650^0С. Принимая, что отверстие печи излучает как абсолютно черное тело, найти, какая доля мощности рассеивается стенками, если мощность, потребляемая печью составляет 600 Вт.

Решение. Поток излучения, испускаемого отверстием

$$\Phi = R_T^e S, \tag{1}$$

где R_T^e – энергетическая светимость абсолютно черного тела; $S = \dfrac{\pi d^2}{4}$ - площадь отверстия.

Согласно закону Стефана-Больцмана

$$R_T^e = \sigma T^4, \tag{2}$$

где T – термодинамическая температура; $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м$^2 \cdot$ К^4) - постоянная Стефана-Больцмана.

При установившемся тепловом режиме печи мощность, рассеиваемая стенками и излучаемая через отверстие, равна потребляемой мощности P. Поэтому мощность, рассеиваемая стенками печи, равна

$$P_{рас.} = P - \Phi. \tag{3}$$

Доля мощности, рассеиваемой стенками печи, равна

$$n = \frac{P - \Phi}{P} = 1 - \frac{\Phi}{P} \tag{4}$$

Используя выражения (1) и (2), получим искомую долю мощности, рассеиваемой стенками

$$n = 1 - \frac{\pi d^2}{4}\frac{\sigma T^4}{P} = \frac{3{,}14 \cdot 36 \cdot 10^{-4} \cdot 5{,}67 \cdot 10^{-8} \cdot 923^4}{4 \cdot 600} = 0{,}806.$$

Пример 14. Черное тело находится при температуре 1500 К. При остывании этого тела длина волны, соответствующая максимуму спектральной плотности энергетической светимости, изменилась на $\Delta\lambda$=5 мкм. Найти температуру, до которой тело охладилось.

Решение. Длина волны, соответствующая максимуму спектральной плотности энергетической светимости черного тела, согласно закону смещения

Вина, обратно пропорциональна его термодинамической температуре T:

$$\lambda_{max} = \frac{b}{T}, \tag{1}$$

где b – постоянная Вина; $b = 2{,}9 \cdot 10^{-3}$ м $\cdot$ К.

Следовательно, с остыванием тела λ_{max} смещается в сторону более длинных волн. Тогда

$$\Delta\lambda = \lambda_{2max} - \lambda_{1max}. \tag{2}$$

Учитывая формулу (1), выражение (2) запишется в следующем виде

$$\Delta\lambda = \frac{b}{T_2} - \frac{b}{T_1} \quad . \tag{3}$$

Откуда находим искомую температуру

$$T_2 = \frac{bT_1}{T_1\Delta\lambda + b} = \frac{2{,}9 \cdot 10^{-3} \cdot 1500}{1500 \cdot 5 \cdot 10^{-6} + 2{,}9 \cdot 10^{-3}} = 418 \text{ К}.$$

Пример 15. Определить максимальную скорость v_{max} фотоэлектронов, вырываемых с поверхности серебра: 1) ультрафиолетовым излучением с длиной волны λ_1=0,155 мкм; 2) γ - излучением с длиной волны λ_2=2,47 пм.

Решение. Максимальную скорость фотоэлектронов определим из уравнения Эйнштейна для внешнего фотоэффекта

$$\varepsilon = A + T_{max} . \tag{1}$$

Энергия фотона вычисляется по формуле $\varepsilon = \frac{hc}{\lambda}$; работа выхода для серебра A=4,7 эВ.

Кинетическая энергия фотоэлектрона в зависимости от того, какая скорость ему сообщается, может быть выражена или по классической формуле

$$T = \frac{1}{2} m_0 v^2 , \tag{2}$$

или по релятивистской формуле

$$T = (m - m_0)c^2 . \tag{3}$$

Скорость фотоэлектрона зависит от энергии фотона, вызывающего фотоэффект: если энергия фотона ε много меньше энергии покоя электрона $E_0=m_0c^2$, то может быть применена формула (2); если же ε сравнима по размеру с E_0, то вычисление по формуле (2) приводит к грубой ошибке, в этом случае кинетическую энергию фотоэлектрона необходимо определять по формуле (3).

1) В формулу энергии фотона $\varepsilon = \frac{hc}{\lambda}$ подставим значения величин h, c и λ и, произведя вычисления, для ультрафиолетового излучения получим

$$\varepsilon_1 = 0{,}128 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 8 \text{ эВ}.$$

Это значение энергии фотона много меньше энергии покоя электрона (0,51 МэВ). Следовательно, для данного случая максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона в формуле (1) может быть выражена по классической формуле (2), т.е. $\varepsilon_1 = A + \frac{1}{2} m_0 v_{max}^2$, откуда

$$v_{max} = \sqrt{2\frac{\varepsilon_1 - A}{m_0}} . \tag{4}$$

Выпишем величины, входящие в формулу (4):

$$\varepsilon_1 = 0{,}128 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 8 \text{ эВ (величина вычислена выше);}$$

$$A = 4{,}7 \text{ эВ} = 4{,}7 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 0{,}75 \cdot 10^{-18} \text{ Дж;}$$

$$m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-31} \text{ кг (масса покояэлектрона).}$$

Подставив числовые значения в формулу (4), найдем максимальную скорость:

$$v_{max\,e} = 1{,}08 \text{ Мм/с.}$$

2) Вычислим теперь энергию фотона γ-излучения:

$$\varepsilon_2 = \frac{hc}{\lambda_2} = 8{,}04 \text{ Дж} = 0{,}502 \text{ МэВ.}$$

Работа выхода электрона (A=4,7 эВ) пренебрежимо мала по сравнению с энергией γ-фотона, поэтому можно принять, что максимальная кинетическая энергия электрона равна энергии фотона:

$$T_{max} = \varepsilon_2 = 0{,}502 \text{ МэВ.}$$

Так как в данном случае кинетическая энергия электрона сравнима с его энергией покоя, то для вычисления скорости электрона следует использовать релятивистскую формулу кинетической энергии

$$T_{max} = E_0\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right),$$

где $E_0 = m_0c^2$ и $\beta = v_{max}/c$. Выполнив преобразования, найдем

$$\beta = \sqrt{\frac{(2E_0 + T_{max})T_{max}}{E_0 + T_{max}}}.$$

Сделав вычисления, получим

$$\beta=0{,}755.$$

Следовательно, максимальная скорость фотоэлектронов, вырываемых γ-излучением,

$$v_{max\,\gamma} = c\beta = 226 \text{ Мм/с.}$$

Пример 16. Определить красную границу λ_0 фотоэффекта для цезия, если при облучении его поверхности фиолетовым светом длиной волны λ=400 нм максимальная скорость v_{max} фотоэлектронов равна 0,65 Мм/с.

Решение. При облучении светом, длина волны λ_0 которого соответствует красной границе фотоэффекта, скорость, (а следовательно, и кинетическая энергия фотоэлектронов) равна нулю. Поэтому уравнение Эйнштейна для внешнего фотоэффекта $\varepsilon = A + T_{max}$ для определения красной границы запишется в виде

$$\varepsilon = A, \text{ или } \frac{hc}{\lambda_0} = A.$$

Отсюда

$$\lambda_0 = \frac{hc}{A}. \tag{1}$$

Работу выхода для цезия найдем из уравнения Эйнштейна:

$$A = \varepsilon - T_{max} = \frac{hc}{\lambda} - \frac{mv_{max}^2}{2}. \tag{2}$$

Выпишем числовые значения величин, выразив их в СИ: $h=6{,}62\cdot10^{-34}$ Дж·с; $c=3\cdot10^8$ м/с; $\lambda=400$ нм $=4\cdot10^{-7}$ м; $m=9{,}11\cdot10^{-31}$ кг; $v_{max}=6{,}5\cdot10^5$ м/с. Подставив эти значения величин в формулу (2) и вычислив, получим

$$A = 3{,}05\cdot10^{-19} \text{ Дж}.$$

Для определения красной границы фотоэффекта подставим значения A, h и c в формулу (1) и вычислим:

$$\lambda_0 = 640 \text{ нм}.$$

6.2. КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №5

Вариант 1

1. Луч света выходит из стекла в вакуум. Предельный угол полного внутреннего отражения 42^0. Найти скорость света в стекле.
2. В опыте Юнга расстояние l от щелей до экрана равно 3 м. Найти угловое расстояние между соседними светлыми полосами, если третья светлая полоса на экране отстоит от центра интерференционной картины на 4,5 мм.
3. В воздухе на линзу с абсолютным показателем преломления $n=1{,}58$ нормально падает монохроматический свет с длиной волны $\lambda=0{,}55$ мкм. Для устранения потерь света в результате его отражения на линзу наносится тонкая прозрачная пленка. Найти: 1) оптимальный абсолютный показатель преломления для пленки; 2) минимальную толщину пленки.
4. Найти радиус третьей зоны Френеля, если расстояние от точечного источника света с ($\lambda=0{,}6$ мкм) до волновой поверхности и от волновой поверхности до точки наблюдения равно 1,5 м.
5. На дифракционную решетку длиной $l=15$ мм, содержащую $N=300$ штрихов, падает нормально монохроматический свет, с длиной волны $\lambda=550$ нм. Найти: 1) число максимумов, наблюдаемых в спектре дифракционной решетки; 2) угол, соответствующий последнему максимуму.
6. Найти, во сколько раз уменьшится интенсивность естественного света, прошедшего через два николя, главные плоскости которых образуют угол в 60^0, если каждый из николей как поглощает, так и отражает 5% падающего на них света.

7. Найти, какая длина волны соответствует максимальной спектральной плотности энергетической светимости $r_{\lambda,T}^{max}$, равной $1{,}3\cdot10^{11}$ Вт/м^3.

8. Фотоны с энергией 5 эВ вырывают фотоэлектроны из металла с работой выхода А=4,7 эВ. Найти максимальный импульс, передаваемый поверхности этого металла при вылете электрона.

Вариант 2

1. На мыльную пленку падает белый свет под углом 30^0. При какой наименьшей толщине пленка будет казаться фиолетовой ($\lambda=4\cdot10^{-7}$ м), если наблюдение ведется в отраженном свете?

2. Радиус кривизны плоско-выпуклой линзы 4 м. Чему равна длина волны падающего света, если радиус пятого светлого кольца в отраженном свете равен 3,6 мм?

3. На щель нормально падает параллельный пучок монохроматического света. Длина волны падающего света в 8 раз меньше ширины щели. Какова ширина нулевого максимума в дифракционной картине, проецируемой линзой на экран и отстоящей от нее на расстоянии 1 м?

4. На решетку нормально падает монохроматический свет с длиной волны $4{,}7\cdot10^{-7}$ м. Разность углов дифрагрирования для максимумов второго и первого порядков равна $4^0 36'$. Определить период решетки.

5. Поглощение света в николе таково, что наибольшая интенсивность поляризованного света, прошедшего через николь, составляет 90% интенсивности поляризованного света, падающего на него. Во сколько раз уменьшится интенсивность, если свет пройдет последовательно через три николя, расположенные так, что плоскость поляризации первого и третьего совпадают, а плоскость поляризации второго образует с этими плоскостями угол в 63^0?

6. Под каким углом должен падать пучок света из воздуха на поверхность жидкости, чтобы при отражении от дна стеклянного сосуда, наполненного водой, свет был полностью поляризован? Абсолютный показатель преломления стекла 1,5, воды - 1,33.

7. Максимум спектральной плотности излучения яркой звезды Сириус приходится на длину волны 560 нм. Принимая звезду за абсолютно черное тело, определить температуру ее поверхности.

8. Фотоэффект у некоторого металла начинается при частоте падающего света $6\cdot10^{14}$ Гц. Определить частоту света, при которой освобожденные им с поверхности данного металла электроны полностью задерживаются разностью потенциалов в 3 В. Найти работу выходу для данного металла.

Вариант 3

1. Абсолютный показатель преломления стекла 1,52, воды - 1,33. Найти предельный угол полного внутреннего отражения для поверхности раздела: 1) стекло-воздух; 2) вода-воздух; 3) стекло-вода.

2. Установка для получения колец Ньютона освещается монохроматическим светом, падающим по нормали к поверхности пластинки. После того как пространство между линзой и стеклянной пластинкой заполнили жидкостью, радиусы темных колец в отраженном свете уменьшились в 1,25 раза. Найти абсолютный показатель преломления жидкости.

3. На щель шириной $a=6\lambda$ падает нормально параллельный пучок монохроматического света с длиной волны λ. Под каким углом будет наблюдаться третий дифракционный минимум света?

4. На дифракционную решетку нормально падает пучок света. Натриевая линия (λ_1=589 нм) дает в спектре первого порядка угол дифракции $\varphi_1=17^0 8'$. Некоторая линия дает в спектре второго порядка угол дифракции $\varphi_2=24^0 12'$. Найти длину волны λ_2 этой линии и число штрихов на единицу длины решетки.

5. На сколько процентов уменьшается интенсивность естественного света после прохождения через призму Николя, если потери света составляют 10%.

6. При прохождении света через трубку длиной l_1=20 см, содержащую раствор сахара с концентрацией C_1=10%, плоскость поляризации света повернулась на угол $\varphi_1=13{,}3^0$. В другом растворе сахара, налитом в трубку длиной l_2=15 см, плоскость поляризации повернулась на угол $\varphi_2=5{,}2^0$. Найти концентрацию C_2 второго раствора.

7. Мощность излучения абсолютно черного тела 34 кВт. Найти температуру этого тела, если известно, что площадь его поверхности $S=0{,}6$ м^2.

8. Фотоны с энергией 4,9 эВ вырывают электроны из металла с работой выхода A=4,5 эВ. Найти максимальный импульс, передаваемый поверхности металла при выходе каждого электрона.

Вариант 4

1. На поверхности воды находится тонкая пленка скипидара с абсолютным показателем преломления 1,48 и толщиной 0,25 мкм. Какого цвета представится пленка при наблюдении ее в отраженном свете под углом 60^0?

2. Радиус второго темного кольца Ньютона в отраженном свете 0,4 мм. Определить радиус кривизны плоско-выпуклой линзы, взятой для опыта, если она освещается монохроматическим светом с длиной волны 0,64 мкм.

3. Определить угловое положение минимумов, которые находятся по обе стороны от центрального максимума, при дифракции Фраунгофера от щели шириной 10 мкм, если угол падения света 30^0 и длина световой волны 0,5 мкм.

4. На дифракционную решетку нормально к ее плоскости падает монохроматический свет. Постоянная дифракционной решетки в 4,6 раза больше длины световой волны. Найти общее число дифракционных максимумов, которые теоретически можно наблюдать в данном случае.

5. Под каким углом надо отразить луч света от кристалла каменной соли с показателем преломления 1,54, чтобы получить максимальную поляризацию этого луча?

6. Поглощение света в николе таково, что наибольшая интенсивность поляризованного света, прошедшего через николь, равна 95% интенсивности падающего на него поляризованного света. Во сколько раз уменьшится интенсивность естественного света после прохождения двух николей, оптические оси которых составляют угол 40^0?

7. В излучении абсолютно черного тела, поверхность которого 25 $см^2$, максимум энергии приходится на длину волны 6800 $\mathring{A}$. Сколько энергии излучается за 1 секунду с 1 $см^2$ этого тела?

8. Определить максимальные скорости фотоэлектронов, вырываемых с поверхности цезия и платины излучением с длинами волн. 185 нм и 422,7 нм.

Вариант 5

1. В опыте Юнга расстояние l от щелей до экрана равно 3 м. Найти угловое расстояние между соседними светлыми полосами, если третья светлая полоса на экране отстоит от центра интерференционной картины на 5,5 мм.

2. На тонкую мыльную пленку (n=1,33) под углом $i=30^0$ падает монохроматический свет с длиной волны λ=0,6 мкм. Найти угол между поверхностями пленки, если расстояние между интерференционными полосами в отраженном свете равно 4 мм.

3. Найти радиус третьей зоны Френеля для случая плоской световой волны. Расстояние от волновой поверхности до точки наблюдения равно 1,5 м. Длина волны λ=0,6 мкм.

4. На щель шириной a=0,1 мм падает монохроматический свет с длиной волны λ=0,5 мкм. Дифракционная картина наблюдается на экране, расположенном параллельно щели. Найти расстояние ℓ от щели до экрана, если ширина центрального дифракционного максимума b=1 см.

5. Степень поляризации частично поляризованного света составляет 0,75. Найти отношение максимальной интенсивности света, пропускаемого анализатором, к минимальной.

6. Естественный свет проходит через поляризатор и анализатор, угол между главными плоскостями которых равен α. Поляризатор и анализатор как поглощают, так и отражают 10% падающего на них света. Найти угол α, если интенсивность света вышедшего из анализатора, равна 12% интенсивности света, падающего на поляризатор.

7. Площадь, ограниченная графиком спектральной плотности энергетической светимости $r_{\lambda T}$ абсолютно черного тела, при переходе от термодинамической температуры T_1 к температуре T_2 увеличилась в 5 раз. Найти, как изменится при этом длина волны λ_{max}, соответствующая максимуму спектральной плотности энергетической светимости абсолютно черного тела.

8. Красная граница фотоэффекта для некоторого металла равна 500 нм. Найти минимальное значение энергии фотона, вызывающего фотоэффект.

Вариант 6

1. Определить расстояние между двумя когерентными источниками света, если расстояние до экрана равно 2 м, а расстояние между соседними минимумами 2 мм. Длина световой волны 5000 $\overset{\circ}{A}$.

2. Найти расстояние между двадцатым и двадцать первым светлыми кольцами Ньютона, наблюдаемыми в отраженном свете, если второе кольцо отстоит от третьего на 1 мм.

3. Пятый минимум при освещении щели светом с длиной волны 500 нм наблюдается под углом 30^0. Какова ширина щели?

4. Какое количество щелей должна иметь дифракционная решетка, чтобы посредством ее можно было разрешить в спектре третьего порядка линии кадмия с длиной волны 2881,84 $\overset{\circ}{A}$ и 2880,78 $\overset{\circ}{A}$?

5. Угол между главными плоскостями поляризатора и анализатора 50^0. Естественный свет, проходя через такую систему, ослабляется в 4 раза. Пренебрегая потерей света при отражении, определить коэффициенты поглощения света в этих поляроидах.

6. Абсолютный показатель преломления стекла для света с длиной волны 0,527 мкм равен 1,76. Под каким углом к поверхности стекла следует направить свет, чтобы отраженный луч был полностью поляризован? Какой будет при этом угол преломления?

7. Какое количество энергии излучает абсолютно черное тело за 1 секунду с 1 $см^2$ светящейся поверхности, если максимум энергии в его спектре приходится на длину волны в 775 нм?

8. Длина волны света, соответствующая красной границе фотоэффекта, для некоторого металла равна 275 нм. Найти минимальную энергию фотона, вызывающего фотоэффект.

Вариант 7

1. На экране наблюдается интерференционная картина от двух когерентных источников света с длиной волны 480 нм. Когда на пути одного из пучков поместили тонкую пластинку из плавленого кварца с показателем преломления 1,46, то интерференционная картина сместилась на 70 полос. Определить толщину пластинки.

2. На тонкую пленку с абсолютным показателем преломления 1,33 падает параллельный пучок белого света. Угол падения 50^0. При какой толщине пленки отраженный свет будет иметь максимальную интенсивность для длины волны 0,5 мкм?

3. На пластинку со щелью шириной 0,1 мм падает нормально монохроматический свет с длиной волны 0,7 мкм. Определить ширину центральной световой полосы, если экран удален на расстояние 1 м.

4. На дифракционную решетку падает нормально монохроматический свет. Под каким углом наблюдается максимум второго порядка, если известно, что угол между максимумами первого и второго порядков равен 8^0?

5. Определить скорость света в диэлектрике, для которого угол полной поляризации равен 60^0.

6. Угол между главными плоскостями поляризатора и анализатора 60^0. Естественный свет, проходя через такую систему, ослабляется в 10 раз. Пренебрегая потерей света при отражении, определить коэффициент поглощения в этих поляроидах.

7. Вследствие изменения температуры тела максимум его спектральной плотности энергетической светимости переместился с 2,5 мкм до 0,125 мкм. Тело абсолютно черное. Во сколько раз изменилась температура тела и интегральная энергетическая светимость?

8. На поверхность металла падает монохроматический свет с длиной волны 150 нм. Красная граница фотоэффекта 200 нм. Какая доля энергии фотона расходуется на сообщение электронам кинетической энергии?

Вариант 8

1. Радиус второго темного кольца Ньютона в отраженном свете 0,4 мм. Определить радиус кривизны плоско-выпуклой линзы, взятой для опыта, если она освещается монохроматическим светом с длиной волны 0,64 мкм.

2. Найти радиус второго темного кольца Ньютона, если между линзой и стеклянной пластинкой налит бензол с абсолютным показателем преломления 1,6. Радиус кривизны линзы 1 м. Абсолютные показатели преломления линзы и пластинки одинаковы и равны 1,5. Наблюдение ведется в отраженном свете с длиной волны 589 нм.

3. На щель шириной 2 мкм падает нормально монохроматический свет с длиной волны 5890 $\overset{o}{A}$. Найти все углы, по направлению которых будут наблюдаться максимумы интенсивности света.

4. Определить длину волны монохроматического света, падающего нормально на решетку с периодом 2,2 мкм, если угол между максимумами первого и второго порядка 15^0.

5. Между двумя параллельными николями помещают кварцевую пластинку толщиной 1 мм, вырезанную параллельно оптической оси. При этом плоскость поляризации монохроматического света, падающего на поляризатор, повернулась на угол 20^0. При какой минимальной толщине пластинки свет не пройдет через анализатор?

6. Угол преломления луча в жидкости 40^0. Определить скорость света в жидкости, если отраженный луч максимально поляризован.

7. Мощность излучения шара радиусом 10 см при некоторой температуре равна 1 кВт. Найти эту температуру, считая шар серым телом с коэффициентом поглощения 0,25.

8. Поверхность металла освещается светом с длиной волны 360 нм. При некотором задерживающем потенциале фототок становится равным нулю. При изменении длины волны на 50 нм задерживающую разность потенциалов пришлось увеличить на 0,59 В. Определить заряд электрона.

Вариант 9

1. Белый свет, падающий нормально на мыльную пленку (абсолютный показатель преломления 1,33) и отраженный от нее, дает в видимом свете интерференционный максимум на волне длиной 630 нм и ближайший к нему минимум на волне 650 нм. Какова толщина плоско-параллельной пленки?
2. Плоско-выпуклая линза с радиусом сферической поверхности 12,5 см прижать к стеклянной пластине. Диаметры десятого и пятнадцатого темных колец Ньютона в отраженном монохроматическом свете соответственно равны 1 и 1,5 мм. Найти длину волны λ света.
3. Зеленый свет с длиной волны 500 нм падает на щель шириной 8 мкм. Под какими углами наблюдаются первый и второй минимумы интенсивности света? Сколько их всего может быть?
4. Длина волны монохроматического света равна 590 нм. Определить наибольший порядок максимума, который можно получить с помощью решетки, имеющей 500 штрихов на миллиметр. Свет падает на решетку нормально.
5. Найти, во сколько раз ослабится интенсивность света, прошедшего через два николя, расположенные так, что угол между их главными плоскостями $\alpha=60^0$, а в каждом из николей теряется 8% интенсивности падающего света.
6. Найти толщину кварцевой пластинки, для которой угол поворота плоскости поляризации монохроматического света определенной длины волны $\varphi=180^0$. Удельное вращение в кварце для данной длины волны α=0,52 рад/мм.
7. Найти температуру тела, при которой оно при температуре окружающей среды $t_0=23^0$C излучало бы энергии в 10 раз больше, чем поглощало.
8. Фотоэлектроны, вырываемые с поверхности металла, полностью задерживаются при приложении напряжения U_0=3 В. Фотоэффект для этого металла начинается при частоте падающего монохроматического света $\nu_0=6\cdot10^{14}$ c^{-1}. Найти: 1) работу выхода электронов из этого металла; 2) частоту применяемого излучения.

Вариант 10

1. Мыльная пленка, расположенная вертикально, освещается зеленым светом с длиной волны 564 нм. При наблюдении в отраженном свете на поверхности пленки видим темные и светлые полосы, причем на каждые 2 см поверхности приходится 6 темных полос. Считая, что свет падает на поверхность пленки нормально, определить угол между поверхностями пленки. Абсолютный показатель преломления мыльной воды 1,33.
2. Плоско-выпуклая линза с радиусом сферической поверхности R=12,5 см прижата к стеклянной пластине. Диаметр десятого темного кольца

Ньютона в отраженном монохроматическом свете равен 1 мм. Найти длину волны света.

3. На непрозрачную пластинку с узкой щелью нормально падает монохроматический свет. Угол дифракции световой волны, соответствующий третьей светлой полосе, равен 3^0. Во сколько раз ширина щели больше длины волны падающего света?

4. Дифракционная решетка имеет период 3 мкм. Длина решетки 3 см. Определить ее разрешающую способность в спектре второго порядка и разность различимых значений длин волн для зеленого света (λ = 540 нм).

5. Главные плоскости двух призм Николя образуют между собой угол 30^0. Как изменится интенсивность прошедшего света, если главные плоскости поставить под углом 45^0? Чему равен угол между главными плоскостями двух николей, если после прохождения через них света его интенсивность уменьшилась в 4 раза?

6. Определить угол Брюстера при отражении света от диэлектрика, для которого предельный угол полного внутреннего отражения равен 34^0.

7. Максимум спектральной плотности излучения Солнца соответствует длине волны 500 нм. Принимая Солнце за абсолютно черное тело, определить: а) энергетическую светимость Солнца; б) поток энергии, излучаемый Солнцем.

8. Красная граница фотоэффекта для вольфрама 275 нм. Определить работу выхода электронов из вольфрама и максимальную скорость электронов, вырываемых из вольфрама светом с длиной волны 167 нм.

7. АТОМНАЯ И ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА

Основные формулы

Энергия фотона

$$\varepsilon = h\nu = \frac{hc}{\lambda}, \text{ или } \varepsilon = \hbar\omega,$$

где h - постоянная Планка; $\hbar = \frac{h}{2\pi}$; ν - частота света; $\omega = 2\pi\nu$ - круговая частота; λ - длина волны; c – скорость света в вакууме.

Масса m и модуль импульса p фотона выражаются, соответственно, формулами

$$m = \frac{\varepsilon}{c^2} = \frac{h}{c\lambda}; \qquad p = mc = \frac{h}{\lambda}.$$

Формула де Бройля, выражающая связь длины волны с модулем импульса p движущейся частицы, для двух случаев такова:

а) в классическом приближении при $v \ll c$ модуль импульса частицы $p=m_o v$ (m_o – масса покоя частицы) и

$$\lambda = \frac{h}{p};$$

б) в релятивистском случае скорость частицы сравнима со скоростью света в вакууме, модуль импульса частицы

$$p = mv = \frac{m_o v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\text{и } \lambda = \frac{h}{m_o v}\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad .$$

Связь длины волны де Бройля с кинетической энергией T частицы:

а) в классическом приближении $\lambda = \dfrac{h}{\sqrt{2m_o T}}$;

б) в релятивистском случае $\lambda = \dfrac{hc}{\sqrt{T(T + 2E_o)}}$,

где E_o - энергия покоя частицы ($E_o = m_o c^2$).

Модуль момента импульса электрона на стационарных орбитах

$$L = mvr = n\hbar \quad (n = 1, 2, 3,\ldots),$$

где m - масса электрона; r - радиус орбиты; v - скорость электрона на орбите; n - главное квантовое число; $\hbar = \dfrac{h}{2\pi}$; h - постоянная Планка.

Радиус n-ой стационарной орбиты электрона в атоме водорода:

$$r_n = n^2 \frac{\hbar^2 \cdot 4\pi\varepsilon_0}{me^2},$$

где ε_0 - электрическая постоянная; m и e - масса и заряд электрона.

Энергия фотона, излучаемого или поглощаемого атомом водорода при переходе из одного стационарного состояния в другое,

$$\varepsilon = h\nu = E_{n_2} - E_{n_1},$$

где ν - частота электромагнитного излучения; E_{n_2} и E_{n_1} - значения энергии атома в стационарных состояниях с главными квантовыми числами, соответственно, n_2 и n_1, или

$$\varepsilon = E_i\left(\frac{1}{n_1} - \frac{1}{n_2}\right),$$

где E_i - энергия ионизации атома водорода.

Энергия электрона, находящегося на n-й орбите,

$$E_n = \frac{me^4}{32\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^2 n^2}.$$

Сериальная формула, определяющая длину волны света, излучаемого или поглощаемого атомом водорода при переходе электрона с одной орбиты на другую, –

$$\frac{1}{\lambda} = R'\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right),$$

где R' - постоянная Ридберга ($R' = 1{,}10 \cdot 10^7$ м$^{-1}$).

Волновые свойства микрочастиц

Формулы де Бройля для энергия движущейся частицы E и ее импульса p:

$$E = h\nu \quad \text{и} \quad p = \hbar k,$$

где k - волновой вектор, модуль которого $|k| = k = 2\pi/\lambda$; $\hbar = \dfrac{h}{2\pi}$, h - постоянная Планка ; ν и λ , соответственно, частота и длина волны де Бройля, сопутствующей частицы.

Соотношения неопределенностей Гейзенберга для координат и проекций импульсов микрочастицы:

$$\Delta x \Delta p_x \geq h, \quad \Delta y \Delta p_y \geq h, \quad \Delta z \Delta p_z \geq h,$$

т.е. произведение неопределенности координаты и соответствующей ей проекции импульса не может быть меньше постоянной Планка.

Соотношение неопределенностей энергии ΔE микрочастицы и ее времени пребывания Δt в некотором состоянии:

$$\Delta E \Delta t \geq h .$$

Одномерное временное уравнение Шредингера для свободно движущейся частицы:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2},$$

где i - мнимая единица ($\sqrt{-1}$); m - масса частицы; $\Psi(x, t)$ - волновая функция, описывающая состояние частицы.

Волновая функция, описывающая одномерное движение свободной частицы,

$$\Psi(x, t) = A\exp\frac{i}{\hbar}(px - Et),$$

где A - амплитуда волны де Бройля; p - импульс частицы; E - энергия частицы.

Одномерное уравнение Шредингера для стационарных состояний, независящих от времени,

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\psi = 0,$$

где E - полная энергия частицы; U(x) - потенциальная энергия частицы; $\psi(x)$ - координатная (или амплитудная) часть волновой функции.

При движении частицы в трехмерном пространстве уравнение Шредингера для стационарных состояний записывается в виде

$$\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\Psi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\Psi}{\partial z^2}+\frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\Psi = 0,$$

где $\Psi = \Psi(x, y, z)$; $E = E(x, y, z)$; $U = U(x, y, z)$.

В операторной форме

$$\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\psi = 0,$$

где $\Delta = \frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\Psi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\Psi}{\partial z^2}$ - оператор Лапласа.

При решении уравнения Шредингера следует иметь в виду стандартные условия, которым должна удовлетворять волновая функция: ее конечность во всем пространстве, однозначность, непрерывность самой ψ-функции и ее первой производной.

Вероятность dW обнаружить частицу в интервале от x до x+dx (в одномерном случае) выражается формулой

$$dW = |\psi(x)|^2 dx,$$

где $|\psi(x)|^2$ - плотность вероятности.

Вероятность W обнаружить частицу в интервале от x_1 до x_2 находится интегрированием dW в указанных пределах:

$$W = \int_{x_1}^{x_2} |\psi(x)|^2 dx .$$

Потенциальная энергия электрона в атоме водорода (или в водородоподобном ионе)

$$U(r) = -\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r},$$

где Z - зарядовое число ядра; e - элементарный заряд; ε_0 – электрическая постоянная.

Собственное значение полной механической энергии E_n электрона в атоме водорода (или в водородоподобном ионе)

$$E_n = -\frac{1}{n^2}\frac{Z^2 me^4}{8h^2\varepsilon_0^2},$$

где h - постоянная Планка; m – масса электрона; n - главное квантовое число (n = 1, 2, 3,...).

Волновая функция, описывающая состояние электрона в атоме водорода в сферической системе координат,

$$\Psi_{n,\ell,m_l}(r, \vartheta, \varphi),$$

где n, ℓ, m_l - квантовые числа: главное, орбитальное, магнитное; r – модуль радиуса-вектора электрона, ϑ - полярный угол, φ – азимутальный угол.

Вероятность dW того, что электрон находится в объеме dV в окрестности точки с координатами (r, ϑ, φ)

$$dW = \left|\Psi_{n,\ell,m_l}(r,\vartheta,\varphi)\right|^2 dV,$$

где $dV = r^2 \sin\vartheta d\vartheta d\varphi dr$.

В s-состоянии (ℓ=0, m_l=0) волновая функция электрона сферически симметрична, т.е. не зависит от углов ϑ и φ.

Модули орбитального момента импульса и магнитного момента электрона, соответственно, равны

$$L_\ell = \hbar\sqrt{\ell(\ell+1)};\ \mu_\ell = \mu_B\sqrt{\ell(\ell+1)},$$

где ℓ - орбитальное квантовое число, которое может принимать значения 0, 1, 2, 3, ..., n–1; μ_B - магнетон Бора $\left(\mu_B = \frac{e\hbar}{2m} = 0{,}927 \cdot 10^{-23}\ \frac{Дж}{Тл}\right)$.

Проекции орбитального момента импульса и магнитного момента на направление внешнего магнитного поля, совпадающее с осью Z,

$$L_{\ell_Z} = \hbar m_\ell;\ \mu_{\ell_Z} = \mu_B m_\ell,$$

где магнитное квантовое число $m_l = 0, \pm1, \pm2, \pm3, \ldots, \pm\ell$.

Правила отбора, ограничивающие число возможных переходов электронов в атоме при испускании и поглощении фотонов:

1) изменение орбитального квантового числа $\Delta\ell$ удовлетворяет условию

$$\Delta\ell = \pm1;$$

2) изменение магнитного квантового числа Δm_l удовлетворяет условию

$$\Delta m_l = 0, \pm1.$$

Физика атомного ядра и элементарных частиц

Ядро обозначается тем же символом, что и нейтральный атом:

$${}^A_Z X,$$

где X - символ химического элемента; Z - атомный номер (зарядовое число - количество протонов в ядре); A - массовое число (число нуклонов в ядре). Число N нейтронов в ядре равно разности (A - Z).

Основной закон радиоактивного распада:

$$N = N_0 e^{-\lambda t},$$

где N - число нераспавшихся атомов в момент времени t; N_0 - число нераспавшихся атомов в момент, принятый за начальный (при t=0); e – основание натурального логарифма; λ - постоянная радиоактивного распада.

Период полураспада $T_{1/2}$ - промежуток времени, за который число нераспавшихся атомов уменьшается в два раза. Период полураспада связан с постоянной распада соотношением

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0{,}693}{\lambda}.$$

Число атомов, распавшихся за время t,

$$\Delta N = N_0 - N = N_0 \left(1 - e^{-\lambda t}\right).$$

Если промежуток времени $\Delta t \ll T_{1/2}$, то для определения числа распавшихся атомов можно применять приближенную формулу

$$\Delta N \approx \lambda N \Delta t.$$

Среднее время τ жизни радиоактивного ядра равно промежутку времени, в течение которого число нераспавшихся ядер уменьшается в e раз:

$$\tau = \frac{1}{\lambda}.$$

Число атомов, содержащихся в радиоактивном изотопе,

$$N = \frac{m}{M} N_A,$$

где m - масса изотопа; M - его молярная масса; N_A - постоянная Авогадро.

Активность A нуклида в радиоактивном источнике (активность изотопа) есть величина, равная отношению числа ядер dN, распавшихся в изотопе, к промежутку времени dt, за которое произошел распад. Активность определяется по формуле

$$A = -\frac{dN}{dt} = \lambda N,$$

а после замены N по основному закону радиоактивного распада

$$A = \lambda N_0 e^{-\lambda t}.$$

Активность изотопа в начальный момент времени t = 0:

$$A_0 = \lambda N_0.$$

Активность изотопа изменяется со временем по тому же закону, что и число нераспавшихся ядер:

$$A = A_0 e^{-\lambda t}.$$

Массовая активность a радиоактивного источника есть величина, равная отношению его активности A к массе m этого источника, т.е.

$$a = \frac{A}{m}.$$

Правила смещения радиоактивных распадов ядер:

$${}^{A}_{Z}X \to {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^{4}_{2}He \quad \text{для } \alpha\text{ - распада},$$

$${}^{A}_{Z}X \to {}^{A}_{Z+1}Y + {}^{0}_{-1}e \quad \text{для } \beta^{-}\text{ - распада},$$

$${}^{A}_{Z}X \to {}^{A}_{Z-1}Y + {}^{0}_{+1}e \quad \text{для } \beta^{+}\text{ - распада},$$

где ${}^{4}_{2}He$ - ядро гелия (α-частица); ${}^{0}_{-1}e$ - электрон; ${}^{0}_{+1}e$ - позитрон. Правила смещения являются следствием двух законов сохранения: массы частиц (массового числа A) и электрического заряда (зарядового числа Z).

Согласно релятивистской механике масса покоя m устойчивой системы взаимосвязанных частиц меньше суммы масс покоя $(m_1 + m_2 +... + m_k)$ тех же частиц, взятых в свободном состоянии. Разность

$$\Delta m=(m_1 + m_2 +... + m_k)-m$$

называется дефектом массы системы частиц.

Энергия связи прямо пропорциональна дефекту массы системы частиц:

$$E_{св} = c^2\Delta m,$$

где c^2 - коэффициент пропорциональности ; c – скорость света в вакууме.

Если энергия выражена в мегаэлектрон-вольтах, а масса частиц - в атомных единицах, то

$$c^2 = 931{,}4 \text{ МэВ/а.е.м.}$$

Дефект массы Δm атомного ядра есть разность между суммой масс свободных протонов и нейтронов и массой образовавшегося из них ядра:

$$\Delta m = (Zm_p + Nm_n) - m_я,$$

где Z - зарядовое число (число протонов в ядре); m_p и m_n - массы протонов и нейтронов соответственно; $m_я$ - масса ядра.

Если учесть, что

$$m_я = m_a - Zm_e; m_{{}^1_1H} = m_p + m_e; N = A - Z,$$

где m_a - масса атома; m_e - масса электрона; , $m_{{}^1_1H}$ - масса атома водорода, то формулу дефекта массы ядра можно представить в виде

$$\Delta m = Zm_{{}^1_1H} + (A - Z)m_n - m_a,$$

где A - массовое число (число нуклонов в ядре).

Удельная энергия связи (энергия связи, приходящаяся на один нуклон):

$$E_{уд} = \frac{E_{св}}{A}.$$

Символическая запись ядерной реакции может быть дана в развернутом виде, например,

$${}^9_4Be + {}^1_1H \rightarrow {}^4_2He + {}^6_3Li,$$

или сокращенно

$${}^9Be(p, \alpha){}^6Li.$$

При сокращенной записи ядерной реакции порядковый номер атома в таблице Менделеева не пишут, так как он определяется химическим символом атома. В скобках на первом месте ставят обозначение бомбардирующей частицы, на втором - частицы, вылетающей из составного ядра, а за скобками - химический символ ядра-продукта.

Для обозначения частиц приняты следующие символы: p - протон; n - нейтрон; d - дейтрон; t - тритон; α - альфа-частица; γ - гамма-фотон.

Законы сохранения в ядерных реакциях:

а) числа нуклонов (массового числа) $A_1 + A_2 = A_3 + A_4$;

б) электрического заряда (зарядового числа) $Z_1 + Z_2 = Z_3 + Z_4$;

в) релятивистской полной энергии частиц $E_1 + E_2 = E_3 + E_4$;

г) импульса частиц $p_1 + p_2 = p_3 + p_4$.

Если общее число ядер и частиц, образовавшихся в результате реакции, больше двух, то правые части вышеприведенных равенств дополняются.

Энергия ядерной реакции (тепловая энергия)

$$Q = (T_3 + T_4) - (T_1 + T_2),$$

где T_1 и T_2 - кинетические энергии соответственно ядра-мишени и бомбардирующей частицы; T_3 и T_4 - кинетические энергии вылетающей частицы и ядра - продукта реакции.

Релятивистская полная энергия частицы

$$E = m_o c^2 + T,$$

где m_o – масса покоя частицы; T – ее кинетическая энергия.

Из закона сохранения релятивистской полной энергии частиц следует, что энергия ядерной реакции может быть определена как

$$Q = c^2 \left[(m_1 + m_2) - (m_3 + m_4) \right],$$

где $(m_1 + m_2)$ и $(m_3 + m_4)$ - суммы масс покоя атомных ядер, соответственно, до и после реакции. В эту формулу можно подставлять массы атомов, поскольку до и после реакции общее количество электронов в оболочках атомов одинаково и поэтому массы электронов исключаются.

Если $Q > 0$, то ядерная реакция идет с выделением энергии. Если же $Q < 0$, то ядерная реакция идет с поглощением энергии.

7.1. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1. Определить длину волны фотона, импульс которого равен импульсу электрона, прошедшего разность потенциалов U=10 В.

Решение. По известной массе $m_ф$ и скорости c (скорость света в вакууме) фотона можно найти его импульс $p_ф$:

$$\varepsilon = h\nu = m_ф c^2;$$

$$p_ф = m_ф c = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}. \qquad (1)$$

Кинетическая энергия электрона, прошедшего разность потенциалов U,

$$T_e = \frac{p_e^2}{2m_e} = eU,$$

где p_e – импульс; m_e - масса ($m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг); e - заряд электрона ($e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл).

Откуда импульс электрона

$$p_e = \sqrt{2m_e eU}. \qquad (2)$$

Приравняв, согласно условию задачи, правые части выражений (1) и (2), получим

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_e eU}};$$

$$\lambda = \frac{6{,}62 \cdot 10^{-34}\ \text{Дж} \cdot \text{с}}{\sqrt{2 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \text{кг} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{Кл}}} = 3{,}88 \cdot 10^{-10}\ \text{м}.$$

Пример 2. Найти температуру, при которой средняя энергия молекул двухатомного газа равна энергии фотонов, соответствующей излучению с λ=500 нм.

Решение. Средняя энергия молекулы

$$\langle \varepsilon_o \rangle = \frac{i}{2} kT, \qquad (1)$$

где i - число степеней свободы двухатомной молекулы газа, включающее колебательную степень свободы (i=7); k - постоянная Больцмана ($k=1{,}38\cdot10^{-23}$Дж/К); T – термодинамическая температура.

Энергия фотона

$$\varepsilon = h\nu = h\frac{c}{\lambda}. \qquad (2)$$

Приравняв, согласно условию задачи, правые части выражений (1) и (2), получим:

$$T = \frac{2hc}{ik\lambda} = \frac{2 \cdot 6{,}62 \cdot 10^{-34}\ \text{Дж} \cdot \text{с} \cdot 3 \cdot 10^{8}\ \text{м/с}}{7 \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ \text{Дж/К} \cdot 5 \cdot 10^{-7}\ \text{м}} = 8224\text{К}\ .$$

Пример 3. Найти длину волны де Бройля для электрона, обладающего кинетической энергией T=60 эВ.

Решение. Длина волны де Бройля

$$\lambda = \frac{h}{p}, \qquad (1)$$

где p – импульс электрона.

Так как по условию задачи кинетическая энергия электрона 60 эВ, то он является нерелятивистской частицей:

$$T \ll m_o c^2,$$

где $m_o c^2$ = 0,512 МэВ – энергия покоя электрона.

Кинетическая энергия нерелятивистской частицы $T = \dfrac{p^2}{2m_o}$,

где m_o – масса покоя частицы.

Поэтому импульс электрона $p = \sqrt{2m_o T}$. (2)

Подставив выражение (2) в формулу (1), получим искомую длину волны де

Бройля:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_0T}} = \frac{6{,}62\cdot10^{-34}\ \text{Дж}\cdot\text{с}}{\sqrt{2\cdot9{,}1\cdot10^{-31}\ \text{кг}\cdot60\cdot1{,}6\cdot10^{-19}\ \text{Дж}}} = 1{,}58\cdot10^{-10}\ \text{м}.$$

Пример 4. Средняя продолжительность жизни атома в возбужденном состоянии Δt=10 нс. При переходе атома в основное состояние испускается фотон, средняя длина волны которого λ=500 нм. Используя соотношение неопределенностей, оценить естественную ширину излучаемой спектральной линии.

Решение. Согласно соотношению неопределенностей для энергии и времени

$$\Delta E\Delta t \geq h,$$

где ΔE - неопределенность энергии данного квантового состояния (ширина энергетического уровня возбужденного состояния); Δt - время пребывания системы в этом состоянии (средняя продолжительность жизни атома в возбужденном состоянии). Следовательно, минимальная ширина энергетического уровня E электрона в атоме определяется выражением

$$\Delta E = \frac{h}{\Delta t}. \tag{1}$$

Энергия фотона связана с длиной волны λ соотношением

$$\varepsilon = \frac{hc}{\lambda}. \tag{2}$$

Неопределенность энергии фотона, излученного атомом при переходе электрона с энергетического уровня E в основное состояние, равна ширине этого энергетического уровня

$$\Delta\varepsilon = \Delta E. \tag{3}$$

Учитывая, что $\Delta\varepsilon \ll \varepsilon$, найдем разброс $\Delta\lambda$ длины волны фотона, предварительно дифференцируя выражение (2):

$$\frac{d\varepsilon}{d\lambda} = -\frac{hc}{\lambda^2}; \quad d\lambda = -\frac{\lambda^2}{hc}d\varepsilon;$$

$$\Delta\lambda = \left|-\frac{\lambda^2}{hc}\right|\Delta\varepsilon = \frac{\lambda^2}{hc}\Delta E. \tag{4}$$

Используя выражение (1), получим искомую естественную ширину спектральной линии

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{c\Delta t} = \frac{25\cdot10^{-14}\text{м}^2}{3\cdot10^{8}\text{м/с}\cdot10^{-8}\text{с}} = 8{,}33\cdot10^{-14}\text{м}.$$

Пример 5. Кинетическая энергия T электрона в атоме водорода составляет величину порядка 10 эВ. Используя соотношение неопределенностей, оценить минимальные линейные размеры атома.

Решение. Неопределенность координаты и импульса электрона связаны соотношением

$$\Delta x \Delta p \geq h, \quad (1)$$

где Δx - неопределенность координаты электрона; Δp - неопределенность его импульса.

Из этого соотношения следует, что чем точнее определяется положение частицы в пространстве, тем неопределеннее импульс, а следовательно, и энергия частицы. Диаметр атома равен линейному размеру ℓ области пространства, в которой может находиться электрон. Поэтому неопределенность координаты электрона $\Delta x = \frac{\ell}{2}$. Используя соотношение неопределенностей (1), получаем, что

$$\ell \geq \frac{2h}{\Delta p}. \quad (2)$$

Физически разумная неопределенность импульса Δp, во всяком случае, не должна превышать значения самого импульса p, т.е.

$$\Delta p \leq p.$$

Импульс p электрона связан с его кинетической энергией T соотношением $p = \sqrt{2m_e T}$. Заменим Δp значением $\sqrt{2m_e T}$ (такая замена не увеличит ℓ). Переходя от неравенства (2) к равенству, получим

$$\ell_{min} = \frac{2h}{\sqrt{2m_e T}}.$$

Произведя вычисления, найдем, что

$$\ell_{min} = 246 \text{ пм}.$$

Пример 6. Используя условие нормировки вероятностей, определить нормировочный коэффициент A волновой функции $\psi = Ae^{-r/a}$, описывающей основное состояние электрона в атоме водорода, где r - расстояние от электрона до ядра; a - первый боровский радиус.

Решение. Для определения нормировочного коэффициента A заданной волновой функции используем условие нормировки

$$\int_0^\infty |\psi|^2 dv = 1. \quad (1)$$

В силу сферической симметрии функции $\psi(r)$ элементарным объемом dv, все точки которого удалены на расстояние r от ядра, будет шаровой слой радиусом r и толщиной dr, т.е.

$$dv=4\pi r^2 dr. \qquad (2)$$

Тогда согласно условию нормировки (1) и с учетом (2)

$$1=\int_0^\infty |\psi|^2 dv=\int_0^\infty A^2 e^{-2r/a}4\pi r^2 dr=4\pi A^2\int_0^\infty r^2 e^{-2r/a}.$$

Учитывая, что

$$\int_0^\infty r^2 e^{-2r/a}dr=\frac{2!}{\left(\frac{2}{a}\right)^3}=\frac{a^3}{4},$$

получим, что $1=4\pi A^2\frac{a^3}{4}$ или $\pi A^2a^3=1$.

Нормировочный коэффициент равен $A=\frac{1}{\sqrt{\pi a^3}}$.

Пример 7. Сколько различных состояний может иметь электрон с главным квантовым числом n = 3?

Решение. При n=3 орбитальное квантовое число ℓ может принимать значения 0, 1, 2. При ℓ=0 магнитное квантовое число m_ℓ может быть только 0, поэтому существуют только два различных состояния, соответствующих магнитному спиновому квантовому числу:

$$m_s=+\frac{1}{2} \text{ и } m_s=-\frac{1}{2}.$$

При ℓ = 1 магнитное квантовое число m_ℓ принимает значения 1, 0, -1, что дает три различных состояния. В каждом из них магнитное спиновое квантовое число m_s, может быть равным либо $+\frac{1}{2}$, либо $-\frac{1}{2}$. Поэтому при ℓ=1 электрон может находиться в шести различных состояниях.

При ℓ =2 магнитное квантовое число m может принимать значения 2, 1, 0, -1, -2, а так как m_s может быть равным либо $+\frac{1}{2}$, либо $-\frac{1}{2}$, то получается еще 10 разрешенных состояний.

Таким образом, общее число различных состояний, отвечающих n=3, равно

$$N = 2+6+10 = 18.$$

Пример 8. Определить начальную активность, A_o радиоактивного натрия

$^{24}_{11}Na$ массой m=0,2 мкг, а также его активность A по истечении времени t = 5 ч.

Решение. Начальная активность изотопа

$$A_o = \lambda N_o, \tag{1}$$

где λ - постоянная радиоактивного распада; N_0 - количество атомов изотопа в начальный момент (t=0).

Если учесть, что $\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$, то формула (1) примет вид

$$A_o = \frac{mN_A}{MT_{1/2}} \ln 2 = 6{,}53 \cdot 10^{20} \text{ Бк}. \tag{2}$$

Активность изотопа уменьшается со временем по закону

$$A = A_o e^{-\lambda t}. \tag{3}$$

Заменив в формуле (3) постоянную распада λ ее выражением через период полураспада $T_{1/2}$, получим

$$A = A_o e^{-\frac{\ln 2 \cdot t}{T_{1/2}}} = A_o \left(e^{\ln 2}\right)^{-\frac{t}{T_{1/2}}}.$$

Так как $e^{\ln 2}$=2, то окончательно будем иметь

$$A = \frac{A_0}{2^{\frac{t}{T_{1/2}}}} = 5{,}17 \cdot 10^{20} \text{ Бк}.$$

Пример 9. Определить, какая доля начального количества ядер радиоактивного изотопа останется нераспавшейся по истечении времени t, равного двум средним величинам времени жизни τ радиоактивного ядра.

Решение. Количество нераспавшихся ядер радиоактивного изотопа по истечении времени t

$$N = N_0 e^{-\lambda t}. \tag{1}$$

Постоянная радиоактивного распада λ связана со средним временем τ жизни радиоактивного элемента

$$\tau = \frac{1}{\lambda}. \tag{2}$$

Согласно условию $t = 2\tau$ и с учетом (2) получим

$$t = 2\frac{1}{\lambda} = \frac{2}{\lambda}. \tag{3}$$

Выразив t в формуле (1) через (3), получим

$$N = N_0 e^{-\lambda \frac{2}{\lambda}} = N_0 e^{-2}.$$

Откуда

$$\frac{N}{N_0} = e^{-2} = 0{,}135.$$

Пример 10. Вычислить дефект массы Δm и энергию связи $E_{св}$ ядра ${}^{11}_{5}B$.

Решение. Дефект массы ядра определим по формуле

$$\Delta m = Zm_{{}^1_1H} + (A - Z)m_n - m_a.$$

Подставив в эту формулу величины масс частиц, выраженные в атомных единицах массы, получим

$$\Delta m = 0{,}08186 \text{ а.е.м.}$$

Энергия связи ядра

$$E_{св} = c^2 \Delta m.$$

Подставив в это выражение значения c^2 и Δm, получим

$$E_{св} = 931{,}4 \text{ МэВ/а.е.м.} \cdot 0{,}08186 \text{ а.е.м.} = 76{,}2 \text{ МэВ} = 12{,}2 \text{ пДж}.$$

Пример 11. Найти энергию ядерной реакции ${}^9_4Be + {}^1_1H \to {}^4_2He + {}^6_3Li$, если известно, что кинетическая энергия протона T_H = 5,45 МэВ, ядра гелия T_{He} = 4 МэВ и что ядро гелия вылетело под углом 90° к направлению движения протона. Ядро-мишень ${}^9_4Be$ неподвижно.

Решение. Энергия ядерной реакции Q есть разность суммы кинетических энергий ядер-продуктов реакции и кинетической энергии налетающего ядра

$$Q = (T_{Li} + T_{He}) - T_H. \qquad (1)$$

В этом выражении неизвестна кинетическая энергия T_{Li} лития. Для ее определения воспользуемся законом сохранения импульса

$$p_H = p_{He} + p_{Li}. \qquad (2)$$

Векторы импульсов p_H и p_{He} по условию задачи взаимно перпендикулярны и, следовательно, вместе с вектором p_{Li} образуют прямоугольный треугольник.

Поэтому

$$p_{Li}^2 = p_{He}^2 + p_H^2. \qquad (3)$$

Подставим в это равенство импульсы ядер, выраженные через их кинетические энергии. Так как кинетические энергии ядер по условию задачи намного меньше энергий покоя этих ядер, то можно воспользоваться классической формулой

$$p^2 = 2m_o T, \qquad (4)$$

где m_o – масса покоя данного ядра.

Заменив в уравнении (3) квадраты импульсов ядер их выражениями (4), после упрощения получим

$$m_{Li}T_{Li} = m_{He}T_{He} + m_H T_H,$$

откуда

$$T_{Li} = \frac{m_{He}T_{He} + m_H T_H}{m_{Li}} = 3{,}58 \text{ МэВ}.$$

Подставив числовые значения физических величин в формулу (1), найдем, что

$$Q = (T_{He} + T_{Li}) - T_H = 2{,}13 \text{ МэВ}.$$

Пример 12. Радиоактивное ядро магния $^{23}_{12}Mg$ выбросило позитрон и нейтрино. Определить энергию Q β^+- распада ядра.
Решение: Реакция β^+- распада ядра магния записывается следующим образом:

$$^{23}_{12}Mg \to ^{23}_{11}Na + ^{0}_{1}e + ^{0}_{0}\nu .$$

Приняв, что ядро магния было неподвижным (кинетическая энергия ядра магния T_{Mg} =0), и с учетом того, что масса покоя нейтрино равна нулю, составим уравнение энергетического баланса. На основании закона сохранения релятивистской полной энергии имеем

$$c^2 m_{Mg} = c^2 m_{Na} + T_{Na} + c^2 m_e + T_e + T_\nu , \qquad (1)$$

где m_{Mg} и m_{Na} - массы покоя ядер магния и натрия; m_e - масса покоя позитрона; T_{Na}, T_e, T_ν - кинетические энергии, соответственно, ядра натрия, позитрона, нейтрино.

Из этого уравнения найдем энергию распада ядра магния

$$Q = T_{Na} + T_e + T_\nu = c^2 (m_{Mg} - m_{Na} - m_e). \qquad (2)$$

Выразим массы покоя ядер магния и натрия через массы нейтральных атомов, учитывая, что массы покоя электрона и позитрона одинаковы:

$$Q = c^2 \left[(m_{Mg} - 12m_e) - (m_{Na} - 11m_e) - m_e \right], \qquad (3)$$

где m_{Mg} и m_{Na} - массы нейтральных атомов магния и натрия; m_e - масса покоя электрона.

После упрощения выражения (3) получаем

$$Q = c^2 (m_{Mg} - m_{Na} - 2m_e). \qquad (4)$$

Сделав подстановку значений масс нейтральных атомов и электрона, выраженных в атомных единицах масс, найдем, что $Q = 3{,}05$ МэВ.

7.2. КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №6

Вариант 1

1. Найти наибольшую и наименьшую длины волн в видимой области спектра излучения атома водорода.
2. Определить длину волны де Бройля для молекулы водорода $(m_{H_2} = 3{,}4 \cdot 10^{-24}$ кг$)$, движущейся со среднеквадратичной скоростью при температуре 300 К.
3. Приняв то, что электрон находится внутри атома диаметром 0,3 нм,

найти неопределенность энергии данного электрона (в электрон-вольтах).

4. Какой изотоп образуется из $^{8}_{3}\mathrm{Li}$ после одного β-распада и одного α-распада?

5. Вычислить дефект массы, энергию связи ядра и его удельную энергию связи для элемента $^{232}_{90}\mathrm{Th}$.

6. Масса радиоактивного изотопа натрия $^{25}_{11}\mathrm{Na}$ равна $0{,}2\cdot10^{-6}$ кг. Период полураспада 62 секунды. Определить начальную активность препарата и его активность через 10 минут.

7. Найти среднюю продолжительность жизни атома радиоактивного изотопа кобальта $^{60}_{27}\mathrm{Co}$.

8. Определить энергию ядерной реакции: $^{9}_{4}\mathrm{Be}+^{1}_{1}\mathrm{p}\rightarrow^{6}_{3}\mathrm{Li}+^{4}_{2}\alpha$.

Вариант 2

1. Найти импульс и энергию: 1) рентгеновского фотона; 2) электрона. Длина волны и того, и другого равна 10^{-10} м.

2. Найти, как изменится длина волны де Бройля электрона в атоме водорода при переходе его с четвертой боровской орбиты на вторую.

3. Найти отношение неопределенностей скорости электрона, если его координата установлена с точностью до 10^{-5} м, и пылинки массой 10^{-12} кг, если ее координата установлена с такой же точностью.

4. Ψ – функция некоторой частицы имеет вид $\Psi=\dfrac{A}{r}e^{-r/a}$, где r – расстояние от этой частицы до силового центра; a – некоторая постоянная. Используя условие нормировки вероятностей, найти нормированный коэффициент A.

5. Построить и объяснить диаграмму, иллюстрирующую расщепление энергетических уровней и спектральных линий серий Лаймана и Бальмера (с учетом правил отбора), при переходах между состояниями с орбитальными квантовыми числами $\ell=2$ и $\ell=1$ в атоме водорода.

6. Найти энергию связи атома $^{4}_{2}\mathrm{He}$. Масса нейтрального атома гелия равна $6{,}6467\cdot10^{-27}$ кг.

7. Найти, во сколько раз начальное количество ядер радиоактивного изотопа уменьшится за три года, если за один год оно уменьшилось в 4 раза.

8. Написать недостающие обозначения x в следующих реакциях:
1) $^{10}\mathrm{B}(n,\alpha)x$; 2) $^{3}\mathrm{He}(x,\ p)^{3}\mathrm{H}$.

Вариант 3

1. При переходе электрона в атоме водорода с четвертой стационарной орбиты на вторую излучаются фотоны зеленой линии водородного спектра. Определить длину волны этой спектральной линии.

2. Линейный ускоритель ускоряет протон до энергии 200 ГэВ. Определить

длину волны де Бройля этих протонов.

3. В атоме заполненной электронной оболочке соответствует главное квантовое число n = 4. Найти число электронов, имеющих одинаковые квантовые числа: 1) $m_s = 1/2$; $\ell = 2$; 2) $m_\ell = -3$.

4. Определить дефект массы и энергию связи ядра изотопа $^{235}_{92}U$.

5. Определить активность препарата радиоактивного стронция $^{90}_{38}Sr$, масса которого 10^{-6} кг.

6. Определить тепловой эффект термоядерной реакции: $^{2}_{1}H + ^{3}_{1}H \rightarrow ^{4}_{2}He + ^{1}_{0}n$.

7. За какое время произойдет распад $5 \cdot 10^{-6}$ г радия $^{226}_{88}Ra$, если в начальный момент его масса составляет 0,1 г?

8. Написать недостающее обозначение в реакции: $^{14}N(n, x)^{14}C$.

Вариант 4

1. Определить частоту вращения электрона, находящегося на первой боровской орбите, и эквивалентный ток.

2. Определить энергию фотона, испускаемого при переходе электрона в атоме водорода с третьей орбиты на первую.

3. Вычислить длину волны де Бройля протона с кинетической энергией, равной 10^{-4} МэВ.

4. Записать возможные значения орбитального квантового числа ℓ и магнитного квантового числа m_ℓ для главного квантового числа n = 4.

5. Вычислить дефект массы и энергию связи ядра изотопа неона $^{20}_{10}Ne$.

6. Определить период полураспада радия, если известно, что 1 г радия выбрасывает $3{,}7 \cdot 10^{10}$ частиц в секунду.

7. Написать недостающие обозначения в реакции $^{19}F(p, x)^{16}O$.

8. Написать уравнение и вычислить энергию термоядерной реакции:
$^{3}_{2}He + ^{3}_{2}He \rightarrow ^{4}_{2}He + 2x$.

Вариант 5

1. Найти наибольшую и наименьшую длины волн в первой инфракрасной серии водорода (серии Пашена).

2. Насколько изменилась кинетическая энергия электрона в атоме водорода при излучении атомом фотона с длиной волны 486 нм?

3. Скорость электрона равна $2 \cdot 10^{3}$ м/с. Найти длину волны де Бройля электронов.

4. Неточность при измерении координаты электрона, движущегося по прямолинейной траектории, равна $10\,\mathring{A}$. Установить неточность в определении импульса электрона.

5. Найти, сколько различных волновых функций соответствует главному

квантовому числу n=3 (без учета спина).

6. Определить дефект массы, энергию связи ядра и его удельную энергию связи для элемента ${}^{132}_{55}\mathrm{Cs}$.

7. Вычислить энергию ядерной реакции: ${}^{9}_{4}\mathrm{Be}+{}^{2}_{1}\mathrm{H}\rightarrow{}^{12}_{5}\mathrm{B}+{}^{1}_{0}\mathrm{n}$.

8. π^0-мезон распадается в состоянии покоя на два γ-кванта. Приняв массу покоя этого пиона равной $264{,}1m_e$ (m_e – масса покоя электрона), найти энергию каждого из возникших γ-квантов.

Вариант 6

1. При переходе электрона с некоторой орбиты на вторую атом водорода испускает свет с длиной волны $4{,}34\cdot10^{-7}$ м. Определить номер неизвестной орбиты.

2. Кинетическая энергия электрона равна 0,51 МэВ. Какова в этом случае длина волны де Бройля электрона?

3. Воспользовавшись соотношением неопределенностей, оценить размытость энергетического уровня основного состояния атома водорода.

4. Дополнить недостающие обозначения "x" в ядерной реакции:
$${}^{x}_{x}\mathrm{Pu}+{}^{1}_{0}\mathrm{n}\rightarrow{}^{80}_{x}\mathrm{Se}+{}^{157}_{x}\mathrm{Nd}+3{}^{1}_{0}\mathrm{n}.$$

5. При бомбардировке дейтроном ${}^{2}_{1}\mathrm{H}$ ядра бериллия ${}^{9}_{4}\mathrm{Be}$ выбрасывается нейтрон ${}^{1}_{0}\mathrm{n}$. Записать эту ядерную реакцию и найти энергию, выделяющуюся в ее ходе.

6. Определить период полураспада изотопа, если за сутки из 10^6 атомов распадается $1{,}75\cdot10^5$ атомов.

7. Определить энергию, которая освободится при делении всех ядер, содержащихся в уране-235 массой 10^{-3} кг в процессе ядерной реакции:
$${}^{235}_{92}\mathrm{U}+{}^{1}_{0}\mathrm{n}\rightarrow{}^{139}_{56}\mathrm{Ba}+{}^{94}_{36}\mathrm{Kr}+3\cdot{}^{1}_{0}\mathrm{n}.$$

8. Вычислить энергию термоядерной реакции ${}^{2}_{1}\mathrm{H}+{}^{3}_{1}\mathrm{H}={}^{4}_{2}\mathrm{He}+{}^{1}_{0}\mathrm{n}$.

Вариант 7

1. Определить изменение орбитального момента импульса атома водорода при переходе его из возбужденного состояния в основное с испусканием фотона с длиной волны $\lambda=1{,}02\cdot10^{-7}$ м.

2. Определить напряженность электрического поля ядра на третьей боровской орбите электрона в атоме водорода.

3. Электронный пучок ускоряется в электронно-лучевой трубке разностью потенциалов U=1 кВ. Известно, что неопределенность скорости электрона составляет 0,1% от ее числового значения. Определить неопределенность координаты электрона.

4. Определить длину волны де Бройля электрона, прошедшего ускоряющую разность потенциалов 500 кВ.

5. Вычислить энергию связи и дефект массы ядра изотопа углерода ${}^{12}_{6}C$.

6. Период полураспада радиоактивного актиния ${}^{225}_{89}Ar$ равен 10 суткам. Определить время, за которое распадается 75% начального количества его атомов.

7. Вычислить энергию ядерной реакции: ${}^{4}_{2}He+{}^{27}_{13}Al={}^{30}_{15}P+{}^{1}_{0}n$.

8. Дополнить недостающие обозначения "Y,Z,A" в ядерной реакции:
${}^{235}_{92}U+{}^{1}_{0}n\rightarrow{}^{139}_{54}Xe+{}^{A}_{Z}Y+2\cdot{}^{1}_{0}n$.

Вариант 8

1. Определить линейную скорость электрона на второй боровской орбите в однозарядном ионе гелия.

2. Найти длину волны де Бройля, соответствующую электрону с энергией 105 эВ.

3. Длина волны λ излучаемого атомом фотона составляет 0,6 мкм. Принимая время жизни электрона в возбужденном состоянии $\Delta t=10^{-8}$ с, определить отношение естественной ширины энергетического уровня, на котором находился электрон, к энергии, излученной атомом.

4. Определить массу изотопа ${}^{14}_{7}N$, если изменение массы нуклонов при образовании ядра ${}^{16}_{7}N$ составляет $0{,}2508\cdot10^{-27}$ кг.

5. Определить энергию связи, приходящуюся на один нуклон в ядре атома кислорода ${}^{16}_{8}O$.

6. Найти число протонов и нейтронов, входящих в состав ядер трех изотопов магния: а) ${}^{24}_{12}Mg$; б) ${}^{25}_{12}Mg$; в) ${}^{26}_{12}Mg$.

7. Какая доля атомов радиоактивного изотопа тория ${}^{234}_{90}Th$, имеющего период полураспада 24,1 дня, распадается за сутки?

8. Вычислить количество энергии, освобождающейся в ходе реакции:
${}^{7}_{3}Li+{}^{4}_{2}\alpha\rightarrow{}^{10}_{5}B+{}^{1}_{0}n$.

Вариант 9

1. Атом водорода поглощает фотон, вследствие чего электрон, находящийся на второй боровской орбите, вылетает из атома со скоростью $6\cdot10^{3}$ м/с. Определить частоту фотона.

2. Показать, что длина волны де Бройля электрона укладывается на длине любой боровской орбиты целое число раз.

3. Используя условие нормировки вероятностей, определить нормировочный коэффициент A волновой функции $\Psi = Ae^{-r/a}$, описывающей основное состояние электрона в атоме водорода, где r - расстояние от электрона до ядра; a - первый боровский радиус.

4. Дополнить недостающие обозначения "x,Y,Z,A" в ядерной реакции: $^{235}_{92}U+^{1}_{0}n\rightarrow^{139}_{17}La+x\cdot+x^{1}_{0}n$.

5. Вычислить энергию связи в расчете на один нуклон для изотопа бериллия $^{9}_{4}Be$.

6. Радиоактивный натрий $^{24}_{11}Na$ распадается, выбрасывая α-частицы. Период полураспада натрия 14,8 часа. Определить количество атомов натрия, распавшихся в 10^{-6} кг данного радиоактивного препарата за 10 часов.

7. Написать уравнение и вычислить энергию ядерной реакции: ^{27}Al (α,p)X.

8. Электрон и позитрон, имевшие одинаковые кинетические энергии, равные 0,51 МэВ, при взаимодействии превратились в два одинаковых фотона. Определить энергию каждого фотона и их длины волн.

Вариант 10

1. Найти длину волны де Бройля атома водорода, движущегося при температуре 293 К с наиболее вероятной скоростью.

2. Определить энергию фотона, испускаемого при переходе электрона в атоме водорода с третьего энергетического уровня на второй.

3. Средняя кинетическая энергия электрона в невозбужденном атоме водорода равна 13,6 эВ. Исходя из соотношения неопределенностей найти наименьшую ошибку, с которой можно вычислить координату электрона в атоме.

4. Вычислить дефект массы, энергию связи ядра и его удельную энергию связи для элемента $^{197}_{79}Au$.

5. Определить, какая доля радиоактивного препарата $^{90}_{38}Sr$ распадается в течение 10 лет.

6. При бомбардировке изотопа азота $^{14}_{7}N$ нейтронами получается изотоп углерода $^{14}_{6}C$ который оказывается β^- -радиоактивным. Написать уравнения обеих реакций.

7. Вычислить энергию ядерной реакции: $^{9}_{4}Be+^{4}_{2}He\rightarrow^{12}_{6}C+^{1}_{0}n$.

8. Позитрон и электрон аннигилируют, образуя два фотона. Найти энергию каждого из фотонов, считая, что начальные кинетические энергии микрочастиц ничтожно малы. Какова длина волны λ этих фотонов?

Приложение

1. Некоторые математические формулы:

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1;$$
$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta \pm \cos\alpha \cdot \sin\beta; \quad \cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta \pm \sin\alpha \cdot \sin\beta;$$
$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha; \; \cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha;$$
$$\sin^2\alpha = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\alpha); \; \cos^2\alpha = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\alpha);$$
$$\frac{d}{dx}(x^n) = nx^{n-1}; \; \frac{d}{dx}\left(\frac{1}{x}\right) = -\frac{1}{x^2}; \; \frac{d}{dx} = \left(\frac{1}{x^n}\right) = -\frac{n}{x^{n+1}};$$
$$\frac{d}{dx} = (e^x) = \ell^x; \; \frac{d}{dx}(\sin x) = \cos x; \; \frac{d}{dx}(\cos x) = -\sin x.$$

2. Десятичные приставки к названиям единиц:

Т – тера (10^{12});	д – деци (10^{-1});	н – нано (10^{-9});
Г – гига (10^{9});	с – санти (10^{-2});	п – пико (10^{-12});
М – мега (10^{6});	м – милли (10^{-3});	ф – фемто (10^{-15});
к – кило (10^{3});	мк – микро (10^{-6});	а – атто (10^{-18}).

3. Некоторые внесистемные величины:

1 сут = 86400 с;	1 об/с = 1 $с^{-1}$;
$1^0 = 1{,}75\cdot10^{-2}$ рад = $\pi/180$ рад;	1 об/мин = 1/60 $с^{-1}$;
$1' = 2{,}91\cdot10^{-4}$ рад = $\pi/180\cdot10^{-2}$ рад;	1 мм.рт.ст. = 133,3 Па;
$1'' = 4{,}85\cdot10^{-6}$ рад = $\pi/(648\cdot10^{-3})$ рад;	1 л = 10^{-3} $м^3$;
1 рад = $57^0 18'$;	1 кал = 4,19 Дж;
	1 атм = $1{,}01\cdot10^{5}$ Па.

4. Основные физические постоянные:

Скорость света в вакууме	$c=3\cdot10^{8}$ м/с
Постоянная Авогадро	$N_A=6{,}02\cdot10^{23}$ моль
Молярная газовая постоянная	R=8,31 Дж/К моль
Постоянная Больцмана	$k=1{,}38\cdot10^{-23}$ Дж/К
Молярный объем идеального газа при нормальных условиях ($P=1{,}013\cdot10^{5}$ Па, T=273 К)	$V_M=22{,}41\cdot10^{-3}$ $м^3$/моль

5. Плотность газов ρ (кг/$м^3$) при нормальных условиях:

Азот	1,25	Воздух	1,29
Аргон	1,78	Гелий	0,18
Водород	0,09	Кислород	1,43

6. Эффективный диаметр молекул (нм):

Азот	0,38	Воздух	0,27
Аргон	0,35	Гелий	0,22
Водород	0,28	Кислород	0,36

7. Молярные массы (М 10^{-3} кг/моль) газов:

Гелий	He	4	Аргон	Ar	40
Азот	N_2	28	Окись азота	NO	30
Кислород	O_2	32	Неон	Ne	20
Воздух		29	Сернистый газ	SO_2	64
Метан	CH_4	16	Углекислый газ	CO_2	44
Водород	H_2	2	Аммиак	NH_3	14

Основные физические величины

Скорость света в вакууме	$c=3\cdot10^{8}$ м/с
Нормальное ускорение свободного падения	$g=9{,}81$ м/с^2
Элементарный заряд	$q_e=1{,}60\cdot10^{-19}$ Кл
Масса покоя электрона	$m_e=9{,}11\cdot10^{-31}$ кг
Масса покоя протона	$m_p=1{,}672\cdot10^{-27}$ кг
Масса покоя нейтрона	$m_n=1{,}675\cdot10^{-27}$ кг
Масса покоя α-частицы	$m_\alpha=6{,}64\cdot10^{-27}$ кг
Удельный заряд электрона	$\dfrac{e}{m_e}=1{,}76\cdot10^{11}$ Кл/кг
Электрическая постоянная	$\varepsilon_0=8{,}85\cdot10^{-12}$ Ф/м
	$\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}=9\cdot10^{9}$ Ф/м
Атомная единица массы	а.е.м. = $1{,}66\cdot10^{-27}$ кг
Магнитная постоянная	$\mu_0=4\cdot10^{-7}$ Гн/м

Плотность некоторых веществ, 10^3 кг/м^3

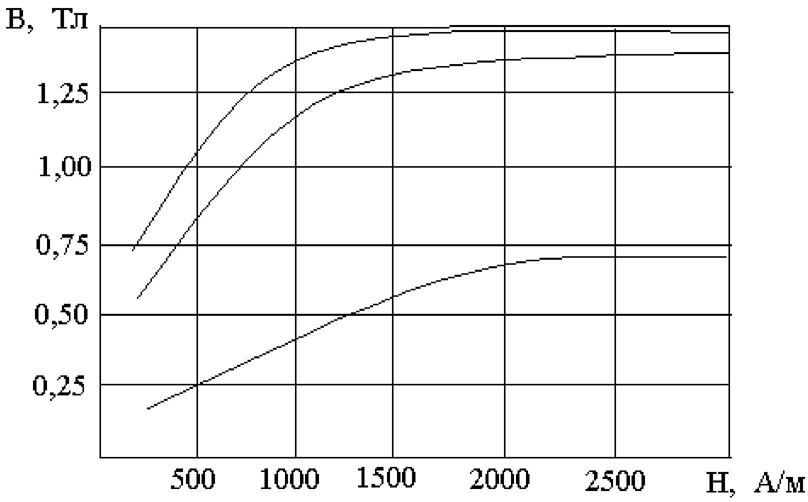
Алюминий	2,6	Медь	8,6
Железо	7,9	Ртуть	13,6

Диэлектрическая постоянная некоторых веществ (при 0^0С), 10^{-8} Ом·м

Вода	81	Стекло	7,0
Парафин	2,0	Керосин	2,2
Слюда	7,0	Эбонит	2,6

Удельное сопротивление проводников (при 0^0С), 10^{-8} Ом·м

Алюминий	2,6	Медь	1,7
Железо	8,7	Ртуть	94



Зависимость между магнитной индукцией В поля в ферромагнетике и напряженностью Н намагничивающего поля

Массы некоторых изотопов (в а.е.м.)

Изотоп	Масса	Изотоп	Масса	Изотоп	Масса
$_1H^1$	1,00814	$_4Be^9$	9,01505	$_{14}Si^{30}$	29,98325
$_1H^2$	2,011474	$_5Be^{10}$	10,01612	$_{20}Ca^{40}$	39,97542
$_1H^3$	3,01700	$_6C^{12}$	12,00380	$_{27}Co^{56}$	55,95769
$_2He^3$	3,01699	$_7N^{13}$	13,00987	$_{29}Cu^{63}$	62,94962
$_2He^4$	4,00388	$_7N^{14}$	14,00752	$_{48}Cd^{113}$	112,94206
$_3Li^6$	6,01703	$_8O^{17}$	17,00453	$_{80}Hg^{200}$	200,02800
$_3Li^7$	7,01823	$_{12}Mg^{23}$	23,00145	$_{92}U^{235}$	235,11750
$_4Be^7$	7,01916	$_{12}Mg^{24}$	23,99267	$_{92}U^{238}$	238,12376
$_4Be^8$	8,00785	$_{13}Al^{27}$	26,99010		

Работа выхода электронов из металлов (в эВ)

Платина	5,3	Серебро	4,74
Цезий	1,9	Натрий	2,3
Цинк	3,74	Калий	2,0
Вольфрам	4,5	Стронций	1,9

Период полураспада некоторых радиоактивных элементов

Актиний $^{225}_{89}Ac$	10 сут	Радон $^{226}_{88}Ra$	1590 лет
Радий $^{219}_{88}Ra$	10^{-3} с	Торий $^{219}_{90}Th$	$7\cdot10^{3}$ лет
Радий $^{226}_{88}Ra$	$1{,}62\cdot10^{3}$ лет	Уран $^{235}_{92}U$	$4{,}5\cdot10^{9}$ лет
Стронций $^{90}_{38}Sr$	28 лет	Натрий $^{24}_{11}Na$	14,8 часа

Библиографический список

1. Фриш, С.Э. Курс общей физики : учебник. В 3-х т. / С.Э. Фриш, А.В. Тиморева. – СПб.: Лань, 2007. Т. 1, 2,3.
2. Трофимова, Т.И. Курс физики : учеб. пособие для вузов / Т.И. Трофимова. – 18-е изд., – М.: Академия, 2010.
3. Савельев И.В. Курс общей физики : учебник. В 3-х т./ И. В.Савельев. – СПб. Лань, 2007. Т. 1, 2,3.
4. Бурученко, А.Е. Физика: Учеб. пособие. Ч.1, 2, 3 / А.Е. Бурученко. – Красноярск: КрасГАСА, 1998.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ОБЩАЯ ФИЗИКА

Контрольные задания
для студентов заочной формы обучения

Подготовлено к изданию РИО БИК СФУ

Подписано в печать 2012 г. Формат 60x84/16
Бумага офсетная. Печать плоская
Усл. печ. л. Уч.-изд. л.
Тираж 1000 экз. Заказ (дает РИО)

Редакционно-издательский отдел
Библиотечно-издательского комплекса
Сибирского федерального университета
660041, г. Красноярск, пр. Свободный, 79
Тел/факс (391) 206-21-49. E-mail rio@sfu-kras.ru
http://rio.sfu-kras.ru

Отпечатано Полиграфическим центром
Библиотечно-издательского комплекса
Сибирского федерального университета
660041, г. Красноярск, пр. Свободный, 82а
Тел. 206-26-58, 206-26-49