# Контрольные задания для заочников. Часть 3

## ОПТИКА

### Основные формулы

Закон преломления света

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = n_{21},$$

где $i_1$ – угол падения; $i_2$ – угол преломления; $n_{21} = \frac{n_2}{n_1}$ – относительный показатель преломления второй среды относительно первой; $n_1$ и $n_2$ – абсолютные показатели преломления соответственно первой и второй сред.

Индексы в обозначениях углов $i_1$ и $i_2$ указывают, в какой среде (первой или второй) идет луч. Если луч переходит из второй среды в первую, падая на поверхность раздела под углом $i_2$, то по принципу обратимости световых лучей угол преломления будет равен $i_1$ (рис. 24)

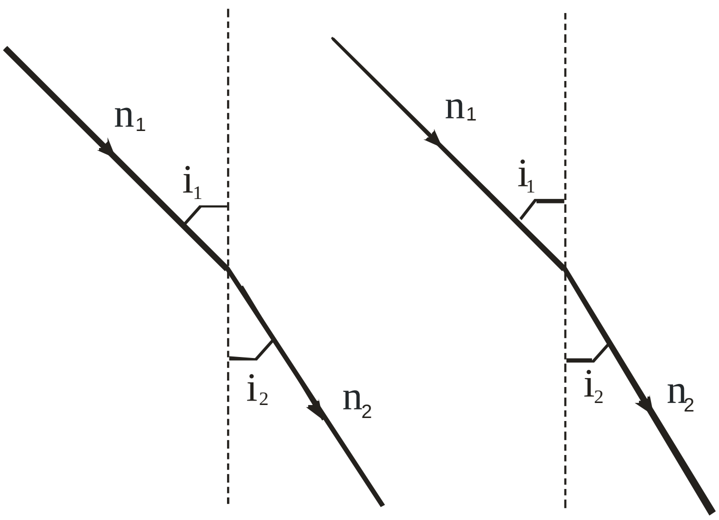


Рис. 24.

Предельный угол полного внутреннего отражения при переходе света из среды более оптически плотной в среду менее оптически плотную

$$i_{пр} = \arcsin\frac{n_2}{n_1} \qquad (n_2 < \mathbf{n_1}).$$

Формула тонкой линзы

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{a}+\frac{1}{b},$$

где f – фокусное расстояние линзы; a – расстояние от оптического центра линзы до предмета; b – расстояние от оптического цента линзы до изображения.

Если фокус мнимый (линза рассеивающая), то величина f отрицательна.

Если изображение мнимое, то величина b отрицательна.

Оптическая сила тонкой линзы

$$\Phi=\frac{1}{f}.$$

Оптическая сила тонкой линзы зависит от радиусов $R_1$ и $R_2$ ее сферических поверхностей

$$\Phi=(N-1)(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}),$$

где $N=n/n_1$ – относительный показатель преломления (n и $n_1$ – соответственно, абсолютные показатели преломления линзы и окружающей среды).

Для плоско-выпуклой линзы, находящейся в воздухе ($n_1 = 1$), радиус второй сферической поверхности $R_2 \to \infty$

$$\Phi=\frac{n-1}{R},$$

где n - абсолютный показатель преломления линзы; $R = R_1$ - радиус сферической поверхности плоско-выпуклой линзы.

Оптическая сила двух тонких линз, сложенных вплотную

$$\Phi=\Phi_1+\Phi_2.$$

Скорость света в среде

$$v=\frac{c}{n},$$

где c – скорость света в вакууме; n – абсолютный показатель преломления среды.

Оптическая длина пути световой волны

$$L=n\ell,$$

где $\ell$ - геометрическая длина пути световой волны в среде с показателем преломления n.

Оптическая разность хода двух когерентных световых волн:

$$\Delta=L_2-L_1,$$

где $L_1=n_1\ell_1$ и $L_2=n_2\ell_2$ - оптические пути световых волн в первой и во второй средах.

Разность фаз колебаний векторов напряженностей электрического поля (световых векторов) двух когерентных световых волн:

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0}\Delta,$$

где $\lambda_0$ - длина этих волн в вакууме.

Условия максимумов интенсивности света при интерференции:

$$\delta = \pm 2\pi k \quad \text{и} \quad \Delta = \pm k\lambda_0,$$

где $k = 0,1,2,3...$

Условия минимумов интенсивности света при интерференции:

$$\delta = \pm\pi(2k+1) \quad \text{и} \quad \Delta = \pm(2k+1)\frac{\lambda_0}{2},$$

где $k = 0,1,2,3...$

Координаты максимумов и минимумов интенсивностей света в интерференционной картине, полученной от двух когерентных источников:

$$x_{max} = \pm k\frac{\ell}{d}\lambda_0 \quad \text{и} \quad x_{min} = \pm(2k+1)\frac{\ell}{d}\frac{\lambda_0}{2},$$

где $\ell$ - расстояние от источников света до экрана; $d$ - расстояние между источниками света; $k = 0,1,2,3...$

Ширина интерференционной полосы: $\Delta x_{max} = \Delta x_{min} = \frac{\ell}{d}\lambda_0$.

Оптическая разность хода двух световых волн, отраженных от верхней и нижней поверхностей плоскопараллельной тонкой пленки, находящейся в воздухе с абсолютным показателем преломления $n_0 = 1$(рис. 6а):

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i_1} - \frac{\lambda_0}{2} = 2dn\cos i_2 - \frac{\lambda_0}{2},$$

где $d$ - толщина пленки; $n$ - абсолютный показатель преломления пленки; $\lambda_0$ - длина световых волн в воздухе (вакууме); $i_1$ и $i_2$ - углы падения и преломления света. Второе слагаемое в этих формулах учитывает увеличение оптической длины пути световой волны на $\frac{\lambda_0}{2}$ при отражении ее от среды оптически более плотной ($n > n_0$). В проходящем свете (рис. 25, б) отражения световых волн происходит от среды, оптически менее плотной, и дополнительной разности хода световых волн не возникает.

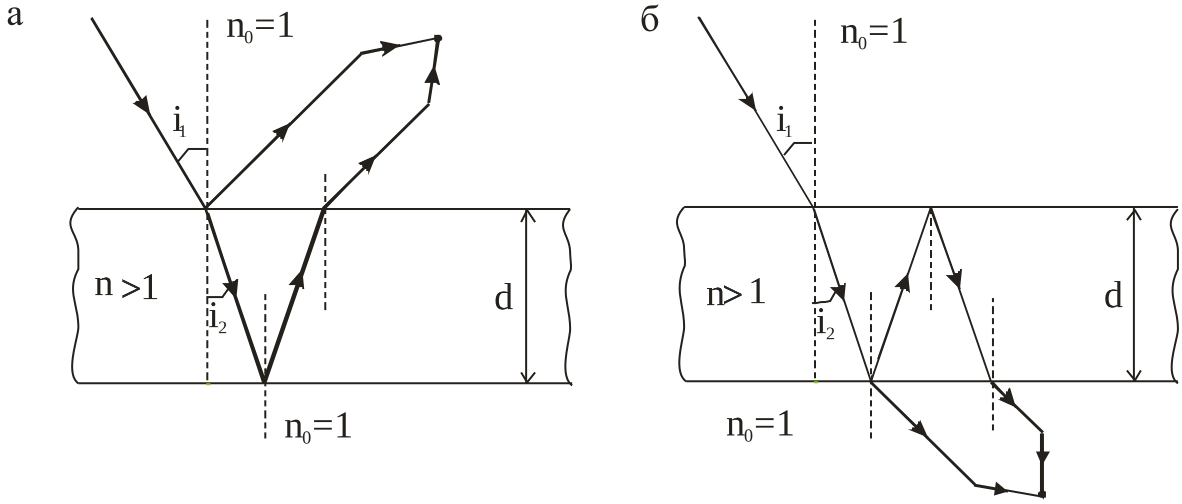


Рис. 25

Радиусы светлых колец Ньютона в отраженном свете (темных колец в проходящем свете):

$$r_k = \sqrt{(2k-1)R\frac{\lambda_0}{2}} \text{ при } k = 1,2,3,...$$

и радиусы темных колец Ньютона в отраженном свете (светлых колец в проходящем свете):

$$r_k = \sqrt{kR\lambda_0} \text{ при } k = 0,1,2,3,...\,.$$

где $R$ - радиус кривизны линзы; $\lambda_0$ - длина световой волны в воздухе (вакууме), находящемся между линзой и стеклянной пластинкой.

Радиусы зон Френеля, построенных на сферической волновой поверхности:

$$r_k = \sqrt{\frac{ab}{a+b}k\lambda_0} \text{ при } k = 1,2,3,...\,,$$

где $a$ - радиус сферической волновой поверхности точечного источника света; $b$ - расстояние от волновой поверхности до точки наблюдения; $\lambda_0$ - длина световой волны в воздухе (вакууме).

Дифракция Фраунгофера на одной щели:

а) условие максимумов интенсивности света: $a\sin\varphi = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2}$;

б) условие минимумов интенсивности света: $a\sin\varphi = \pm 2k\frac{\lambda}{2}$,

где $a$ - ширина щели; $\varphi$ - угол дифракции, определяющий направление максимума или минимума интенсивности света; $\lambda$ - длина световой волны в данной среде; $k = 1,2,3...$

При падении параллельного пучка света на щель под углом $\varphi_0$ условие дифракционных максимумов имеет вид:

$$a(\sin\varphi - \sin\varphi_0) = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2}.$$

Дифракция Фраунгофера на дифракционной решетке:

а) условие главных минимумов интенсивности света:

$$a\sin\varphi = \pm 2k\frac{\lambda}{2} \quad \text{при } k = 1,2,3,... ;$$

б) условие дополнительных минимумов интенсивности света: $d\sin\varphi = \pm m\frac{\lambda}{N}$ при $m = 1,2,..., N-1, N+1,...,2N-1, 2N+1,...$ ($m \neq 0, N, 2N,...$);

в) условие главных максимумов интенсивности света:

$$d\sin\varphi = \pm 2k\frac{\lambda}{2} \quad \text{при } k = 0,1,2,3,...,$$

где $a$ - ширина одной щели; $d$ - постоянная решетки; $N$ - общее число щелей; $\varphi$ - угол дифракции, определяющий направление максимума или минимума интенсивности света; $\lambda$ - длина световой волны в данной среде; $k$ - порядок спектра.

При падении параллельного пучка света на дифракционную решетку под углом $\varphi_0$ условие главных максимумов имеет вид:

$$d(\sin\varphi - \sin\varphi_0) = \pm 2k\frac{\lambda}{2}.$$

Разрешающая способность дифракционной решетки:

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = kN,$$

где $\lambda$ и $(\lambda + \Delta\lambda)$ - длины двух световых волн, еще разрешаемых решеткой по критерию Рэлея; $N$ - общее число щелей; $k$ - порядок спектра.

При дифракции рентгеновских лучей на кристаллической решетке направления максимальных интенсивностей этих лучей определяются по формуле Вульфа-Брэггов:

$$2d\sin\vartheta = k\lambda \quad \text{при } k = 1,2,3,... ,$$

где $d$ - расстояние между параллельными кристаллографическими плоскостями; $\lambda$ - длина волн рентгеновских лучей; $\vartheta$ - угол скольжения рентгеновских лучей.

Интенсивность света численно равна энергии, переносимой электромагнитными волнами за единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную направлению распространения этих волн. Интенсивность электромагнитной волны пропорциональна квадрату амплитуды вектора E напряженности электрического поля (амплитуды светового вектора):

$$I \sim E^2.$$

Интенсивность света, являющегося совокупностью электромагнитных волн:

$$I = \sum_{k=1}^{n} I_k \sim \sum_{k=1}^{n} E_k^2 = \sum_{k=1}^{n} E_{kx}^2 + \sum_{k=1}^{n} E_{ky}^2 ,$$

где $I_k$ и $E_k$ - интенсивность и амплитуда вектора напряженности электрического поля $k$ - той электромагнитной волны; $E_{kx}$ и $E_{ky}$ - проекции вектора напряженности электрического поля $k$ - той электромагнитной волны на взаимно перпендикулярные оси координат $Ox$ и $Oy$; $n$ - количество электромагнитных волн.

В естественном свете:

$$\sum_{k=1}^{n} E_{kx}^2 = \sum_{k=1}^{n} E_{ky}^2 \sim \frac{I_0}{2},$$

где $I_0$ - интенсивность естественного света.

После прохождения естественного света через первый поляризатор интенсивность полученного плоскополяризованного света: $I_1 = \frac{I_0}{2}$, где $I_0$ - интенсивность естественного света.

По закону Малюса интенсивность плоскополяризованного света, прошедшего через второй поляризатор (анализатор):

$$I_2 = I_1 \cos^2\alpha = \frac{I_0}{2}\cos^2\alpha,$$

где $\alpha$ - угол между оптическими осями первого и второго поляризаторов (угол между главными плоскостями поляризаторов).

С учетом отражения и поглощения света в поляризаторах:

$$I_2 = I_1 (1-\rho_1-\rho_2)^2 \cos^2\alpha = \frac{I_0}{2}(1-\rho_1-\rho_2)^2\cos^2\alpha,$$

где $\rho_1$ и $\rho_2$ - соответственно коэффициенты отражения и поглощения света в обоих поляризаторах.

Степень поляризации света: $P = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}$,

где $I_{max}$ и $I_{min}$ - максимальная и минимальная интенсивности света, пропускаемого поляризатором (анализатором).

Согласно закону Брюстера, после падения естественного света на границу раздела двух сред под углом $i_Б$ отраженный луч является плоскополяризованным и перпендикулярным преломленному лучу. Из закона преломления света следует, что:

$$\mathrm{tg}\, i_Б = \frac{n_2}{n_1} = n_{21},$$

где $n_{21} = \dfrac{n_2}{n_1}$ - относительный показатель преломления сред.

Угол поворота $\varphi$ плоскости поляризации оптически активными веществами определяется соотношениями:

а) в твердых телах $\varphi = \alpha d$,

где $\alpha$ - постоянная вращения; d – длина пути, пройденного светом в оптически активном веществе;

б) в чистых жидкостях $\varphi = [\alpha]\rho d$,

где $[\alpha]$ - удельное вращение; $\rho$ - плотность жидкости;

в) в растворах $\varphi = [\alpha]Cd$,

где C – массовая концентрация оптически активного вещества в растворе.

Спектральная плотность энергетической светимости (излучательности) тела численно равна мощности излучения с единицы площади поверхности тела в интервале длин волн единичной ширины:

$$R_{\lambda,T} = \frac{dW^{изл}_{\lambda,\lambda+d\lambda}}{d\lambda},$$

где $T$ - термодинамическая температура тела; $dW^{изл}_{\lambda,\lambda+d\lambda}$ - энергия электромагнитных волн, излучаемых за единицу времени с единицы площади поверхности тела в интервале длин волн от $\lambda$ до $\lambda + d\lambda$.

Интегральная энергетическая светимость (излучательность) тела численно равна мощности излучения с единицы площади поверхности тела во всем интервале длин волн от нуля до бесконечности:

$$R_T = \int_0^\infty R_{\lambda,T} d\lambda.$$

Спектральная поглощательная способность тела равна отношению мощности $dW^{погл}_{\lambda,\lambda+d\lambda}$ электромагнитных волн, поглощаемых телом, к мощности $dW_{\lambda,\lambda+d\lambda}$ электромагнитных волн, падающих на единицу площади поверхности этого тела в интервале длин волн от $\lambda$ до $\lambda + d\lambda$:

$$A_{\lambda,T} = \frac{dW^{погл}_{\lambda,\lambda+d\lambda}}{dW_{\lambda,\lambda+d\lambda}}.$$

Для абсолютно черного тела: $A_{\lambda,T} = 1$; для серого тела: $A_{\lambda,T} = A_T = \mathrm{const} < 1$.

Согласно закону Кирхгофа для любого тела:

$$\frac{R_{\lambda,T}}{A_{\lambda,T}} = r_{\lambda,T},$$

где $A_{\lambda,T}$ - спектральная поглощательная способность тела; $R_{\lambda,T}$ и $r_{\lambda,T}$ - спектральные плотности энергетических светимостей, соответственно, данного тела и абсолютно черного тела.

Закон Стефана-Больцмана для излучательности абсолютно черного тела:

$$R_T^e = \sigma T^4,$$

где T – термодинамическая температура; $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м$^2 \cdot$ К$^4$) - постоянная Стефана-Больцмана.

Излучательность серого тела:

$$R_T = A_T \sigma T^4.$$

Первый закон Вина устанавливает связь между длиной волны $\lambda_{max}$, на которую приходится максимальная спектральная плотность энергетической светимости абсолютно черного тела, и термодинамической температурой $T$ этого тела:

$$\lambda_{max} = \frac{C_1}{T},$$

где $C_1 = 2{,}9 \cdot 10^{-3}$ м $\cdot$ К.

Согласно второму закону Вина максимальная плотность энергетической светимости абсолютно черного тела:

$$r_{\lambda,T}^{max} = C_2 T^5,$$

где $C_2 = 1{,}29 \cdot 10^{-5}$ Вт/(м$^3 \cdot$ К$^5$).

Соотношение между спектральными плотностями энергетической светимости абсолютно черного тела для длин $\lambda$ и частот $\nu$ электромагнитных волн:

$$r_{\lambda,T} = \frac{c}{\lambda^2} r_{\nu,T},$$

где $c$ - скорость света в вакууме.

Формула Планка для спектральной плотности энергетической светимости абсолютно черного тела:

$$r_{\nu,T} = \frac{2h\nu^3}{c^2}\frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \quad \text{или} \quad r_{\lambda,T} = \frac{2\pi\pi h^2}{\lambda^5}\frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1},$$

где $h$ - постоянная Планка; $k$ - постоянная Больцмана; $e$ - основание натурального логарифма.

Энергия кванта электромагнитного излучения (фотона): $\varepsilon_0 = h\nu$, где $\nu$ - частота электромагнитных колебаний.

Масса и импульс фотона:

$$m = \frac{h\nu}{c^2} \quad \text{и} \quad p = \frac{h\nu}{c},$$

где $c$ - скорость света в вакууме.

Давление света:

$$P = \frac{W}{c}(1 + \rho),$$

где $W$ - энергия света, падающего на единицу площади поверхности за единицу времени; $\rho$ - коэффициент отражения света.

Уравнение Эйнштейна для внешнего фотоэффекта:

$$h\nu = A + \frac{m\upsilon_{max}^2}{2},$$

где $h\nu$ - энергия кванта электромагнитного излучения (фотона); $A$ - работа, совершаемая электроном при выходе из металла; $m$ - масса электрона; $\upsilon_{max}$ - максимальная скорость электрона, покинувшего металл.

Минимальная частота, при которой еще наблюдается фотоэффект, - красная граница фотоэффекта:

$$\nu_0 = \frac{A}{h}.$$

Задерживающее напряжение $U_0$, при котором электрон, покинувший катод, уже не может достигнуть анода, определяется равенством:

$$eU_0 = \frac{m\upsilon_{max}^2}{2},$$

где $e$ - заряд электрона.

Максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов в двух случаях - нерелятивистском и релятивистском - выражается различными формулами:

а) если фотоэффект вызван фотоном, имеющим незначительную энергию ($h\nu$< 5 кэВ), то

$$T_{max} = \frac{m_0\upsilon_{max}^2}{2}$$

где $m_0$ – масса покоя электрона;

б) если фотоэффект вызван фотоном, обладающим большой энергией

($h\nu$ >> 5 кэВ), то

$$T_{max} = (m - m_0)c^2, \text{ или } T_{max} = m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right),$$

где $\beta = \upsilon_{max}/c$; $m$ – масса релятивистского электрона.

## 1.1. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1. Луч света падает на плоскую границу раздела двух сред, частично отражается и частично преломляется (рис. 26). Найти угол падения, при котором отраженный луч перпендикулярен преломленному лучу.

Решение. Используем законы преломления и отражения света:

$i_1 + i_2 = 90^0$; $i_1 = i_1'$ (угол падения равен углу отражения); $n_{21} = \frac{n_2}{n_1}$.

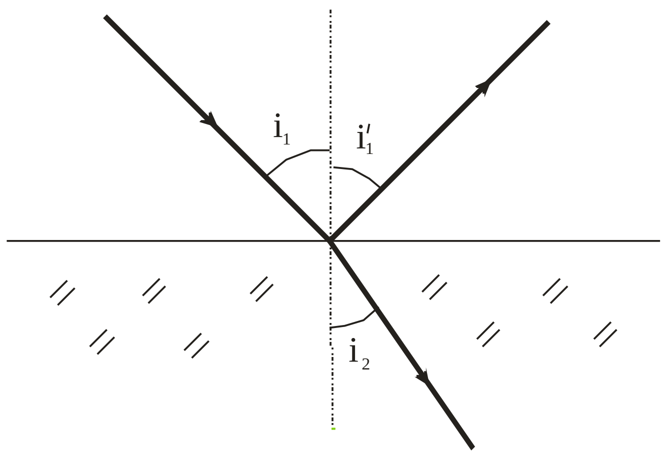


Рис. 26

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = n_{21}; \qquad i_2 = 90^0 - i_1' = 90^0 - i_1;.$$

$$\sin i_2 = \sin(90^0 - i_1) = \cos i_1;$$

$$\frac{\sin i_1}{\cos i_1} = \mathrm{tg}\, i_1 = n_{21};$$

$$i_1 = \mathrm{arctg}\, n_{21}$$

Пример 2. Найти длину отрезка $\ell_1$ на котором укладывается столько же длин волн монохроматического света в вакууме сколько их укладывается на отрезке $\ell_2$=5 мм в стекле. Абсолютный показатель преломления стекла $n_2$=1,5.
Решение. В стекле:

$$v = \lambda_2 \nu, \qquad v = \frac{c}{n_2},$$

где v – скорость света в стекле; $\nu$ - частота света; $\lambda_2$ - длина волны света в стекле; c – скорость света в вакууме; $n_2$ – абсолютный показатель преломления стекла.
Длина волны света в стекле:

$$\lambda_2 = \frac{c}{n_2 \nu}.$$

Длина волны света в вакууме:

$$\lambda_1 = \frac{c}{n_1 \nu}.$$

Количество длин волн: $k = \frac{\ell_1}{\lambda_1} = \frac{\ell_2}{\lambda_2}$. Отсюда:

$$\ell_1 = \ell_2 \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \ell_2 \frac{cn_2\nu}{cn_1\nu};$$

$$\ell_1 = \ell_2 \frac{n_2}{n_1} = 5\cdot 10^{-3}\cdot\frac{1{,}5}{1} = 7{,}5\cdot 10^{-3}\ \text{м}.$$

Пример 3. От двух когерентных источников $S_1$ и $S_2$ ($\lambda$=0,8 мкм) лучи попадают на экран (рис. 27). На экране наблюдается интерференционная картина. Когда на пути одного из лучей перпендикулярно ему поместили мыльную пленку (n=1,33), интерференционная картина изменилась на противоположную. При какой наименьшей толщине $d_{min}$ пленки это возможно?

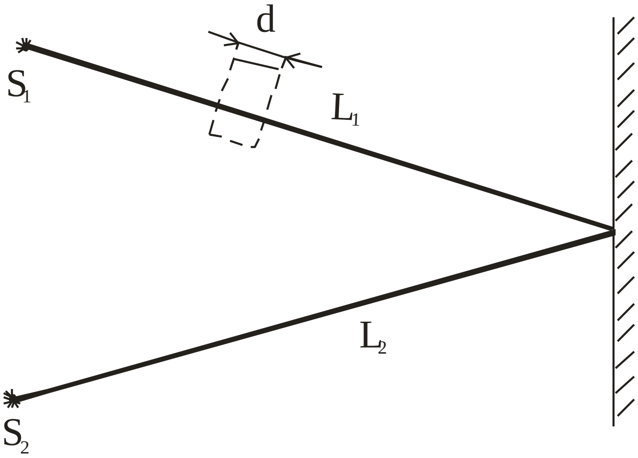


Рис. 27

Решение. Изменение интерференционной картины на противоположную означает, что на тех участках экрана, где наблюдались интерференционные максимумы, стали наблюдаться интерференционные минимумы.

Оптическая разность хода световых волн, распространяющихся в воздухе от источников $S_1$ и $S_2$ до точки P, равна

$$\Delta_1 = (\ell_1 - \ell_2)n_0 = \ell_1 - \ell_2, \tag{1}$$

где $\ell_1$ и $\ell_2$ - геометрические пути световых волн; $n_o$ – абсолютный показатель преломления воздуха ($n_o = 1$).

Если в точке P наблюдается интерференционный максимум, то

$$\Delta_1 = k_1\lambda\ , \tag{2}$$

где $k_1 = 0, \pm1, \pm2, \pm3$ ….; $\lambda$ - длина световой волны в воздухе (вакууме).

После внесения мыльной пленки оптическая разность хода указанных световых волн становится равной

$$\Delta_2 = \left[(\ell_1 - d)n_o + dn\right] - \ell_2 = (\ell_1 - \ell_2) + d(n-1), \tag{3}$$

где d – толщина мыльной пленки; n – ее абсолютный показатель преломления.

Поскольку в точке P теперь наблюдается интерференционный минимум, то

$$\Delta_2 = (2k_2 + 1)\frac{\lambda}{2}. \qquad (4)$$

Из равенств (3) и (4) следует, что

$$\Delta_2 - \Delta_1 = (2k_2 + 1)\frac{\lambda}{2} - k_1\lambda = (k_2 - k_1)\lambda + \frac{\lambda}{2}. \qquad (5)$$

Используя выражения (1) и (3), получаем из равенства (5):

$$d(n - 1) = (k_2 - k_1)\lambda + \frac{\lambda}{2}. \qquad (6)$$

Отсюда находим толщину мыльной пленки:

$$d_{min} = \frac{1}{(n - 1)}\left[(k_2 - k_1)\lambda + \frac{\lambda}{2}\right]. \qquad (7)$$

Очевидно, что толщина мыльной пленки минимальна, когда $k_2 - k_1$=0:

$$d = \frac{\lambda}{2(n - 1)} = 1{,}21 мкм.$$

Пример 4. На стеклянный клин, имеющий абсолютный показатель преломления n=1,5, нормально к его грани падает монохроматический свет с длиной волны $\lambda$=0,6 мкм. В возникшей при этом интерференционной картине в отраженном свете на отрезке длиной $\ell$=1 см наблюдается 10 темных полос. Определить угол $\alpha$ клина.

Решение. Параллельный пучок света, падая нормально к грани клина, отражается как от верхней, так и от нижней грани. Эти пучки света когерентны, и поэтому наблюдается устойчивая картина интерференции. Так как интерференционные полосы наблюдаются при малых углах клина, то отраженные пучки света 1 и 2 будут практически параллельны (рис. 28).

Темные полосы видны на тех участках клина, для которых оптическая разность хода световых волн, отраженных от нижней и верхней граней клина, кратна нечетному числу половины длины волны в воздухе (вакууме):

$$\Delta = (2k + 1)\frac{\lambda}{2}, \text{ где } k=0, 1, 2\ldots \qquad (1)$$

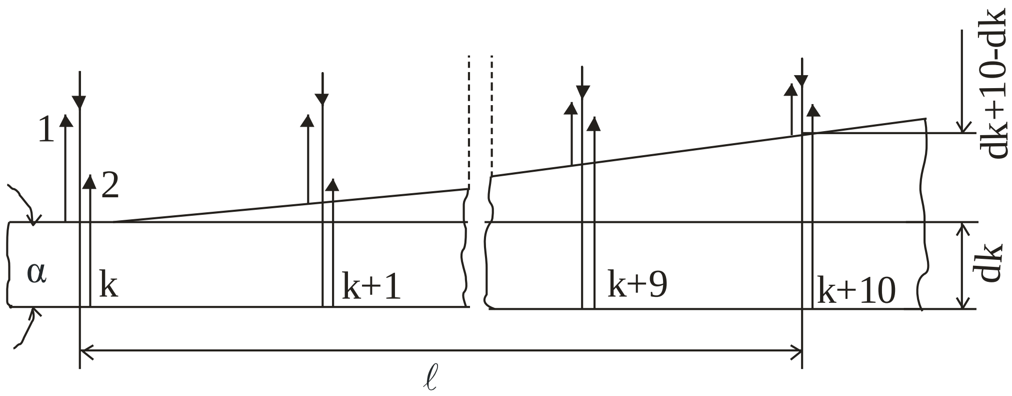


Рис. 28

Эта оптическая разность хода указанных световых волн в клине, находящемся в воздухе с абсолютным показателем преломления $n_0 = 1$, равна

$$\Delta = 2d_k n\cos i_2 - \frac{\lambda}{2} = (2k+1)\frac{\lambda}{2}, \tag{2}$$

где $d_k$ – толщина клина в том месте, где наблюдается k-тая темная полоса; $n$ - абсолютный показатель преломления стекла; $i_2$ - угол преломления света. Второе слагаемое в этих формулах учитывает увеличение оптической длины пути световой волны на $\frac{\lambda}{2}$ при отражении ее от среды оптически более плотной, т.е. от верхней грани стеклянного клина.

Согласно условию задачи, угол падения равен нулю, следовательно, и угол преломления $i_2$ равен нулю, а $\cos i_2 = 1$. Раскрыв скобки в правой части равенства (2), после упрощения получим

$$2d_k n = \lambda(k+1). \tag{3}$$

Отсюда находим

$$d_k = \frac{\lambda(k+1)}{2n}. \tag{4}$$

Пусть произвольной темной полосе номера k соответствует определенная толщина клина в этом месте $d_k$, а темной полосе номера k+10 соответствует толщина клина $d_{k+10}$. Согласно условию задачи, 10 полос укладываются на отрезке длиной $\ell = 1$ см. Тогда искомый угол (см. рис.) будет равен

$$\alpha = \frac{d_{k+10} - d_k}{\ell}, \tag{5}$$

где из-за малости угла клина $\operatorname{tg}\alpha \approx \alpha$ (угол $\alpha$ выражен в радианах).

Вычислив $d_k$ и $d_{k+10}$ по формуле (4), подставив их в формулу (5) и произведя преобразования, найдем

$$\alpha = \frac{5\lambda}{n\ell}. \tag{6}$$

После вычисления получим

$$\alpha = 2\cdot 10^{-4} \text{ рад.}$$

$$\alpha_{\text{град}} = \frac{180}{\pi}\alpha_{\text{рад}}; \qquad \alpha = \frac{180}{3{,}14}\cdot 2\cdot 10^{-4} = 1{,}15^{\circ}\cdot 10^{-2} = 0{,}688' = 41{,}2''.$$

Пример 5. Плосковыпуклая линза (n=1,5) выпуклой стороной прижата к стеклянной пластинке. Расстояние между четвертым и третьим кольцами Ньютона, наблюдаемыми в отраженном свете, равно 0,4 мм. Найти оптическую силу линзы, если освещение производится монохроматическим светом с $\lambda$=550 нм, падающим нормально к плоской поверхности линзы.

Решение. По условию задачи плосковыпуклая линза находится в воздухе.

Для нее оптическая сила

$$\Phi = \frac{n-1}{R}, \tag{1}$$

где n – абсолютный показатель преломления линзы; R – радиус сферической поверхности линзы.

Радиус темного кольца Ньютона в отраженном свете

$$r_k = \sqrt{k\lambda R}, \tag{2}$$

где $\lambda$ - длина световой волны в воздухе (вакууме); k =0,1,2,3…

Разность радиусов четвертого и третьего темных колец

$$r_4 - r_3 = \sqrt{4\lambda\lambda} - \sqrt{3\lambda\lambda} = \sqrt{\lambda R}(2-\sqrt{3})$$

или

$$(r_4 - r_3)^2 = R\lambda(2-\sqrt{3})^2. \tag{3}$$

Подставив (2) в (1), найдем искомую оптическую силу линзы:

$$\Phi = \frac{(n-1)\lambda(2-\sqrt{3})^2}{(r_4 - r_3)^2} = \frac{(1{,}5-1)5{,}5\cdot 10^{-7}(2-\sqrt{3})^2}{16\cdot 10^{-8}} = 0{,}123 \text{ дптр.}$$

Пример 6. Найти радиус третьей зоны Френеля (рис. 29), если расстояние от точечного источника света ($\lambda$=600 нм) до сферической волновой поверхности и от волновой поверхности до точки наблюдения равны 1,5 м.

Решение. S – точечный источник света; M – точка наблюдения.

$$SO=OM=b; \quad PM = b + k\frac{\lambda}{2}; \quad PC = r_k; \quad CO = x_k,$$

где $\lambda$ - длина световой волны в воздухе (вакууме); k – номер зоны Френеля.

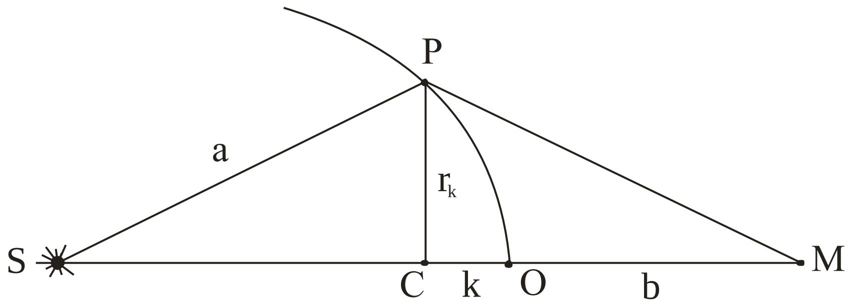


Рис. 29

Из рисунка видно, что

$$r_k^2 = a^2 - (a - x_k)^2 = \left(b + k\frac{\lambda}{2}\right)^2 - (b + x_k)^2. \qquad (1)$$

Раскрывая скобки в равенстве (1) и пренебрегая членом $\frac{k^2\lambda^2}{4}$, поскольку длина световой волны λ мала (λ << a; λ << b), получаем

$$x_k = \frac{kb\lambda}{2(a+b)}. \qquad (2)$$

Из уравнения (1) следует, что

$$r_k^2 = 2ax_k - x_k^2, \quad \text{а при } x_к << a$$

$$r_k^2 = 2ax_k. \qquad (3)$$

Подставив (2) в (3), найдем выражение для искомого радиуса внешней границы k-ой зоны Френеля:

$$r_k = \sqrt{\frac{abk\lambda}{a+b}}. \qquad (4)$$

При k = 3

$$r_3 = \sqrt{\frac{1{,}5 \cdot 1{,}5 \cdot 3 \cdot 6 \cdot 10^{-7}}{1{,}5 + 1{,}5}} = 1{,}16 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

Пример 7. На щель шириной a=0,1 мм нормально падает параллельный пучок света от монохроматического источника (λ=0,6 мкм). Определить ширину $\ell$ центрального максимума в дифракционной картине, проецируемой с помощью линзы, находящейся непосредственно за щелью, на экран, отстоящий от линзы на расстоянии L=1 м.

Решение. Центральный максимум интенсивности света занимает область между ближайшими от него справа и слева минимумами интенсивности (рис. 30).

Минимумы интенсивности света при дифракции от одной щели наблюдаются под углами φ, определяемыми условием

$$a\sin\varphi = \pm k\lambda, \qquad (1)$$

где $\lambda$ - длина световой волны в воздухе (вакууме); k – порядок минимума (k = 1,2,3…). По условию задачи k = 1.

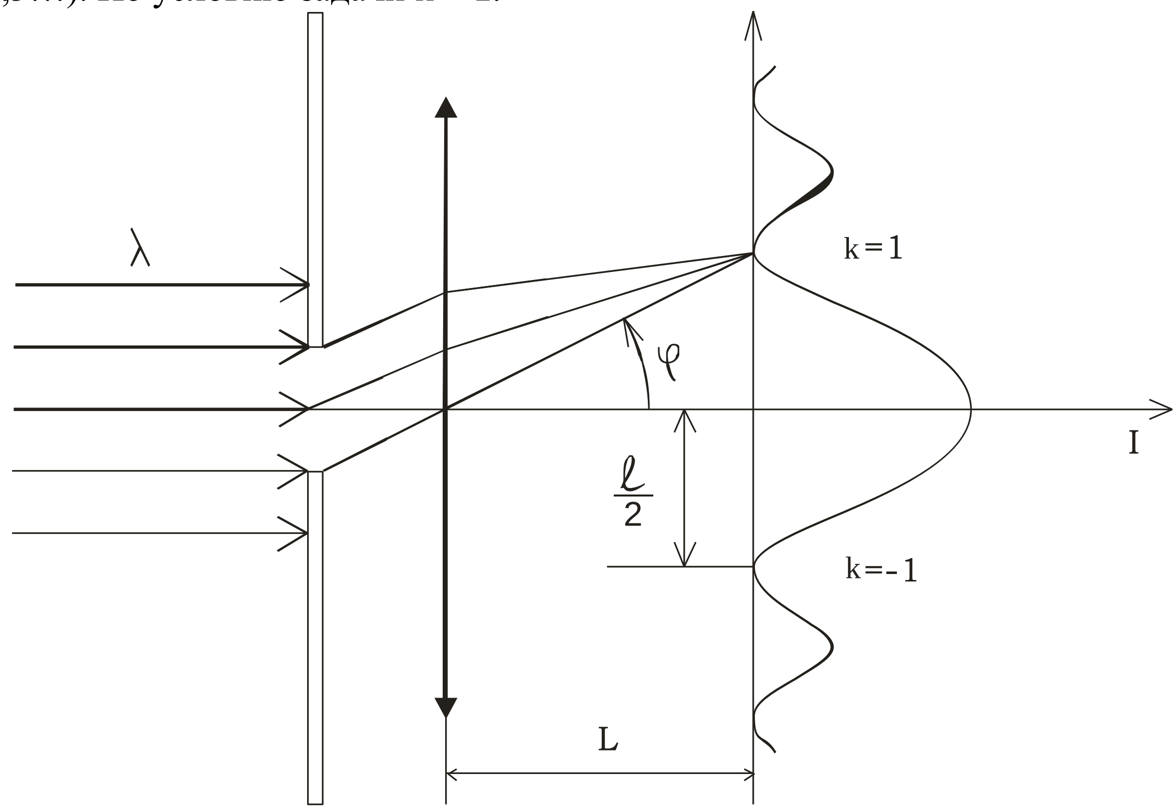


Рис.30

Расстояние между двумя минимумами на экране определим непосредственно по чертежу: $\ell = 2L\,tg\varphi$. При малых углах $tg\varphi \approx \sin\varphi$, перепишем эту формулу в виде

$$\ell = 2L\sin\varphi. \qquad (2)$$

Выразим $\sin\varphi$ из формулы (1) и подставим его в равенство (2):

$$\ell = 2Lk\frac{\lambda}{a}. \qquad (3)$$

Произведя вычисления по формуле (3), получим

$$\ell = 1{,}2 \quad \text{см}.$$

Пример 8. На дифракционную решетку длиной $\ell$=15 мм, содержащую N=3000 штрихов, падает нормально монохроматический свет с длиной волны $\lambda$=550 нм. Найти число максимумов, наблюдаемых в спектре дифракционной решетки.

Решение. Постоянная d дифракционной решетки, длина световой волны λ и угол φ дифракции световой волны, соответствующий k-му максимуму интенсивности света, связаны соотношением

$$d\sin\varphi = k\lambda, \quad (k = 0, 1, 2...) \qquad (1)$$

Для определения числа максимумов, наблюдаемых в спектре дифракционной решетки, вычислим сначала максимальное значение $k_{max}$ исходя из того, что максимальный угол дифракции световой волны не может превышать $90^0$.

Из формулы (1) находим

$$k = \frac{d}{\lambda}\sin\varphi. \qquad (2)$$

При $\sin\varphi = 1$:

$$k_{max} = \frac{d}{\lambda} \qquad (3)$$

Постоянная дифракционной решетки

$$d = \frac{\ell}{N}. \qquad (4)$$

Тогда

$$k_{max} = \frac{\ell}{N\lambda} = \frac{1{,}5\cdot10^{-2}}{3000\cdot5{,}5\cdot10^{-7}} = 9{,}1.$$

Значение k должно быть целым, следовательно $k_{max} = 9$.

Влево и вправо от центрального максимума будет наблюдаться по одинаковому числу максимумов, равному $k_{max}$, т.е. всего $2k_{max}$. Если учесть так же центральный нулевой максимум, получим общее число максимумов

$$n = 2k_{max} + 1.$$

Подставляя значение $k_{max}$, определим

$$n = 2\cdot9 + 1 = 19.$$

Пример 9. Узкий пучок монохроматического рентгеновского излучения падает под углом скольжения $\vartheta = 60^0$ на естественную грань монокристалла NaCl ($M = 58{,}5\cdot10^{-3}$ кг/моль), плотность которого $\rho = 2{,}16$ г/см$^3$. Найти длину волны излучения, если при зеркальном отражении от этой грани наблюдается максимум третьего порядка.

Решение. Дифракционные максимумы рентгеновского излучения наблюдаются в направлениях, удовлетворяющих формуле Вульфа-Бреггов:

$$2d\sin\vartheta = k\lambda, \qquad (1)$$

где $\vartheta$ - угол скольжения; d – расстояние между кристаллографическими плоскостями (параметр элементарной кубической ячейки); k – порядок максимума. По условию задачи k=3.

Тогда

$$\lambda = \frac{2d\sin\vartheta}{k}. \qquad (2)$$

Малярный объем кристалла

$$V_M = \frac{M}{\rho}, \qquad (3)$$

где M – молярная масса; ρ - плотность кристалла.

В одном моле монокристалла NaCl содержится 2 $N_A$ элементарных ячеек, где $N_A=6{,}02\cdot10^{23}$ моль$^{-1}$ – постоянная Авогадро.

Объем элементарной ячейки

$$V = \frac{V_M}{2N_A} \qquad (4)$$

С другой стороны

$$V=d^3, \qquad (5)$$

где d – параметр элементарной кубической ячейки.

Приравнивая (4) и (5), и учитывая (3), получим

$$d = \sqrt[3]{\frac{M}{2\rho N_A}}. \qquad (6)$$

Подставив (6) в (1), найдем длину волны рентгеновского излучения:

$$\lambda = \frac{2}{3}\sqrt[3]{\frac{M}{2\rho\rho_A}}\sin\vartheta = \frac{2}{3}\sqrt[3]{\frac{58{,}5\cdot10^{-3}}{2\cdot2160\cdot6{,}02\cdot10^{23}}}\sin60 = 0{,}163\cdot10^{-9} \text{ м.}$$

Пример 10. Пучок естественного света падает на полированную поверхность стеклянной пластины, погруженной в жидкость. Отраженный от пластины пучок света составляет угол $\varphi = 97^0$ с падающим пучком. Найти абсолютный показатель преломления n жидкости, если отраженный свет полностью поляризован. Абсолютный показатель преломления стекла равен 1,5.

Решение. Согласно закону Брюстера, свет, отраженный от диэлектрика, полностью поляризован в том случае, если тангенс угла падения

$$tgi_Б = n_{21},$$

где $n_{21}$ - относительный показатель преломления второй среды (стекла) относительно первой (жидкости).

Относительный показатель преломления равен отношению абсолютных показателей преломления этих сред. Следовательно,

$$\operatorname{tg} i_Б = \frac{n_2}{n_1}.$$

Согласно условию задачи, угол между падающим и отраженным лучами равен $\varphi$. Так как угол падения равен углу отражения, то $I_Б = \frac{\varphi}{2}$ и, следовательно, $\operatorname{tg}\frac{\varphi}{2} = \frac{n_2}{n_1}$, откуда

$$n_1 = \frac{n_2}{\operatorname{tg}\frac{\varphi}{2}} = \frac{1{,}5}{\operatorname{tg}48{,}5^0} = 1{,}33.$$

Пример 11. Найти, во сколько раз ослабится интенсивность света прошедшего поляризатор и анализатор, расположенные так, что угол между их главными плоскостями $\alpha = 30^0$ и в каждом из них теряется 8% падающего света (рис. 31).

Решение. Коэффициент потерь света в поляризаторе и анализаторе

$$K = \rho_1 + \rho_2, \qquad (1)$$

где $\rho_1$ и $\rho_2$ - соответственно коэффициенты отражения и поглощения света в обоих поляризаторах.

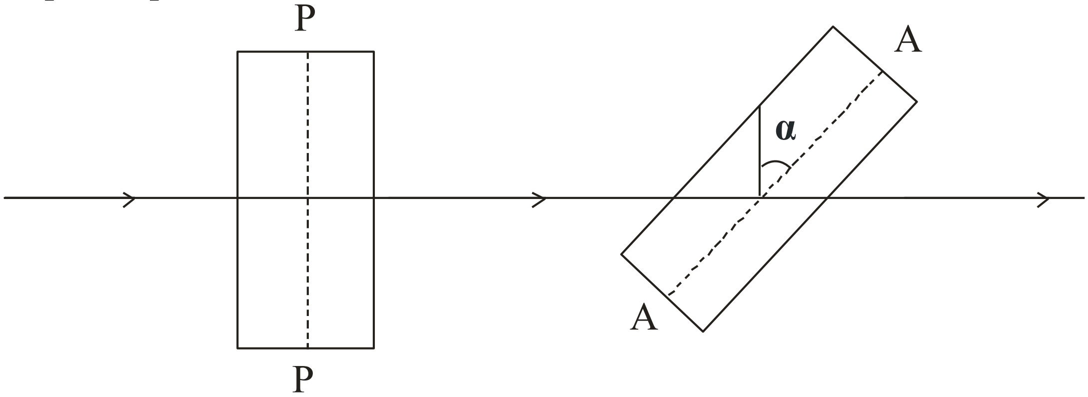


Рис. 31

Естественный свет, проходя через поляризатор P, превращается в плоскополяризованный и его интенсивность на выходе из поляризатора

$$I_1 = \frac{1}{2}(1 - K)I_0. \qquad (2)$$

Согласно закону Малюса, интенсивность света на выходе из анализатора

$$I_2 = I_1(1-K)\cos^2\alpha, \qquad (3)$$

где $\alpha$ - угол между главными плоскостями поляризаторов.

Выразив $I_1$ из (3) и подставив в (2), получаем

$$I_2 = \frac{1}{2}(1-K)^2 I_0 \cos^2\alpha. \qquad (4)$$

Искомое ослабление интенсивности при прохождении света через поляризатор и анализатор

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{2}{(1-K)^2\cos^2\alpha} = \frac{2}{(1-0{,}08)^2\cos^2 30^0} = 3{,}15.$$

Пример 12. Пластинка кварца толщиной $d_1$=1 мм, вырезанная перпендикулярно оптической оси кристалла, поворачивает плоскость поляризации монохроматического света определенной длины волны на угол $\varphi_1=20^0$. Определить:
1) Какова должна быть толщина $d_2$ кварцевой пластинки, помещенной между двумя николями, имеющими параллельные главные плоскости, чтобы свет был полностью погашен?
2) Какой длины $\ell$ трубку с раствором сахара массовой концентрации C=0,4 кг/л надо поместить между николями для получения того же эффекта?
Удельное вращение $[\alpha]$ раствора сахара равно 0,665 град/(м·кг·м$^{-3}$).

Решение. 1) Угол поворота плоскости поляризации света кварцевой пластинкой определяется соотношением

$$\varphi = \alpha d, \qquad (1)$$

где $\alpha$ - постоянная вращения кварца; d – длина пути, пройденного светом в оптически активном веществе.

Постоянную вращения $\alpha$ кварца найдем из формулы (1), подставив в нее заданные значения $d_1$ и $\varphi_1$:

$$\alpha = \frac{\varphi_1}{d_1}. \qquad (2)$$

Если угол поворота $\varphi_2$ плоскости поляризации света после его прохождения через кварцевую пластинку толщиной $d_2$ составит $90^0$, то свет будет полностью погашен во втором николе. Из формулы (1) находим

$$d_2 = \frac{\varphi_2}{\alpha}, \qquad (3)$$

где $\varphi_2 = 90^0$.

Подставив выражение (2) в формулу (3), получим

$$d_2 = \frac{\varphi_2}{\varphi_1} d_1. \qquad (4)$$

Произведя вычисления по этой формуле, найдем толщину пластинки:

$$d_2 = 4{,}5 \text{ мм.}$$

2) Длину трубки с сахарным раствором найдем из соотношения $\varphi_2 = [\alpha]\bar{C}\ell$, определяющего угол поворота плоскости поляризации света раствором сахара,

где $\varphi_2 = 90^0$; $\ell$ - толщина раствора сахара, которая принимается равной длине трубки. Отсюда получим

$$\ell = \frac{\varphi_2}{[\alpha]\bar{C}} = \frac{90\,\text{град} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{кг}}{400\,\text{кг} \cdot 0{,}665\,\text{град} \cdot \text{м}^3} = 0{,}38 \text{ м.}$$

Пример 13. Температура внутренней поверхности печи при открытом отверстии диаметром 6 см равна $650^0$С. Принимая, что отверстие печи излучает как абсолютно черное тело, найти, какая доля мощности рассеивается стенками, если мощность, потребляемая печью составляет 600 Вт.

Решение. Поток излучения, испускаемого отверстием

$$\Phi = R_T^e S, \tag{1}$$

где $R_T^e$ – энергетическая светимость абсолютно черного тела; $S = \frac{\pi d^2}{4}$ - площадь отверстия.

Согласно закону Стефана-Больцмана

$$R_T^e = \sigma T^4, \tag{2}$$

где T – термодинамическая температура; $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}\,\text{Вт/(м}^2 \cdot \text{К}^4)$ - постоянная Стефана-Больцмана.

При установившемся тепловом режиме печи мощность, рассеиваемая стенками и излучаемая через отверстие, равна потребляемой мощности P. Поэтому мощность, рассеиваемая стенками печи, равна

$$P_{\text{рас.}} = P - \Phi. \tag{3}$$

Доля мощности, рассеиваемой стенками печи, равна

$$n = \frac{P - \Phi}{P} = 1 - \frac{\Phi}{P} \tag{4}$$

Используя выражения (1) и (2), получим искомую долю мощности, рассеиваемой стенками

$$n = 1 - \frac{\pi d^2}{4}\frac{\sigma T^4}{P} = \frac{3{,}14 \cdot 36 \cdot 10^{-4} \cdot 5{,}67 \cdot 10^{-8} \cdot 923^4}{4 \cdot 600} = 0{,}806.$$

Пример 14. Черное тело находится при температуре 1500 К. При остывании этого тела длина волны, соответствующая максимуму спектральной плотности энергетической светимости, изменилась на $\Delta\lambda$=5 мкм. Найти температуру, до которой тело охладилось.

Решение. Длина волны, соответствующая максимуму спектральной плотности энергетической светимости черного тела, согласно закону смещения Вина, обратно пропорциональна его термодинамической температуре T:

$$\lambda_{max} = \frac{b}{T}, \tag{1}$$

где b – постоянная Вина; $b = 2{,}9 \cdot 10^{-3}$ м · К.

Следовательно, с остыванием тела $\lambda_{max}$ смещается в сторону более длинных волн. Тогда

$$\Delta\lambda = \lambda_{2max} - \lambda_{1max}. \tag{2}$$

Учитывая формулу (1), выражение (2) запишется в следующем виде

$$\Delta\lambda = \frac{b}{T_2} - \frac{b}{T_1}. \tag{3}$$

Откуда находим искомую температуру

$$T_2 = \frac{bT_1}{T_1\Delta\lambda + b} = \frac{2{,}9 \cdot 10^{-3} \cdot 1500}{1500 \cdot 5 \cdot 10^{-6} + 2{,}9 \cdot 10^{-3}} = 418 \text{ K}.$$

Пример 15. Определить максимальную скорость $v_{max}$ фотоэлектронов, вырываемых с поверхности серебра: 1) ультрафиолетовым излучением с длиной волны $\lambda_1$=0,155 мкм; 2) $\gamma$ - излучением с длиной волны $\lambda_2$=2,47 пм.

Решение. Максимальную скорость фотоэлектронов определим из уравнения Эйнштейна для внешнего фотоэффекта

$$\varepsilon = A + T_{max}. \tag{1}$$

Энергия фотона вычисляется по формуле $\varepsilon = \frac{hc}{\lambda}$; работа выхода для серебра A=4,7 эВ.

Кинетическая энергия фотоэлектрона в зависимости от того, какая скорость ему сообщается, может быть выражена или по классической формуле

$$T = \frac{1}{2} m_0 v^2, \tag{2}$$

или по релятивистской формуле

$$T = (m - m_0)c^2. \tag{3}$$

Скорость фотоэлектрона зависит от энергии фотона, вызывающего фотоэффект: если энергия фотона $\varepsilon$ много меньше энергии покоя электрона $E_0=m_0c^2$, то может быть применена формула (2); если же $\varepsilon$ сравнима по размеру с $E_0$, то вычисление по формуле (2) приводит к грубой ошибке, в этом случае кинетическую энергию фотоэлектрона необходимо определять по формуле (3).

1) В формулу энергии фотона $\varepsilon = \frac{hc}{\lambda}$ подставим значения величин h, с и $\lambda$ и, произведя вычисления, для ультрафиолетового излучения получим

$$\varepsilon_1 = 0{,}128 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 8 \text{ эВ}.$$

Это значение энергии фотона много меньше энергии покоя электрона (0,51 МэВ). Следовательно, для данного случая максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона в формуле (1) может быть выражена по классической формуле (2), т.е. $\varepsilon_1 = A + \frac{1}{2} m_0 v_{max}^2$, откуда

$$v_{max} = \sqrt{2\frac{\varepsilon_1 - A}{m_0}}. \qquad (4)$$

Выпишем величины, входящие в формулу (4):

$$\varepsilon_1 = 0{,}128 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 8 \text{ эВ (величина вычислена выше);}$$

$$A = 4{,}7 \text{ эВ} = 4{,}7 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 0{,}75 \cdot 10^{-18} \text{ Дж;}$$

$$m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-31} \text{ кг (масса покояэлектрона)}.$$

Подставив числовые значения в формулу (4), найдем максимальную скорость:

$$v_{max\,e} = 1{,}08 \text{ Мм/с}.$$

2) Вычислим теперь энергию фотона $\gamma$-излучения:

$$\varepsilon_2 = \frac{hc}{\lambda_2} = 8{,}04 \text{ Дж} = 0{,}502 \text{ МэВ}.$$

Работа выхода электрона (А=4,7 эВ) пренебрежимо мала по сравнению с энергией $\gamma$-фотона, поэтому можно принять, что максимальная кинетическая энергия электрона равна энергии фотона:

$$T_{max} = \varepsilon_2 = 0{,}502 \text{ МэВ}.$$

Так как в данном случае кинетическая энергия электрона сравнима с его энергией покоя, то для вычисления скорости электрона следует использовать релятивистскую формулу кинетической энергии

$$T_{max} = E_0\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right),$$

где $E_0 = m_0c^2$ и $\beta = v_{max}/c$. Выполнив преобразования, найдем

$$\beta = \sqrt{\frac{(2E_0 + T_{max})T_{max}}{E_0 + T_{max}}}.$$

Сделав вычисления, получим

$$\beta=0{,}755.$$

Следовательно, максимальная скорость фотоэлектронов, вырываемых $\gamma$-излучением,

$$v_{max\,\gamma} = c\beta = 226\ \text{Мм/с}.$$

Пример 16. Определить красную границу $\lambda_0$ фотоэффекта для цезия, если при облучении его поверхности фиолетовым светом длиной волны $\lambda$=400 нм максимальная скорость $v_{max}$ фотоэлектронов равна 0,65 Мм/с.

Решение. При облучении светом, длина волны $\lambda_0$ которого соответствует красной границе фотоэффекта, скорость, (а следовательно, и кинетическая энергия фотоэлектронов) равна нулю. Поэтому уравнение Эйнштейна для внешнего фотоэффекта $\varepsilon = A + T_{max}$ для определения красной границы запишется в виде

$$\varepsilon = A,\ \text{или}\ \frac{hc}{\lambda_0} = A\,.$$

Отсюда

$$\lambda_0 = \frac{hc}{A}. \tag{1}$$

Работу выхода для цезия найдем из уравнения Эйнштейна:

$$A = \varepsilon - T_{max} = \frac{hc}{\lambda} - \frac{mv_{max}^2}{2}. \tag{2}$$

Выпишем числовые значения величин, выразив их в СИ: $h=6{,}62\cdot10^{-34}$ Дж·с; $c=3\cdot10^{8}$ м/с; $\lambda$=400 нм $=4\cdot10^{-7}$ м; $m=9{,}11\cdot10^{-31}$ кг; $v_{max}=6{,}5\cdot10^{5}$ м/с. Подставив эти значения величин в формулу (2) и вычислив, получим

$$A = 3{,}05\cdot10^{-19}\ \text{Дж}.$$

Для определения красной границы фотоэффекта подставим значения A, h и c в формулу (1) и вычислим:

$$\lambda_0 = 640\,\text{нм}.$$

## 6.2. КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №5

Вариант 1

1. Луч света выходит из стекла в вакуум. Предельный угол полного внутреннего отражения $42^0$. Найти скорость света в стекле.
2. В опыте Юнга расстояние l от щелей до экрана равно 3 м. Найти угловое расстояние между соседними светлыми полосами, если третья светлая полоса на экране отстоит от центра интерференционной картины на 4,5 мм.
3. В воздухе на линзу с абсолютным показателем преломления n=1,58 нормально падает монохроматический свет с длиной волны $\lambda$=0,55 мкм. Для устранения потерь света в результате его отражения на линзу наносится тонкая прозрачная пленка. Найти: 1) оптимальный абсолютный показатель преломления для пленки; 2) минимальную толщину пленки.
4. Найти радиус третьей зоны Френеля, если расстояние от точечного источника света с ($\lambda$=0,6 мкм) до волновой поверхности и от волновой поверхности до точки наблюдения равно 1,5 м.
5. На дифракционную решетку длиной l=15 мм, содержащую N=300 штрихов, падает нормально монохроматический свет, с длиной волны $\lambda$=550 нм. Найти: 1) число максимумов, наблюдаемых в спектре дифракционной решетки; 2) угол, соответствующий последнему максимуму.
6. Найти, во сколько раз уменьшится интенсивность естественного света, прошедшего через два николя, главные плоскости которых образуют угол в $60^0$, если каждый из николей как поглощает, так и отражает 5% падающего на них света.
7. Найти, какая длина волны соответствует максимальной спектральной плотности энергетической светимости $r_{\lambda,T}^{max}$, равной $1{,}3\cdot10^{11}$ Вт/м$^3$.
8. Фотоны с энергией 5 эВ вырывают фотоэлектроны из металла с работой выхода A=4,7 эВ. Найти максимальный импульс, передаваемый поверхности этого металла при вылете электрона.

Вариант 2

1. На мыльную пленку падает белый свет под углом $30^0$. При какой наименьшей толщине пленка будет казаться фиолетовой ($\lambda=4\cdot10^{-7}$ м), если наблюдение ведется в отраженном свете?
2. Радиус кривизны плоско-выпуклой линзы 4 м. Чему равна длина волны падающего света, если радиус пятого светлого кольца в отраженном свете равен 3,6 мм?
3. На щель нормально падает параллельный пучок монохроматического света. Длина волны падающего света в 8 раз меньше ширины щели. Какова ширина нулевого максимума в дифракционной картине, проецируемой линзой на экран и отстоящей от нее на расстоянии 1 м?

4. На решетку нормально падает монохроматический свет с длиной волны $4{,}7\cdot10^{-7}$ м. Разность углов дифрагирования для максимумов второго и первого порядков равна $4^0 36'$. Определить период решетки.

5. Поглощение света в николе таково, что наибольшая интенсивность поляризованного света, прошедшего через николь, составляет 90% интенсивности поляризованного света, падающего на него. Во сколько раз уменьшится интенсивность, если свет пройдет последовательно через три николя, расположенные так, что плоскость поляризации первого и третьего совпадают, а плоскость поляризации второго образует с этими плоскостями угол в $63^0$?

6. Под каким углом должен падать пучок света из воздуха на поверхность жидкости, чтобы при отражении от дна стеклянного сосуда, наполненного водой, свет был полностью поляризован? Абсолютный показатель преломления стекла 1,5, воды - 1,33.

7. Максимум спектральной плотности излучения яркой звезды Сириус приходится на длину волны 560 нм. Принимая звезду за абсолютно черное тело, определить температуру ее поверхности.

8. Фотоэффект у некоторого металла начинается при частоте падающего света $6\cdot10^{14}$ Гц. Определить частоту света, при которой освобожденные им с поверхности данного металла электроны полностью задерживаются разностью потенциалов в 3 В. Найти работу выходу для данного металла.

## Вариант 3

1. Абсолютный показатель преломления стекла 1,52, воды - 1,33. Найти предельный угол полного внутреннего отражения для поверхности раздела: 1) стекло-воздух; 2) вода-воздух; 3) стекло-вода.

2. Установка для получения колец Ньютона освещается монохроматическим светом, падающим по нормали к поверхности пластинки. После того как пространство между линзой и стеклянной пластинкой заполнили жидкостью, радиусы темных колец в отраженном свете уменьшились в 1,25 раза. Найти абсолютный показатель преломления жидкости.

3. На щель шириной $a=6\lambda$ падает нормально параллельный пучок монохроматического света с длиной волны $\lambda$. Под каким углом будет наблюдаться третий дифракционный минимум света?

4. На дифракционную решетку нормально падает пучок света. Натриевая линия ($\lambda_1$=589 нм) дает в спектре первого порядка угол дифракции $\varphi_1=17^0 8'$. Некоторая линия дает в спектре второго порядка угол дифракции $\varphi_2=24^0 12'$. Найти длину волны $\lambda_2$ этой линии и число штрихов на единицу длины решетки.

5. На сколько процентов уменьшается интенсивность естественного света после прохождения через призму Николя, если потери света составляют 10%.

6. При прохождении света через трубку длиной $l_1$=20 см, содержащую раствор сахара с концентрацией $C_1$=10%, плоскость поляризации света повер-

нулась на угол $\varphi_1$=13,3$^0$. В другом растворе сахара, налитом в трубку длиной $l_2$=15 см, плоскость поляризации повернулась на угол $\varphi_2$=5,2$^0$. Найти концентрацию $C_2$ второго раствора.

7. Мощность излучения абсолютно черного тела 34 кВт. Найти температуру этого тела, если известно, что площадь его поверхности S=0,6 м$^2$.

8. Фотоны с энергией 4,9 эВ вырывают электроны из металла с работой выхода А=4,5 эВ. Найти максимальный импульс, передаваемый поверхности металла при выходе каждого электрона.

## Вариант 4

1. На поверхности воды находится тонкая пленка скипидара с абсолютным показателем преломления 1,48 и толщиной 0,25 мкм. Какого цвета представится пленка при наблюдении ее в отраженном свете под углом 60$^0$?

2. Радиус второго темного кольца Ньютона в отраженном свете 0,4 мм. Определить радиус кривизны плоско-выпуклой линзы, взятой для опыта, если она освещается монохроматическим светом с длиной волны 0,64 мкм.

3. Определить угловое положение минимумов, которые находятся по обе стороны от центрального максимума, при дифракции Фраунгофера от щели шириной 10 мкм, если угол падения света 30$^0$ и длина световой волны 0,5 мкм.

4. На дифракционную решетку нормально к ее плоскости падает монохроматический свет. Постоянная дифракционной решетки в 4,6 раза больше длины световой волны. Найти общее число дифракционных максимумов, которые теоретически можно наблюдать в данном случае.

5. Под каким углом надо отразить луч света от кристалла каменной соли с показателем преломления 1,54, чтобы получить максимальную поляризацию этого луча?

6. Поглощение света в николе таково, что наибольшая интенсивность поляризованного света, прошедшего через николь, равна 95% интенсивности падающего на него поляризованного света. Во сколько раз уменьшится интенсивность естественного света после прохождения двух николей, оптические оси которых составляют угол 40$^0$?

7. В излучении абсолютно черного тела, поверхность которого 25 см$^2$, максимум энергии приходится на длину волны 6800 $\mathring{A}$. Сколько энергии излучается за 1 секунду с 1 см$^2$ этого тела?

8. Определить максимальные скорости фотоэлектронов, вырываемых с поверхности цезия и платины излучением с длинами волн. 185 нм и 422,7 нм.

## Вариант 5

1. В опыте Юнга расстояние l от щелей до экрана равно 3 м. Найти угловое расстояние между соседними светлыми полосами, если третья светлая полоса на экране отстоит от центра интерференционной картины на 5,5 мм.

2. На тонкую мыльную пленку (n=1,33) под углом $i=30^0$ падает монохроматический свет с длиной волны $\lambda$=0,6 мкм. Найти угол между поверхностями пленки, если расстояние между интерференционными полосами в отраженном свете равно 4 мм.

3. Найти радиус третьей зоны Френеля для случая плоской световой волны. Расстояние от волновой поверхности до точки наблюдения равно 1,5 м. Длина волны $\lambda$=0,6 мкм.

4. На щель шириной a=0,1 мм падает монохроматический свет с длиной волны $\lambda$=0,5 мкм. Дифракционная картина наблюдается на экране, расположенном параллельно щели. Найти расстояние $\ell$ от щели до экрана, если ширина центрального дифракционного максимума b=1 см.

5. Степень поляризации частично поляризованного света составляет 0,75. Найти отношение максимальной интенсивности света, пропускаемого анализатором, к минимальной.

6. Естественный свет проходит через поляризатор и анализатор, угол между главными плоскостями которых равен $\alpha$. Поляризатор и анализатор как поглощают, так и отражают 10% падающего на них света. Найти угол $\alpha$, если интенсивность света вышедшего из анализатора, равна 12% интенсивности света, падающего на поляризатор.

7. Площадь, ограниченная графиком спектральной плотности энергетической светимости $r_{\lambda T}$ абсолютно черного тела, при переходе от термодинамической температуры $T_1$ к температуре $T_2$ увеличилась в 5 раз. Найти, как изменится при этом длина волны $\lambda_{max}$, соответствующая максимуму спектральной плотности энергетической светимости абсолютно черного тела.

8. Красная граница фотоэффекта для некоторого металла равна 500 нм. Найти минимальное значение энергии фотона, вызывающего фотоэффект.

Вариант 6

1. Определить расстояние между двумя когерентными источниками света, если расстояние до экрана равно 2 м, а расстояние между соседними минимумами 2 мм. Длина световой волны 5000 $\mathring{A}$.

2. Найти расстояние между двадцатым и двадцать первым светлыми кольцами Ньютона, наблюдаемыми в отраженном свете, если второе кольцо отстоит от третьего на 1 мм.

3. Пятый минимум при освещении щели светом с длиной волны 500 нм наблюдается под углом $30^0$. Какова ширина щели?

4. Какое количество щелей должна иметь дифракционная решетка, чтобы посредством ее можно было разрешить в спектре третьего порядка линии кадмия с длиной волны 2881,84 $\mathring{A}$ и 2880,78 $\mathring{A}$?

5. Угол между главными плоскостями поляризатора и анализатора $50^0$. Естественный свет, проходя через такую систему, ослабляется в 4 раза. Пренебрегая потерей света при отражении, определить коэффициенты поглощения света в этих поляроидах.

6. Абсолютный показатель преломления стекла для света с длиной волны 0,527 мкм равен 1,76. Под каким углом к поверхности стекла следует направить свет, чтобы отраженный луч был полностью поляризован? Какой будет при этом угол преломления?

7. Какое количество энергии излучает абсолютно черное тело за 1 секунду с 1 $см^2$ светящейся поверхности, если максимум энергии в его спектре приходится на длину волны в 775 нм?

8. Длина волны света, соответствующая красной границе фотоэффекта, для некоторого металла равна 275 нм. Найти минимальную энергию фотона, вызывающего фотоэффект.

Вариант 7

1. На экране наблюдается интерференционная картина от двух когерентных источников света с длиной волны 480 нм. Когда на пути одного из пучков поместили тонкую пластинку из плавленого кварца с показателем преломления 1,46, то интерференционная картина сместилась на 70 полос. Определить толщину пластинки.

2. На тонкую пленку с абсолютным показателем преломления 1,33 падает параллельный пучок белого света. Угол падения $50^0$. При какой толщине пленки отраженный свет будет иметь максимальную интенсивность для длины волны 0,5 мкм?

3. На пластинку со щелью шириной 0,1 мм падает нормально монохроматический свет с длиной волны 0,7 мкм. Определить ширину центральной световой полосы, если экран удален на расстояние 1 м.

4. На дифракционную решетку падает нормально монохроматический свет. Под каким углом наблюдается максимум второго порядка, если известно, что угол между максимумами первого и второго порядков равен $8^0$?

5. Определить скорость света в диэлектрике, для которого угол полной поляризации равен $60^0$.

6. Угол между главными плоскостями поляризатора и анализатора $60^0$. Естественный свет, проходя через такую систему, ослабляется в 10 раз. Пренебрегая потерей света при отражении, определить коэффициент поглощения в этих поляроидах.

7. Вследствие изменения температуры тела максимум его спектральной плотности энергетической светимости переместился с 2,5 мкм до 0,125 мкм. Тело абсолютно черное. Во сколько раз изменилась температура тела и интегральная энергетическая светимость?

8. На поверхность металла падает монохроматический свет с длиной волны 150 нм. Красная граница фотоэффекта 200 нм. Какая доля энергии фотона расходуется на сообщение электронам кинетической энергии?

Вариант 8

1. Радиус второго темного кольца Ньютона в отраженном свете 0,4 мм. Определить радиус кривизны плоско-выпуклой линзы, взятой для опыта, если она освещается монохроматическим светом с длиной волны 0,64 мкм.
2. Найти радиус второго темного кольца Ньютона, если между линзой и стеклянной пластинкой налит бензол с абсолютным показателем преломления 1,6. Радиус кривизны линзы 1 м. Абсолютные показатели преломления линзы и пластинки одинаковы и равны 1,5. Наблюдение ведется в отраженном свете с длиной волны 589 нм.
3. На щель шириной 2 мкм падает нормально монохроматический свет с длиной волны 5890 $\overset{o}{A}$. Найти все углы, по направлению которых будут наблюдаться максимумы интенсивности света.
4. Определить длину волны монохроматического света, падающего нормально на решетку с периодом 2,2 мкм, если угол между максимумами первого и второго порядка $15^0$.
5. Между двумя параллельными николями помещают кварцевую пластинку толщиной 1 мм, вырезанную параллельно оптической оси. При этом плоскость поляризации монохроматического света, падающего на поляризатор, повернулась на угол $20^0$. При какой минимальной толщине пластинки свет не пройдет через анализатор?
6. Угол преломления луча в жидкости $40^0$. Определить скорость света в жидкости, если отраженный луч максимально поляризован.
7. Мощность излучения шара радиусом 10 см при некоторой температуре равна 1 кВт. Найти эту температуру, считая шар серым телом с коэффициентом поглощения 0,25.
8. Поверхность металла освещается светом с длиной волны 360 нм. При некотором задерживающем потенциале фототок становится равным нулю. При изменении длины волны на 50 нм задерживающую разность потенциалов пришлось увеличить на 0,59 В. Определить заряд электрона.

Вариант 9

1. Белый свет, падающий нормально на мыльную пленку (абсолютный показатель преломления 1,33) и отраженный от нее, дает в видимом свете интерференционный максимум на волне длиной 630 нм и ближайший к нему минимум на волне 650 нм. Какова толщина плоско-параллельной пленки?
2. Плоско-выпуклая линза с радиусом сферической поверхности 12,5 см прижать к стеклянной пластине. Диаметры десятого и пятнадцатого темных ко-

лец Ньютона в отраженном монохроматическом свете соответственно равны 1 и 1,5 мм. Найти длину волны $\lambda$ света.

3. Зеленый свет с длиной волны 500 нм падает на щель шириной 8 мкм. Под какими углами наблюдаются первый и второй минимумы интенсивности света? Сколько их всего может быть?

4. Длина волны монохроматического света равна 590 нм. Определить наибольший порядок максимума, который можно получить с помощью решетки, имеющей 500 штрихов на миллиметр. Свет падает на решетку нормально.

5. Найти, во сколько раз ослабится интенсивность света, прошедшего через два николя, расположенные так, что угол между их главными плоскостями $\alpha=60^0$, а в каждом из николей теряется 8% интенсивности падающего света.

6. Найти толщину кварцевой пластинки, для которой угол поворота плоскости поляризации монохроматического света определенной длины волны $\varphi=180^0$. Удельное вращение в кварце для данной длины волны $\alpha=0,52$ рад/мм.

7. Найти температуру тела, при которой оно при температуре окружающей среды $t_0=23^0$С излучало бы энергии в 10 раз больше, чем поглощало.

8. Фотоэлектроны, вырываемые с поверхности металла, полностью задерживаются при приложении напряжения $U_0=3$ В. Фотоэффект для этого металла начинается при частоте падающего монохроматического света $\nu_0=6\cdot10^{14}$ с$^{-1}$. Найти: 1) работу выхода электронов из этого металла; 2) частоту применяемого излучения.

## Вариант 10

1. Мыльная пленка, расположенная вертикально, освещается зеленым светом с длиной волны 564 нм. При наблюдении в отраженном свете на поверхности пленки видим темные и светлые полосы, причем на каждые 2 см поверхности приходится 6 темных полос. Считая, что свет падает на поверхность пленки нормально, определить угол между поверхностями пленки. Абсолютный показатель преломления мыльной воды 1,33.

2. Плоско-выпуклая линза с радиусом сферической поверхности R=12,5 см прижата к стеклянной пластине. Диаметр десятого темного кольца Ньютона в отраженном монохроматическом свете равен 1 мм. Найти длину волны света.

3. На непрозрачную пластинку с узкой щелью нормально падает монохроматический свет. Угол дифракции световой волны, соответствующий третьей светлой полосе, равен $3^0$. Во сколько раз ширина щели больше длины волны падающего света?

4. Дифракционная решетка имеет период 3 мкм. Длина решетки 3 см. Определить ее разрешающую способность в спектре второго порядка и разность различимых значений длин волн для зеленого света ($\lambda$ = 540 нм).

5. Главные плоскости двух призм Николя образуют между собой угол $30^0$. Как изменится интенсивность прошедшего света, если главные плоскости поставить под углом $45^0$? Чему равен угол между главными плоскостями двух николей, если после прохождения через них света его интенсивность уменьшилась в 4 раза?

6. Определить угол Брюстера при отражении света от диэлектрика, для которого предельный угол полного внутреннего отражения равен $34^0$.

7. Максимум спектральной плотности излучения Солнца соответствует длине волны 500 нм. Принимая Солнце за абсолютно черное тело, определить: а) энергетическую светимость Солнца; б) поток энергии, излучаемый Солнцем.

8. Красная граница фотоэффекта для вольфрама 275 нм. Определить работу выхода электронов из вольфрама и максимальную скорость электронов, вырываемых из вольфрама светом с длиной волны 167 нм.

## 7. **АТОМНАЯ И ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА**

### Основные формулы

Энергия фотона

$$\varepsilon = h\nu = \frac{hc}{\lambda}, \text{ или } \varepsilon = \hbar\omega,$$

где h - постоянная Планка; $\hbar = \dfrac{h}{2\pi}$; $\nu$ - частота света; $\omega = 2\pi\nu$ - круговая частота; $\lambda$ - длина волны; c – скорость света в вакууме.

Масса m и модуль импульса p фотона выражаются, соответственно, формулами

$$m = \frac{\varepsilon}{c^2} = \frac{h}{c\lambda}; \quad p = mc = \frac{h}{\lambda}.$$

Формула де Бройля, выражающая связь длины волны с модулем импульса p движущейся частицы, для двух случаев такова:

а) в классическом приближении при $v \ll c$ модуль импульса частицы $p = m_o v$ ($m_o$ – масса покоя частицы) и

$$\lambda = \frac{h}{p};$$

б) в релятивистском случае скорость частицы сравнима со скоростью света в вакууме, модуль импульса частицы

$$p = mv = \frac{m_o v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\text{и } \lambda = \frac{h}{m_o v}\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad .$$

Связь длины волны де Бройля с кинетической энергией T частицы:

а) в классическом приближении $\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_o T}}$;

б) в релятивистском случае $\lambda = \frac{hc}{\sqrt{T(T + 2E_o)}}$,

где $E_o$ - энергия покоя частицы ($E_o = m_o c^2$).

Модуль момента импульса электрона на стационарных орбитах

$$L = mvr = n\hbar \quad (n = 1, 2, 3,\ldots),$$

где m - масса электрона; r - радиус орбиты; v - скорость электрона на орбите; n - главное квантовое число; $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ ; h - постоянная Планка.

Радиус n-ой стационарной орбиты электрона в атоме водорода:

$$r_n = n^2 \frac{\hbar^2 \cdot 4\pi\varepsilon_0}{me^2},$$

где $\varepsilon_0$ - электрическая постоянная; m и e - масса и заряд электрона.

Энергия фотона, излучаемого или поглощаемого атомом водорода при переходе из одного стационарного состояния в другое,

$$\varepsilon = h\nu = E_{n_2} - E_{n_1},$$

где $\nu$ - частота электромагнитного излучения; $E_{n_2}$ и $E_{n_1}$ - значения энергии атома в стационарных состояниях с главными квантовыми числами, соответственно, $n_2$ и $n_1$, или

$$\varepsilon = E_i\left(\frac{1}{n_1} - \frac{1}{n_2}\right),$$

где $E_i$ - энергия ионизации атома водорода.

Энергия электрона, находящегося на n-й орбите,

$$E_n = \frac{me^4}{32\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^2 n^2}.$$

Сериальная формула, определяющая длину волны света, излучаемого или поглощаемого атомом водорода при переходе электрона с одной орбиты на другую, –

$$\frac{1}{\lambda} = R'\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right),$$

где $R'$ - постоянная Ридберга ($R' = 1{,}10 \cdot 10^7$ м$^{-1}$).

## Волновые свойства микрочастиц

Формулы де Бройля для энергия движущейся частицы E и ее импульса p:

$$E = h\nu \quad \text{и} \quad p = \hbar k,$$

где k - волновой вектор, модуль которого $|k| = k = 2\pi/\lambda$; $\hbar = \dfrac{h}{2\pi}$ , h - постоянная Планка ; $\nu$ и $\lambda$ , соответственно, частота и длина волны де Бройля, сопутствующей частицы.

Соотношения неопределенностей Гейзенберга для координат и проекций импульсов микрочастицы:

$$\Delta x \Delta p_x \ge h, \quad \Delta y \Delta p_y \ge h, \quad \Delta z \Delta p_z \ge h,$$

т.е. произведение неопределенности координаты и соответствующей ей проекции импульса не может быть меньше постоянной Планка.

Соотношение неопределенностей энергии $\Delta E$ микрочастицы и ее времени пребывания $\Delta t$ в некотором состоянии:

$$\Delta E \Delta t \ge h .$$

Одномерное временное уравнение Шредингера для свободно движущейся частицы:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2},$$

где i - мнимая единица ($\sqrt{-1}$); m - масса частицы; $\Psi(x, t)$ - волновая функция, описывающая состояние частицы.

Волновая функция, описывающая одномерное движение свободной частицы,

$$\Psi(x, t) = A \exp \frac{i}{\hbar}(px - Et),$$

где A - амплитуда волны де Бройля; p - импульс частицы; E - энергия частицы.

Одномерное уравнение Шредингера для стационарных состояний, независящих от времени,

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\psi = 0,$$

где E - полная энергия частицы; U(x) - потенциальная энергия частицы; $\psi(x)$ - координатная (или амплитудная) часть волновой функции.

При движении частицы в трехмерном пространстве уравнение Шредингера для стационарных состояний записывается в виде

$$\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\Psi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\Psi}{\partial z^2}+\frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\Psi = 0,$$

где $\Psi = \Psi(x, y, z)$; $E = E(x, y, z)$; $U = U(x, y, z)$.

В операторной форме

$$\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\psi = 0,$$

где $\Delta = \frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\Psi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\Psi}{\partial z^2}$ - оператор Лапласа.

При решении уравнения Шредингера следует иметь в виду стандартные условия, которым должна удовлетворять волновая функция: ее конечность во всем пространстве, однозначность, непрерывность самой $\psi$-функции и ее первой производной.

Вероятность dW обнаружить частицу в интервале от x до x+dx (в одномерном случае) выражается формулой

$$dW = |\psi(x)|^2dx,$$

где $|\psi(x)|^2$ - плотность вероятности.

Вероятность W обнаружить частицу в интервале от $x_1$ до $x_2$ находится интегрированием dW в указанных пределах:

$$W = \int_{x_1}^{x_2}|\psi(x)|^2 dx .$$

Потенциальная энергия электрона в атоме водорода (или в водородоподобном ионе)

$$U(r) = -\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r},$$

где Z - зарядовое число ядра; e - элементарный заряд; $\varepsilon_0$ – электрическая постоянная.

Собственное значение полной механической энергии $E_n$ электрона в атоме водорода (или в водородоподобном ионе)

$$E_n = -\frac{1}{n^2}\frac{Z^2me^4}{8h^2\varepsilon_0^2},$$

где h - постоянная Планка; m – масса электрона; n - главное квантовое число (n = 1, 2, 3,...).

Волновая функция, описывающая состояние электрона в атоме водорода в сферической системе координат,

$$\Psi_{n,\ell,m_l}(r,\vartheta,\varphi),$$

где n, $\ell$, $m_l$ - квантовые числа: главное, орбитальное, магнитное; r – модуль радиуса-вектора электрона, $\vartheta$ - полярный угол, φ – азимутальный угол.

Вероятность dW того, что электрон находится в объеме dV в окрестности точки с координатами (r, $\vartheta$, φ)

$$dW = \left|\Psi_{n,\ell,m_l}(r,\vartheta,\varphi)\right|^2 dV,$$

где $dV = r^2 \sin\vartheta d\vartheta d\varphi dr$.

В s-состоянии ($\ell$=0, $m_l$=0) волновая функция электрона сферически симметрична, т.е. не зависит от углов $\vartheta$ и φ.

Модули орбитального момента импульса и магнитного момента электрона, соответственно, равны

$$L_\ell = \hbar\sqrt{\ell(\ell+1)};\ \mu_\ell = \mu_B\sqrt{\ell(\ell+1)},$$

где $\ell$ - орбитальное квантовое число, которое может принимать значения 0, 1, 2, 3, ..., n–1; $\mu_B$ - магнетон Бора $\left(\mu_B = \dfrac{e\hbar}{2m} = 0{,}927\cdot 10^{-23}\ \dfrac{\text{Дж}}{\text{Тл}}\right)$.

Проекции орбитального момента импульса и магнитного момента на направление внешнего магнитного поля, совпадающее с осью Z,

$$L_{\ell_Z} = \hbar m_\ell;\ \mu_{\ell_Z} = \mu_B m_\ell,$$

где магнитное квантовое число $m_l = 0, \pm1, \pm2, \pm3, \ldots, \pm\ell$.

Правила отбора, ограничивающие число возможных переходов электронов в атоме при испускании и поглощении фотонов:

1) изменение орбитального квантового числа $\Delta\ell$ удовлетворяет условию

$$\Delta\ell = \pm1;$$

2) изменение магнитного квантового числа $\Delta m_l$ удовлетворяет условию

$$\Delta m_l = 0, \pm1.$$

## Физика атомного ядра и элементарных частиц

Ядро обозначается тем же символом, что и нейтральный атом:

$${}^{A}_{Z}X,$$

где X - символ химического элемента; Z - атомный номер (зарядовое число - количество протонов в ядре); A - массовое число (число нуклонов в ядре). Число N нейтронов в ядре равно разности (A - Z).

Основной закон радиоактивного распада:

$$N = N_0 e^{-\lambda t},$$

где N - число нераспавшихся атомов в момент времени t; $N_0$ - число нераспавшихся атомов в момент, принятый за начальный (при t=0); e – основание натурального логарифма; λ - постоянная радиоактивного распада.

Период полураспада $T_{1/2}$ - промежуток времени, за который число нераспавшихся атомов уменьшается в два раза. Период полураспада связан с постоянной распада соотношением

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0{,}693}{\lambda}.$$

Число атомов, распавшихся за время t,

$$\Delta N = N_0 - N = N_0 \left(1 - e^{-\lambda t}\right).$$

Если промежуток времени $\Delta t \ll T_{1/2}$, то для определения числа распавшихся атомов можно применять приближенную формулу

$$\Delta N \approx \lambda N \Delta t.$$

Среднее время τ жизни радиоактивного ядра равно промежутку времени, в течение которого число нераспавшихся ядер уменьшается в e раз:

$$\tau = \frac{1}{\lambda}.$$

Число атомов, содержащихся в радиоактивном изотопе,

$$N = \frac{m}{M} N_A,$$

где m - масса изотопа; M - его молярная масса; $N_A$ - постоянная Авогадро.

Активность A нуклида в радиоактивном источнике (активность изотопа) есть величина, равная отношению числа ядер dN, распавшихся в изотопе, к промежутку времени dt, за которое произошел распад. Активность определяется по формуле

$$A = -\frac{dN}{dt} = \lambda N,$$

а после замены N по основному закону радиоактивного распада

$$A = \lambda N_0 e^{-\lambda t}.$$

Активность изотопа в начальный момент времени t = 0:

$$A_0 = \lambda N_0.$$

Активность изотопа изменяется со временем по тому же закону, что и число нераспавшихся ядер:

$$A = A_0 e^{-\lambda t}.$$

Массовая активность a радиоактивного источника есть величина, равная отношению его активности A к массе m этого источника, т.е.

$$a = \frac{A}{m}.$$

Правила смещения радиоактивных распадов ядер:

$${}_{Z}^{A}X \rightarrow {}_{Z-2}^{A-4}Y + {}_{2}^{4}He \quad \text{для } \alpha\text{ - распада,}$$

$${}_{Z}^{A}X \rightarrow {}_{Z+1}^{A}Y + {}_{-1}^{0}e \quad \text{для } \beta^{-}\text{ - распада,}$$

$${}_{Z}^{A}X \rightarrow {}_{Z-1}^{A}Y + {}_{+1}^{0}e \quad \text{для } \beta^{+}\text{ - распада,}$$

где ${}_{2}^{4}He$ - ядро гелия ($\alpha$-частица); ${}_{-1}^{0}e$ - электрон; ${}_{+1}^{0}e$ - позитрон. Правила смещения являются следствием двух законов сохранения: массы частиц (массового числа $A$) и электрического заряда (зарядового числа $Z$).

Согласно релятивистской механике масса покоя $m$ устойчивой системы взаимосвязанных частиц меньше суммы масс покоя ($m_1 + m_2 +... + m_k$) тех же частиц, взятых в свободном состоянии. Разность

$$\Delta m = (m_1 + m_2 + ... + m_k) - m$$

называется дефектом массы системы частиц.

Энергия связи прямо пропорциональна дефекту массы системы частиц:

$$E_{св} = c^2 \Delta m,$$

где $c^2$ - коэффициент пропорциональности ; $c$ – скорость света в вакууме.

Если энергия выражена в мегаэлектрон-вольтах, а масса частиц - в атомных единицах, то

$$c^2 = 931{,}4 \text{ МэВ/а.е.м.}$$

Дефект массы $\Delta m$ атомного ядра есть разность между суммой масс свободных протонов и нейтронов и массой образовавшегося из них ядра:

$$\Delta m = (Zm_p + Nm_n) - m_я,$$

где $Z$ - зарядовое число (число протонов в ядре); $m_p$ и $m_n$ - массы протонов и нейтронов соответственно; $m_я$ - масса ядра.

Если учесть, что

$$m_я = m_а - Zm_e; m_{{}_1^1H} = m_p + m_e; N = A - Z,$$

где $m_а$ - масса атома; $m_e$ - масса электрона; , $m_{{}_1^1H}$ - масса атома водорода, то формулу дефекта массы ядра можно представить в виде

$$\Delta m = Zm_{{}_1^1H} + (A - Z)m_n - m_a,$$

где $A$ - массовое число (число нуклонов в ядре).

Удельная энергия связи (энергия связи, приходящаяся на один нуклон):

$$E_{уд} = \frac{E_{св}}{A}.$$

Символическая запись ядерной реакции может быть дана в развернутом виде, например,

$${}_{4}^{9}Be + {}_{1}^{1}H \rightarrow {}_{2}^{4}He + {}_{3}^{6}Li,$$

или сокращенно

$$^{9}Be\,(p,\alpha)\,^{6}Li.$$

При сокращенной записи ядерной реакции порядковый номер атома в таблице Менделеева не пишут, так как он определяется химическим символом атома. В скобках на первом месте ставят обозначение бомбардирующей частицы, на втором - частицы, вылетающей из составного ядра, а за скобками - химический символ ядра-продукта.

Для обозначения частиц приняты следующие символы: p - протон; n - нейтрон; d - дейтрон; t - тритон; α - альфа-частица; γ - гамма-фотон.

Законы сохранения в ядерных реакциях:

а) числа нуклонов (массового числа) $A_1 + A_2 = A_3 + A_4$;

б) электрического заряда (зарядового числа) $Z_1 + Z_2 = Z_3 + Z_4$;

в) релятивистской полной энергии частиц $E_1 + E_2 = E_3 + E_4$;

г) импульса частиц $p_1 + p_2 = p_3 + p_4$.

Если общее число ядер и частиц, образовавшихся в результате реакции, больше двух, то правые части вышеприведенных равенств дополняются.

Энергия ядерной реакции (тепловая энергия)

$$Q = (T_3 + T_4) - (T_1 + T_2),$$

где $T_1$ и $T_2$ - кинетические энергии соответственно ядра-мишени и бомбардирующей частицы; $T_3$ и $T_4$ - кинетические энергии вылетающей частицы и ядра - продукта реакции.

Релятивистская полная энергия частицы

$$E = m_o c^2 + T,$$

где $m_o$ – масса покоя частицы; T – ее кинетическая энергия.

Из закона сохранения релятивистской полной энергии частиц следует, что энергия ядерной реакции может быть определена как

$$Q = c^2\left[(m_1 + m_2) - (m_3 + m_4)\right],$$

где $(m_1 + m_2)$ и $(m_3 + m_4)$ - суммы масс покоя атомных ядер, соответственно, до и после реакции. В эту формулу можно подставлять массы атомов, поскольку до и после реакции общее количество электронов в оболочках атомов одинаково и поэтому массы электронов исключаются.

Если $Q > 0$, то ядерная реакция идет с выделением энергии. Если же $Q < 0$, то ядерная реакция идет с поглощением энергии.

## 7.1. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1. Определить длину волны фотона, импульс которого равен импульсу электрона, прошедшего разность потенциалов U=10 В.

Решение. По известной массе $m_ф$ и скорости c (скорость света в вакууме) фотона можно найти его импульс $p_ф$:

$$\varepsilon = h\nu = m_ф c^2;$$

$$p_ф = m_ф c = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}. \quad (1)$$

Кинетическая энергия электрона, прошедшего разность потенциалов U,

$$T_e = \frac{p_e^2}{2m_e} = eU,$$

где $p_e$ – импульс; $m_e$ - масса ($m_e$=9,1·10$^{-31}$ кг); e - заряд электрона (e=1,6·10$^{-19}$ Кл).

Откуда импульс электрона

$$p_e = \sqrt{2m_e eU}. \quad (2)$$

Приравняв, согласно условию задачи, правые части выражений (1) и (2), получим

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_e eU}};$$

$$\lambda = \frac{6{,}62 \cdot 10^{-34}\ Дж \cdot с}{\sqrt{2 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}\ кг \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ Кл}} = 3{,}88 \cdot 10^{-10}\ м.$$

Пример 2. Найти температуру, при которой средняя энергия молекул двухатомного газа равна энергии фотонов, соответствующей излучению с $\lambda$=500 нм.

Решение. Средняя энергия молекулы

$$\langle \varepsilon_o \rangle = \frac{i}{2} kT, \quad (1)$$

где i - число степеней свободы двухатомной молекулы газа, включающее колебательную степень свободы (i=7); k - постоянная Больцмана (k=1,38·10$^{-23}$Дж/К); T – термодинамическая температура.

Энергия фотона

$$\varepsilon = h\nu = h\frac{c}{\lambda}. \quad (2)$$

Приравняв, согласно условию задачи, правые части выражений (1) и (2), получим:

$$T = \frac{2hc}{ik\lambda} = \frac{2 \cdot 6{,}62 \cdot 10^{-34}\,Дж \cdot с \cdot 3 \cdot 10^{8}\,м/с}{7 \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23}\,Дж/К \cdot 5 \cdot 10^{-7}\,м} = 8224К\ .$$

Пример 3. Найти длину волны де Бройля для электрона, обладающего кинетической энергией T=60 эВ.

Решение. Длина волны де Бройля

$$\lambda = \frac{h}{p}, \tag{1}$$

где p – импульс электрона.

Так как по условию задачи кинетическая энергия электрона 60 эВ, то он является нерелятивистской частицей:

$$T << m_o c^2,$$

где $m_o c^2 = 0{,}512$ МэВ – энергия покоя электрона.

Кинетическая энергия нерелятивистской частицы $T = \dfrac{p^2}{2m_o}$,

где $m_o$ – масса покоя частицы.

Поэтому импульс электрона $p = \sqrt{2m_o T}$. (2)

Подставив выражение (2) в формулу (1), получим искомую длину волны де Бройля:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_0 T}} = \frac{6{,}62 \cdot 10^{-34}\ Дж \cdot с}{\sqrt{2 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}\ кг \cdot 60 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ Дж}} = 1{,}58 \cdot 10^{-10}\ м.$$

Пример 4. Средняя продолжительность жизни атома в возбужденном состоянии $\Delta t$=10 нс. При переходе атома в основное состояние испускается фотон, средняя длина волны которого $\lambda$=500 нм. Используя соотношение неопределенностей, оценить естественную ширину излучаемой спектральной линии.

Решение. Согласно соотношению неопределенностей для энергии и времени

$$\Delta E \Delta t \geq h,$$

где $\Delta E$ - неопределенность энергии данного квантового состояния (ширина энергетического уровня возбужденного состояния); $\Delta t$ - время пребывания системы в этом состоянии (средняя продолжительность жизни атома в возбужденном состоянии). Следовательно, минимальная ширина энергетического уровня E электрона в атоме определяется выражением

$$\Delta E = \frac{h}{\Delta t}. \qquad (1)$$

Энергия фотона связана с длиной волны λ соотношением

$$\varepsilon = \frac{hc}{\lambda}. \qquad (2)$$

Неопределенность энергии фотона, излученного атомом при переходе электрона с энергетического уровня E в основное состояние, равна ширине этого энергетического уровня

$$\Delta\varepsilon = \Delta E. \qquad (3)$$

Учитывая, что $\Delta\varepsilon \ll \varepsilon$, найдем разброс $\Delta\lambda$ длины волны фотона, предварительно дифференцируя выражение (2):

$$\frac{d\varepsilon}{d\lambda} = -\frac{hc}{\lambda^2}; \quad d\lambda = -\frac{\lambda^2}{hc}d\varepsilon;$$

$$\Delta\lambda = \left|-\frac{\lambda^2}{hc}\right|\Delta\varepsilon = \frac{\lambda^2}{hc}\Delta E. \qquad (4)$$

Используя выражение (1), получим искомую естественную ширину спектральной линии

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{c\Delta t} = \frac{25\cdot 10^{-14}\,м^2}{3\cdot 10^8\,м/с\cdot 10^{-8}\,с} = 8{,}33\cdot 10^{-14}\,м.$$

Пример 5. Кинетическая энергия T электрона в атоме водорода составляет величину порядка 10 эВ. Используя соотношение неопределенностей, оценить минимальные линейные размеры атома.

Решение. Неопределенность координаты и импульса электрона связаны соотношением

$$\Delta x \Delta p \ge h, \qquad (1)$$

где $\Delta x$ - неопределенность координаты электрона; $\Delta p$ - неопределенность его импульса.

Из этого соотношения следует, что чем точнее определяется положение частицы в пространстве, тем неопределеннее импульс, а следовательно, и энергия частицы. Диаметр атома равен линейному размеру $\ell$ области пространства, в которой может находиться электрон. Поэтому неопределенность координаты электрона $\Delta x = \frac{\ell}{2}$. Используя соотношение неопределенностей (1), получаем, что

$$\ell \ge \frac{2h}{\Delta p}. \qquad (2)$$

Физически разумная неопределенность импульса $\Delta p$, во всяком случае, не должна превышать значения самого импульса p, т.е.

$$\Delta p \le p.$$

Импульс p электрона связан с его кинетической энергией T соотношением $p = \sqrt{2m_e T}$. Заменим $\Delta p$ значением $\sqrt{2m_e T}$ (такая замена не увеличит $\ell$). Переходя от неравенства (2) к равенству, получим

$$\ell_{\min} = \frac{2h}{\sqrt{2m_e T}}.$$

Произведя вычисления, найдем, что

$$\ell_{\min} = 246 \text{ пм}.$$

Пример 6. Используя условие нормировки вероятностей, определить нормировочный коэффициент A волновой функции $\psi = Ae^{-r/a}$, описывающей основное состояние электрона в атоме водорода, где r - расстояние от электрона до ядра; a - первый боровский радиус.

Решение. Для определения нормировочного коэффициента A заданной волновой функции используем условие нормировки

$$\int_0^\infty |\psi|^2 dv = 1. \qquad (1)$$

В силу сферической симметрии функции $\psi(r)$ элементарным объемом dv, все точки которого удалены на расстояние r от ядра, будет шаровой слой радиусом r и толщиной dr, т.е.

$$dv = 4\pi r^2 dr. \qquad (2)$$

Тогда согласно условию нормировки (1) и с учетом (2)

$$1 = \int_0^\infty |\psi|^2 dv = \int_0^\infty A^2 e^{-2r/a} 4\pi r^2 dr = 4\pi A^2 \int_0^\infty r^2 e^{-2r/a}.$$

Учитывая, что

$$\int_0^\infty r^2 e^{-2r/a} dr = \frac{2!}{\left(\frac{2}{a}\right)^3} = \frac{a^3}{4},$$

получим, что $1 = 4\pi A^2 \frac{a^3}{4}$ или $\pi A^2 a^3 = 1$.

Нормировочный коэффициент равен $A = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}}$.

Пример 7. Сколько различных состояний может иметь электрон с главным квантовым числом n = 3?

Решение. При n=3 орбитальное квантовое число ℓ может принимать значения 0, 1, 2. При ℓ=0 магнитное квантовое число $m_\ell$ может быть только 0, поэтому существуют только два различных состояния, соответствующих магнитному спиновому квантовому числу:

$$m_s = +\frac{1}{2} \text{ и } m_s = -\frac{1}{2}.$$

При ℓ = 1 магнитное квантовое число $m_\ell$ принимает значения 1, 0, -1, что дает три различных состояния. В каждом из них магнитное спиновое квантовое число $m_s$, может быть равным либо $+\frac{1}{2}$, либо $-\frac{1}{2}$. Поэтому при ℓ=1 электрон может находиться в шести различных состояниях.

При ℓ =2 магнитное квантовое число m может принимать значения 2, 1, 0, -1, -2, а так как $m_s$ может быть равным либо $+\frac{1}{2}$, либо $-\frac{1}{2}$, то получается еще 10 разрешенных состояний.

Таким образом, общее число различных состояний, отвечающих n=3, равно

$$N = 2+6+10 = 18.$$

Пример 8. Определить начальную активность, $A_o$ радиоактивного натрия ${}^{24}_{11}Na$ массой m=0,2 мкг, а также его активность A по истечении времени t = 5 ч.

Решение. Начальная активность изотопа

$$A_o = \lambda N_o, \tag{1}$$

где λ - постоянная радиоактивного распада; $N_0$ - количество атомов изотопа в начальный момент (t=0).

Если учесть, что $\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$, то формула (1) примет вид

$$A_o = \frac{mN_A}{MT_{1/2}} \ln 2 = 6{,}53 \cdot 10^{20} \text{ Бк}. \tag{2}$$

Активность изотопа уменьшается со временем по закону

$$A = A_o e^{-\lambda t}. \tag{3}$$

Заменив в формуле (3) постоянную распада λ ее выражением через период полураспада $T_{1/2}$, получим

$$A = A_o e^{-\frac{\ln 2 \cdot t}{T_{1/2}}} = A_o \left(e^{\ln 2}\right)^{-\frac{t}{T_{1/2}}}.$$

Так как $e^{\ln 2}$=2, то окончательно будем иметь

$$A = \frac{A_0}{2^{\frac{t}{T_{1/2}}}} = 5{,}17 \cdot 10^{20}\ \text{Бк}.$$

Пример 9. Определить, какая доля начального количества ядер радиоактивного изотопа останется нераспавшейся по истечении времени t, равного двум средним величинам времени жизни τ радиоактивного ядра.

Решение. Количество нераспавшихся ядер радиоактивного изотопа по истечении времени t

$$N = N_0 e^{-\lambda t}. \qquad (1)$$

Постоянная радиоактивного распада λ связана со средним временем τ жизни радиоактивного элемента

$$\tau = \frac{1}{\lambda}. \qquad (2)$$

Согласно условию $t = 2\tau$ и с учетом (2) получим

$$t = 2\frac{1}{\lambda} = \frac{2}{\lambda}. \qquad (3)$$

Выразив t в формуле (1) через (3), получим

$$N = N_0 e^{-\lambda \frac{2}{\lambda}} = N_0 e^{-2}.$$

Откуда

$$\frac{N}{N_0} = e^{-2} = 0{,}135.$$

Пример 10. Вычислить дефект массы Δm и энергию связи $E_{св}$ ядра ${}^{11}_{5}B$.

Решение. Дефект массы ядра определим по формуле

$$\Delta m = Zm_{{}^1_1H} + (A - Z)m_n - m_a.$$

Подставив в эту формулу величины масс частиц, выраженные в атомных единицах массы, получим

$$\Delta m = 0{,}08186 \text{ а.е.м.}$$

Энергия связи ядра

$$E_{св} = c^2 \Delta m.$$

Подставив в это выражение значения $c^2$ и Δm, получим

$$E_{св} = 931{,}4 \text{ МэВ/а.е.м.} \cdot 0{,}08186 \text{ а.е.м.} = 76{,}2 \text{ МэВ} = 12{,}2 \text{ пДж}.$$

Пример 11. Найти энергию ядерной реакции ${}^{9}_{4}Be+{}^{1}_{1}H \to {}^{4}_{2}He+{}^{6}_{3}Li$, если известно, что кинетическая энергия протона $T_H$ = 5,45 МэВ, ядра гелия $T_{He}$ = 4 МэВ и что ядро гелия вылетело под углом 90° к направлению движения протона. Ядро-мишень ${}^{9}_{4}Be$ неподвижно.

Решение. Энергия ядерной реакции Q есть разность суммы кинетических энергий ядер-продуктов реакции и кинетической энергии налетающего ядра

$$Q = (T_{Li} + T_{He}) - T_H. \quad (1)$$

В этом выражении неизвестна кинетическая энергия $T_{Li}$ лития. Для ее определения воспользуемся законом сохранения импульса

$$p_H = p_{He} + p_{Li}. \quad (2)$$

Векторы импульсов $p_H$ и $p_{He}$ по условию задачи взаимно перпендикулярны и, следовательно, вместе с вектором $p_{Li}$ образуют прямоугольный треугольник.

Поэтому

$$p^2_{Li} = p^2_{He} + p^2_H. \quad (3)$$

Подставим в это равенство импульсы ядер, выраженные через их кинетические энергии. Так как кинетические энергии ядер по условию задачи намного меньше энергий покоя этих ядер, то можно воспользоваться классической формулой

$$p^2 = 2m_o T, \quad (4)$$

где $m_o$ – масса покоя данного ядра.

Заменив в уравнении (3) квадраты импульсов ядер их выражениями (4), после упрощения получим

$$m_{Li}T_{Li} = m_{He}T_{He} + m_H T_H,$$

откуда

$$T_{Li} = \frac{m_{He}T_{He} + m_H T_H}{m_{Li}} = 3{,}58 \text{ МэВ}.$$

Подставив числовые значения физических величин в формулу (1), найдем, что

$$Q = (T_{He} + T_{Li}) - T_H = 2{,}13 \text{ МэВ}.$$

Пример 12. Радиоактивное ядро магния ${}^{23}_{12}Mg$ выбросило позитрон и нейтрино. Определить энергию Q $\beta^+$- распада ядра.

Решение: Реакция $\beta^+$- распада ядра магния записывается следующим образом:

$$ {}^{23}_{12}Mg \to {}^{23}_{11}Na + {}^{0}_{1}e + {}^{0}_{0}\nu .$$

Приняв, что ядро магния было неподвижным (кинетическая энергия ядра магния $T_{Mg}$ =0), и с учетом того, что масса покоя нейтрино равна нулю, составим уравнение энергетического баланса. На основании закона сохранения релятивистской полной энергии имеем

$$c^2 m_{Mg} = c^2 m_{Na} + T_{Na} + c^2 m_e + T_e + T_\nu, \qquad (1)$$

где $m_{Mg}$ и $m_{Na}$ - массы покоя ядер магния и натрия; $m_e$ - масса покоя позитрона; $T_{Na}$, $T_e$, $T_\nu$ - кинетические энергии, соответственно, ядра натрия, позитрона, нейтрино.

Из этого уравнения найдем энергию распада ядра магния

$$Q = T_{Na} + T_e + T_\nu = c^2 (m_{Mg} - m_{Na} - m_e). \qquad (2)$$

Выразим массы покоя ядер магния и натрия через массы нейтральных атомов, учитывая, что массы покоя электрона и позитрона одинаковы:

$$Q = c^2 \left[(m_{Mg} - 12m_e) - (m_{Na} - 11m_e) - m_e\right], \qquad (3)$$

где $m_{Mg}$ и $m_{Na}$ - массы нейтральных атомов магния и натрия; $m_e$ - масса покоя электрона.

После упрощения выражения (3) получаем

$$Q = c^2 (m_{Mg} - m_{Na} - 2m_e). \qquad (4)$$

Сделав подстановку значений масс нейтральных атомов и электрона, выраженных в атомных единицах масс, найдем, что

Q = 3,05 МэВ.

## 7.2. КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №6

### Вариант 1

1. Найти наибольшую и наименьшую длины волн в видимой области спектра излучения атома водорода.
2. Определить длину волны де Бройля для молекулы водорода $(m_{H_2} = 3{,}4 \cdot 10^{-24}$ кг$)$, движущейся со среднеквадратичной скоростью при температуре 300 К.
3. Приняв то, что электрон находится внутри атома диаметром 0,3 нм, найти неопределенность энергии данного электрона (в электрон-вольтах).
4. Какой изотоп образуется из $^8_3\mathrm{Li}$ после одного β-распада и одного α-распада?
5. Вычислить дефект массы, энергию связи ядра и его удельную энергию

связи для элемента $^{232}_{90}Th$ .

6. Масса радиоактивного изотопа натрия $^{25}_{11}Na$ равна $0{,}2 \cdot 10^{-6}$ кг. Период полураспада 62 секунды. Определить начальную активность препарата и его активность через 10 минут.

7. Найти среднюю продолжительность жизни атома радиоактивного изотопа кобальта $^{60}_{27}Co$ .

8. Определить энергию ядерной реакции: $^{9}_{4}Be + ^{1}_{1}p \rightarrow ^{6}_{3}Li + ^{4}_{2}\alpha$ .

Вариант 2

1. Найти импульс и энергию: 1) рентгеновского фотона; 2) электрона. Длина волны и того, и другого равна $10^{-10}$ м.

2. Найти, как изменится длина волны де Бройля электрона в атоме водорода при переходе его с четвертой боровской орбиты на вторую.

3. Найти отношение неопределенностей скорости электрона, если его координата установлена с точностью до $10^{-5}$ м, и пылинки массой $10^{-12}$ кг, если ее координата установлена с такой же точностью.

4. $\Psi$ – функция некоторой частицы имеет вид $\Psi = \dfrac{A}{r} e^{-r/a}$ , где r – расстояние от этой частицы до силового центра; a – некоторая постоянная. Используя условие нормировки вероятностей, найти нормированный коэффициент A.

5. Построить и объяснить диаграмму, иллюстрирующую расщепление энергетических уровней и спектральных линий серий Лаймана и Бальмера (с учетом правил отбора), при переходах между состояниями с орбитальными квантовыми числами $\ell = 2$ и $\ell = 1$ в атоме водорода.

6. Найти энергию связи атома $^{4}_{2}He$ . Масса нейтрального атома гелия равна $6{,}6467 \cdot 10^{-27}$ кг.

7. Найти, во сколько раз начальное количество ядер радиоактивного изотопа уменьшится за три года, если за один год оно уменьшилось в 4 раза.

8. Написать недостающие обозначения x в следующих реакциях:
1) $^{10}B(n, \alpha)x$ ; 2) $^{3}He(x,\ p)^{3}H$ .

Вариант 3

1. При переходе электрона в атоме водорода с четвертой стационарной орбиты на вторую излучаются фотоны зеленой линии водородного спектра. Определить длину волны этой спектральной линии.

2. Линейный ускоритель ускоряет протон до энергии 200 ГэВ. Определить длину волны де Бройля этих протонов.

3. В атоме заполненной электронной оболочке соответствует главное квантовое число n = 4. Найти число электронов, имеющих одинаковые кванто-

вые числа: 1) $m_s = 1/2$;  $\ell = 2$;  2) $m_\ell = -3$.

4. Определить дефект массы и энергию связи ядра изотопа $^{235}_{92}U$.

5. Определить активность препарата радиоактивного стронция $^{90}_{38}Sr$, масса которого $10^{-6}$ кг.

6. Определить тепловой эффект термоядерной реакции: $^2_1H + ^3_1H \rightarrow ^4_2He + ^1_0n$.

7. За какое время произойдет распад $5\cdot10^{-6}$ г радия $^{226}_{88}Ra$, если в начальный момент его масса составляет 0,1 г?

8. Написать недостающее обозначение в реакции: $^{14}N(n,x)^{14}C$.

## Вариант 4

1. Определить частоту вращения электрона, находящегося на первой боровской орбите, и эквивалентный ток.

2. Определить энергию фотона, испускаемого при переходе электрона в атоме водорода с третьей орбиты на первую.

3. Вычислить длину волны де Бройля протона с кинетической энергией, равной $10^{-4}$ МэВ.

4. Записать возможные значения орбитального квантового числа $\ell$ и магнитного квантового числа $m_\ell$ для главного квантового числа n = 4.

5. Вычислить дефект массы и энергию связи ядра изотопа неона $^{20}_{10}Ne$.

6. Определить период полураспада радия, если известно, что 1 г радия выбрасывает $3{,}7\cdot10^{10}$ частиц в секунду.

7. Написать недостающие обозначения в реакции $^{19}F(p,x)^{16}O$.

8. Написать уравнение и вычислить энергию термоядерной реакции:
$^3_2He + ^3_2He \rightarrow ^4_2He + 2x$.

## Вариант 5

1. Найти наибольшую и наименьшую длины волн в первой инфракрасной серии водорода (серии Пашена).

2. Насколько изменилась кинетическая энергия электрона в атоме водорода при излучении атомом фотона с длиной волны 486 нм?

3. Скорость электрона равна $2\cdot10^3$ м/с. Найти длину волны де Бройля электронов.

4. Неточность при измерении координаты электрона, движущегося по прямолинейной траектории, равна $10\,\mathring{A}$. Установить неточность в определении импульса электрона.

5. Найти, сколько различных волновых функций соответствует главному квантовому числу n=3 (без учета спина).

6. Определить дефект массы, энергию связи ядра и его удельную энергию связи для элемента ${}^{132}_{55}\mathrm{Cs}$.

7. Вычислить энергию ядерной реакции: ${}^{9}_{4}\mathrm{Be}+{}^{2}_{1}\mathrm{H}\rightarrow{}^{12}_{5}\mathrm{B}+{}^{1}_{0}\mathrm{n}$.

8. $\pi^0$-мезон распадается в состоянии покоя на два $\gamma$-кванта. Приняв массу покоя этого пиона равной $264{,}1m_e$ ($m_e$ – масса покоя электрона), найти энергию каждого из возникших $\gamma$-квантов.

## Вариант 6

1. При переходе электрона с некоторой орбиты на вторую атом водорода испускает свет с длиной волны $4{,}34\cdot10^{-7}$ м. Определить номер неизвестной орбиты.

2. Кинетическая энергия электрона равна 0,51 МэВ. Какова в этом случае длина волны де Бройля электрона?

3. Воспользовавшись соотношением неопределенностей, оценить размытость энергетического уровня основного состояния атома водорода.

4. Дополнить недостающие обозначения "x" в ядерной реакции:
$${}^{x}_{x}\mathrm{Pu}+{}^{1}_{0}\mathrm{n}\rightarrow{}^{80}_{x}\mathrm{Se}+{}^{157}_{x}\mathrm{Nd}+3{}^{1}_{0}\mathrm{n}.$$

5. При бомбардировке дейтроном ${}^{2}_{1}\mathrm{H}$ ядра бериллия ${}^{9}_{4}\mathrm{Be}$ выбрасывается нейтрон ${}^{1}_{0}\mathrm{n}$. Записать эту ядерную реакцию и найти энергию, выделяющуюся в ее ходе.

6. Определить период полураспада изотопа, если за сутки из $10^6$ атомов распадается $1{,}75\cdot10^5$ атомов.

7. Определить энергию, которая освободится при делении всех ядер, содержащихся в уране-235 массой $10^{-3}$ кг в процессе ядерной реакции:
$${}^{235}_{92}\mathrm{U}+{}^{1}_{0}\mathrm{n}\rightarrow{}^{139}_{56}\mathrm{Ba}+{}^{94}_{36}\mathrm{Kr}+3\cdot{}^{1}_{0}\mathrm{n}.$$

8. Вычислить энергию термоядерной реакции ${}^{2}_{1}\mathrm{H}+{}^{3}_{1}\mathrm{H}={}^{4}_{2}\mathrm{He}+{}^{1}_{0}\mathrm{n}$.

## Вариант 7

1. Определить изменение орбитального момента импульса атома водорода при переходе его из возбужденного состояния в основное с испусканием фотона с длиной волны $\lambda=1{,}02\cdot10^{-7}$ м.

2. Определить напряженность электрического поля ядра на третьей боровской орбите электрона в атоме водорода.

3. Электронный пучок ускоряется в электронно-лучевой трубке разностью потенциалов U=1 кВ. Известно, что неопределенность скорости электрона составляет 0,1% от ее числового значения. Определить неопределенность координаты электрона.

4. Определить длину волны де Бройля электрона, прошедшего ускоряющую разность потенциалов 500 кВ.

5. Вычислить энергию связи и дефект массы ядра изотопа углерода ${}^{12}_{6}C$.

6. Период полураспада радиоактивного актиния ${}^{225}_{89}Ar$ равен 10 суткам. Определить время, за которое распадается 75% начального количества его атомов.

7. Вычислить энергию ядерной реакции: ${}^{4}_{2}He+{}^{27}_{13}Al={}^{30}_{15}P+{}^{1}_{0}n$.

8. Дополнить недостающие обозначения "Y,Z,A" в ядерной реакции:
$${}^{235}_{92}U+{}^{1}_{0}n \to {}^{139}_{54}Xe+{}^{A}_{Z}Y+2\cdot{}^{1}_{0}n.$$

## Вариант 8

1. Определить линейную скорость электрона на второй боровской орбите в однозарядном ионе гелия.

2. Найти длину волны де Бройля, соответствующую электрону с энергией 105 эВ.

3. Длина волны $\lambda$ излучаемого атомом фотона составляет 0,6 мкм. Принимая время жизни электрона в возбужденном состоянии $\Delta t=10^{-8}$ с, определить отношение естественной ширины энергетического уровня, на котором находился электрон, к энергии, излученной атомом.

4. Определить массу изотопа ${}^{14}_{7}N$, если изменение массы нуклонов при образовании ядра ${}^{16}_{7}N$ составляет $0{,}2508\cdot10^{-27}$ кг.

5. Определить энергию связи, приходящуюся на один нуклон в ядре атома кислорода ${}^{16}_{8}O$.

6. Найти число протонов и нейтронов, входящих в состав ядер трех изотопов магния: а) ${}^{24}_{12}Mg$; б) ${}^{25}_{12}Mg$; в) ${}^{26}_{12}Mg$.

7. Какая доля атомов радиоактивного изотопа тория ${}^{234}_{90}Th$, имеющего период полураспада 24,1 дня, распадается за сутки?

8. Вычислить количество энергии, освобождающейся в ходе реакции:
$${}^{7}_{3}Li+{}^{4}_{2}\alpha \to {}^{10}_{5}B+{}^{1}_{0}n.$$

## Вариант 9

1. Атом водорода поглощает фотон, вследствие чего электрон, находящийся на второй боровской орбите, вылетает из атома со скоростью $6\cdot10^{3}$ м/с. Определить частоту фотона.

2. Показать, что длина волны де Бройля электрона укладывается на длине любой боровской орбиты целое число раз.

3. Используя условие нормировки вероятностей, определить нормировочный коэффициент A волновой функции $\Psi = Ae^{-r/a}$, описывающей основное со-

стояние электрона в атоме водорода, где r - расстояние от электрона до ядра; а - первый боровский радиус.

4. Дополнить недостающие обозначения "x,Y,Z,A" в ядерной реакции:

$$^{235}_{92}\mathrm{U} + ^{1}_{0}\mathrm{n} \rightarrow ^{139}_{17}\mathrm{La} + x \cdot + x^{1}_{0}\mathrm{n}.$$

5. Вычислить энергию связи в расчете на один нуклон для изотопа бериллия $^{9}_{4}\mathrm{Be}$.

6. Радиоактивный натрий $^{24}_{11}\mathrm{Na}$ распадается, выбрасывая α-частицы. Период полураспада натрия 14,8 часа. Определить количество атомов натрия, распавшихся в $10^{-6}$ кг данного радиоактивного препарата за 10 часов.

7. Написать уравнение и вычислить энергию ядерной реакции: $^{27}\mathrm{Al}(\alpha,p)X$.

8. Электрон и позитрон, имевшие одинаковые кинетические энергии, равные 0,51 МэВ, при взаимодействии превратились в два одинаковых фотона. Определить энергию каждого фотона и их длины волн.

## Вариант 10

1. Найти длину волны де Бройля атома водорода, движущегося при температуре 293 К с наиболее вероятной скоростью.

2. Определить энергию фотона, испускаемого при переходе электрона в атоме водорода с третьего энергетического уровня на второй.

3. Средняя кинетическая энергия электрона в невозбужденном атоме водорода равна 13,6 эВ. Исходя из соотношения неопределенностей найти наименьшую ошибку, с которой можно вычислить координату электрона в атоме.

4. Вычислить дефект массы, энергию связи ядра и его удельную энергию связи для элемента $^{197}_{79}\mathrm{Au}$.

5. Определить, какая доля радиоактивного препарата $^{90}_{38}\mathrm{Sr}$ распадается в течение 10 лет.

6. При бомбардировке изотопа азота $^{14}_{7}\mathrm{N}$ нейтронами получается изотоп углерода $^{14}_{6}\mathrm{C}$ который оказывается $\beta^-$ -радиоактивным. Написать уравнения обеих реакций.

7. Вычислить энергию ядерной реакции: $^{9}_{4}\mathrm{Be} + ^{4}_{2}\mathrm{He} \rightarrow ^{12}_{6}\mathrm{C} + ^{1}_{0}\mathrm{n}$.

8. Позитрон и электрон аннигилируют, образуя два фотона. Найти энергию каждого из фотонов, считая, что начальные кинетические энергии микрочастиц ничтожно малы. Какова длина волны $\lambda$ этих фотонов?