ИЗМЕРЕНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН

Курс физики составляет основу теоретической и экспериментальной подготовки инженера любого профиля, без которой невозможна его успешная деятельность. Одна из задач, которая ставится перед будущими инженерами,- это овладение приемами и методами постановки физического эксперимента и обработка полученных результатов. Численные значения могут быть использованы лишь в том случае, если они достоверны. Ясно, однако, что любая величина может быть измерена лишь с некоторой, определяемой разными факторами.

Ошибка измерения данной физической величины Δx представляет собой модуль разности между результатом измерения x и истинным значением A измеряемой величины, т.е. $\Delta x = |x - A|$.

Истинное значение A физической величины, т.е. абсолютное ее значение, невозможно получить. Следовательно, неизвестна ошибка ее измерения Δx.

Поэтому основной задачей математической обработки результатов измерений является нахождение числового интервала, в котором может находиться истинное значение A измеряемой физической величины с определенной вероятностью.

1. КЛАССИФИКАЦИЯ ОШИБОК ИЗМЕРЕНИЯ

К основным видам ошибок относятся: случайные, систематические и грубые.

Систематические ошибки (θ) – это ошибки, вызванные факторами, действующие одинаковым образом при многократном повторении одних и тех же измерений. Систематические ошибки являются следствием как постоянных, так и случайных факторов, действующих внутри измерительной системы (прибора). Эти факторы обусловлены методом измерения физической величины и конструкцией прибора. Постоянными факторами могут быть: изогнутая стрелка прибора, смещение «нуля» прибора, силы трения и т.п. Внутри прибора случайными факторами являются изменения температуры, давления, влажности, электрических и магнитных полей, а также вибрация.

При неизменных внешних условиях процесса измерения систематическая ошибка остается постоянной величиной. Эта ошибка определяется до проведения измерений. Оценкой систематической ошибки служит доверительная граница систематической погрешности измерительного прибора – θ.

Случайные ошибки (ε) обусловлены различием значений физической величины при многократных ее измерениях. Они предопределены случайными факторами, действующими вне измерительного прибора на объект измерения и измерительный прибор. Эти факторы всегда присутствуют в эксперименте и возникают вследствие самых различных причин: изменения температуры, давления, влажности, электрических и магнитных полей, напряжения в сети, вибрации, и т.д., действие которых заранее не может быть учтено и устранено. К случайным факторам следует отнести все те факторы, природа которых для нас не известна или неясна. Только после проведения серии измерений определяется случайная ошибка. Увеличивая число измерений и используя формулы теории ошибок, основанные на теории вероятности, можно минимизировать случайную ошибку. Оценкой случайной ошибки служит доверительная граница случайной погрешности измерений – ε.

Грубые ошибки или промахи являются результатом нарушения условий измерений, неисправности прибора, недосмотра экспериментатора или неправильно выбранной методики измерений. Внешним признаком грубой ошибки является резкое отличие значения физической величины от ее значений, полученных в предыдущих измерениях. В случае появления такого отличия необходимо проверить все условия измерений. При обнаружении факторов, обуславливающих появление грубой ошибки, результат этого измерения аннулируется. Следует указать на то, что значительное отклонение измеренной физической величины от ее среднего значения может быть обусловлено действием случайных факторов.

Таким образом, после проведения измерений учитываются только систематические ошибки и случайные.

2. ВЕРОЯТНОСТЬ СОБЫТИЯ

Под событием B понимается всякое происходящее явление. Например, попадание в цель при выстреле. Событие называется достоверным, если оно должно произойти непременно, и, наоборот, событие называется невозможным, если оно заведомо не наступит.

Допустим, имеется возможность неограниченного повторения испытаний, в каждом из которых при сохранении неизменных условий отмечается появление или непоявление события B. Например, из 10 выстрелов (n) 7 выстрелов (Δn) попали в цель. Отношение $\frac{\Delta n}{n}$ принято называть частотой события B, т.е.

$$P(B) = \lim_{n\to\infty}\frac{\Delta n}{n} = 0{,}7. \qquad (1)$$

Из выражения (1) видно, что вероятность достоверного события $P(B)=1$ при $\Delta n=n$, а невозможного $P(B)=0$ при $\Delta n=0$. Таким образом, $0<P(B)<1$ при $0<\Delta n<n$.

3. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ СЛУЧАЙНЫХ ОШИБОК ИЗМЕРЕНИЯ. ДОВЕРИТЕЛЬНЫЙ ИНТЕРВАЛ И ДОВЕРИТЕЛЬНАЯ ВЕРОЯТНОСТЬ

При неоднократном измерении одной и той же величины x результаты отдельных измерений $x_1, x_2 \ldots x_n$ будут неодинаковы из-за наличия случайных ошибок.

В курсе математической статистики доказывается, что наилучшей оценкой истинного значения A измеряемой величины x является ее среднее арифметическое значение:

$$\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i \,. \qquad (2)$$

Ошибка нам тоже неизвестна. Поэтому имеется какая-то вероятность того, что истинное значение A лежит в некоторых пределах вблизи $\overline{x}$. Важно найти эти пределы или интервал, в пределах которого с заданной вероятностью обнаружится значение определяемой величины A. Для этого выбирают некоторую вероятность α, близкую к 1, и определяют для нее интервал от $\overline{x}-\Delta x$ до $\overline{x}+\Delta x$, в котором бы находилось значение определяемой величины. Этот интервал называется доверительным интервалом, а вероятность α - доверительной вероятностью. Δx - доверительная граница общей погрешности измерений.

Поясним смысл терминов: Δx – доверительная граница общей погрешности (она может быть оценена как абсолютная ошибка) и доверительная вероятность α. Для этого используем числовую ось.

Пусть среднее значение измеряемой величины – $\overline{x}$ (рис.1).

Отложим Δx от $\overline{x}$ справа и слева. Полученный числовой интервал от $\overline{x}-\Delta x$ до $\overline{x}+\Delta x$ называется доверительным интервалом.

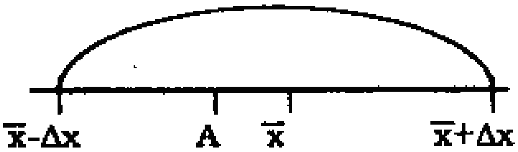

Рис.1

Результаты ряда измерений можно наглядно представить в виде диаграммы, которая показывает, как часто получаются те или иные значения. Такая диаграмма называется гистограммой.

Чтобы построить гистограмму, надо весь диапазон измеренных значений от x_{min} до x_{max} разбить на равные интервалы и подсчитать относительную частоту $\Delta n/n$ попаданий результатов измерения в каждый интервал (n

– число всех измерений, Δn – число измерений, попадающих в данный интервал.), рис.2.

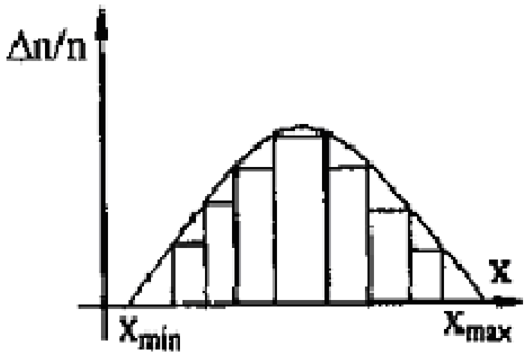

Рис. 2

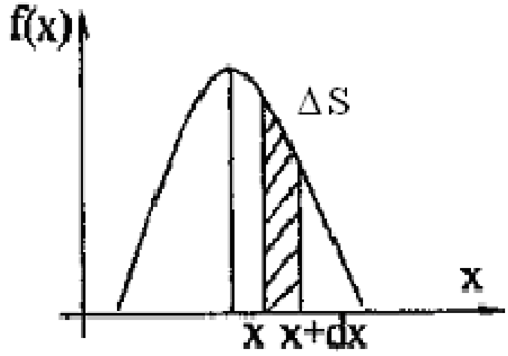

Рис. 3

Если увеличить число измерений, ступенчатая кривая будет приближаться к гладкой кривой, которая называется кривой распределения случайной величины x_i. Величина $f(x)$, пропорциональна доле числа отсчетов $\Delta n/n$, попадающей в каждый интервал. Она называется плотностью вероятности.

Смысл плотности вероятности заключается в том, что произведение $f(x)dx$ дает долю полного числа отсчетов n, приходящуюся на интервал от x до $x+dx$ или, иначе говоря, вероятность того, что результат любого отдельного измерения x_i будет иметь значение, лежащее в указанном интервале. Эта вероятность численно равна площади заштрихованной криволинейной трапеции ΔS.

Вся площадь под кривой распределения определяется как произведение вероятности попадания измеренного значения на всю числовую ось x и равна 1, т.е.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} P(x)dx = 1.$$

где $P(x)$ – функция распределения случайной величины x.

Математически закон распределения случайной величины x выражается законом Гаусса (нормальный закон распределения) и имеет вид

$$f(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-A)^2}{2\sigma^2}} \qquad (3)$$

где $f(x)$ – функция плотности вероятности; σ^2 – дисперсия; e – основание натурального логарифма; x – результат очередного измерения; A – "истинное значение" измеряемой величины.

Дисперсия $\sigma^2 = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} (x - \bar{x})^2 f(x)dx$, где $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$. Поскольку дисперсия имеет размерность квадрата случайной величины, а это не всегда удобно, то вводится средняя квадратичная ошибка σ, которая представляет собой положительный квадратный корень из дисперсии:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}.$$

Если средняя квадратичная ошибка σ неизвестна, то вместо нее используют величину $S(\bar{x})$ - среднее квадратичное отклонение среднего результата.

$$S(\bar{x}) = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)}\left[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + (x_3 - \bar{x})^2 + \ldots (x_n - \bar{x})^2\right]} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}. \quad (4)$$

Как видно из выражения (3), функция плотности вероятности для распределения Гаусса является функцией двух параметров – A и σ. Распределение Гаусса симметрично относительно A (или $\bar{x}$), его ширина пропорциональна σ (рис.4). Чем точнее измерения, тем плотнее вблизи среднего значения лежат результаты отдельных измерений, т.е. величина σ меньше. С уменьшением σ фигура, образуемая кривой распределения, сужается и вытягивается вверх. При этом площади под кривыми распределения будут равны между собой, т.к. вероятность попадания случайной величины на всю числовую ось равна 1. С увеличением числа измерений $S(\bar{x})$ стремится к средней квадратичной ошибке $\sigma = \lim\limits_{x\to\infty} S(\bar{x})$.

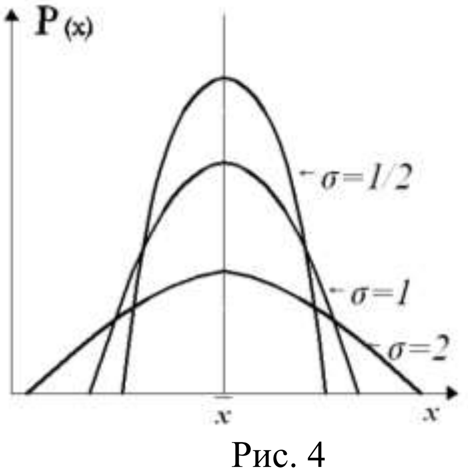

Рис. 4

Следовательно, $S(\bar{x})$ является приближенным значением средней квадратичной ошибки σ, т.е. ее оценкой, которая тем ближе к σ, чем больше число измерений. Из формулы (4) видно, что с увеличением числа измерений средняя квадратичная ошибка изменяется обратно пропорционально корню квадратному из числа измерений. Однако в действительности существует предел уменьшения средней квадратичной ошибки за счет увеличения числа измерений. Существование этого предела обусловлено наличием систематических ошибок, которые в действительности всегда существуют и не изменяются при увеличении числа измерений. Поэтому обычно производят небольшое (5-6) число измерений.

Задаваясь определенной доверительной вероятностью α, мы можем определить отношение доверительной границы случайной погрешности ε к среднему квадратичному отклонению $S(\bar{x})$, т.е. найти

$$\frac{\varepsilon}{S(\bar{x})} = t_\alpha(n). \qquad (5)$$

Отношение $t_\alpha(n)$ называется коэффициентом Стьюдента, который не зависит от среднего квадратичного отклонения, а зависит лишь от выбора доверительной вероятности и числа измерений n. Это позволило Стьюденту составить таблицу значений коэффициентов (Таблица 1).

4. РАСЧЕТ СЛУЧАЙНОЙ, СИСТЕМАТИЧЕСКОЙ И ОБЩЕЙ (АБСОЛЮТНОЙ) ОШИБОК ПРЯМЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Используя таблицу результата измерений величины A, мы можем определить доверительную границу случайной погрешности (ε) по формуле (6).

$$\varepsilon = t_\alpha(n) S(\bar{x}) = t_\alpha(n)\sqrt{\frac{1}{n(n-1)}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}\ , \qquad (6)$$

где x_i – $i^й$ результат измерения величины A; $\bar{x}$ – средний арифметический результат измерения; n – число измерений.

Таблица 1

n	α=0,683%	α=0,95%	α=0,99%	α=0,9973%
3	1,32	4,70	9,9	19,2
4	1,20	3,18	5,8	9,2
5	1,15	2,78	4,6	6,6
6	1,11	2,57	4,0	5,5
7	1,09	2,45	3,7	4,9
8	1,08	2,37	3,5	4,5
9	1,07	2,31	3,4	4,3
10	1,06	2,26	3,2	4,1
11	1,05	2,23	3,1	4,0
15	1,03	2,13	3,0	3,6
20	1,03	2,09	2,9	3,4
30	1,02	2,04	2,8	3,3
50	1,01	2,01	2,7	3,2
100	1,00	1,98	2,6	3,1
200	1,00	1,97	2,6	3,0
∞	1,00	1,96	2,58	3,0

Для определения доверительной границы систематической погрешности (θ) в паспорте каждого измерительного прибора указывается предел допускаемой погрешности средства измерения δ. Он может быть рассчитан и по формуле

$$\delta = \frac{\Delta \cdot X_N}{100}, \tag{7}$$

где Δ – класс точности измерительного устройства (обычно указывается на шкале прибора); X_N - нормирующее значение (конечное значение рабочей шкалы).

Зная коэффициент Стьюдента $t_\alpha(\infty)$ и предел допускаемой погрешности средства измерения δ, можно рассчитать доверительную границу систематической погрешности по формуле

$$\theta = t_\alpha(\infty)\frac{\delta}{3} = t_\alpha(\infty)\frac{\Delta \cdot X_N}{300}. \tag{8}$$

Если при измерениях случайная и систематическая ошибки одного порядки, то необходимо учитывать обе - погрешности. Тогда доверительная граница общей погрешности (или ее называют абсолютной ошибкой) измерения определяется по формуле

$$\Delta x = \sqrt{\varepsilon^2 + \theta^2}$$

или

$$\Delta x = \sqrt{\left[t_\alpha \sqrt{\frac{1}{n(n-1)}\sum (x_i - \bar{x})^2}\right]^2 + \left[t_{\alpha(\infty)}\frac{\Delta \cdot X_N}{300}\right]^2}. \tag{9}$$

В случае, если θ < 0,8 $S(\bar{x})$, то пренебрегаем систематической ошибкой, и тогда абсолютная ошибка рассчитывается по формуле

$$\Delta x = \varepsilon = t_\alpha(n) \cdot \sqrt{\frac{1}{n(n-1)}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}. \tag{10}$$

В случае, если θ > 0,8 $S(\bar{x})$, то пренебрегают случайной ошибкой, и тогда абсолютная ошибка рассчитывается по формуле

$$\Delta x = \theta = t_\alpha(\infty)\frac{\Delta \cdot X_N}{300}. \tag{11}$$

Окончательный результат записывается в виде $A = (\bar{x} \pm \Delta x)$, α = (значение α выбирается экспериментатором).

Числовое значение результата измерения должно заканчиваться цифрой того же разряда, что и значение ошибки.

Единицу измерения и выбранную доверительную вероятность α пишут после скобок, в которые заключают доверительный интервал, например: Н=(14,82+0,03) мм, α =0,95.

Если случайные ошибки окажутся меньше ошибки, обусловленной конструкцией прибора, то нет необходимости производить измерения многократно. При этом ошибку принимают равной половине цены наименьшего деления шкалы прибора. Такой же принимается ошибка при однократных измерениях.

5. ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ КОСВЕННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

При косвенных измерениях физическую величину вычисляют по результатам прямых измерений других величин, с которыми она связана функциональной зависимостью, выражающей физическую закономерность. Например, измерение плотности вещества является косвенным, т.к. ее вычисляют по результатам измерения массы и объёма тела. Пусть искомая физическая величина y связана с другими величинами $x_1,$ x_2, ... x_n некоторой функциональной зависимостью.

$$y = f(x_1\ x_2,\ \dots\ x_n),$$

где $x_1,$ x_2, ... x_n - величины, полученные при прямых измерениях, и табличные данные.

Требуется определить абсолютную Δy и относительную $\gamma = \dfrac{\Delta y}{y}$ ошибки величины y.

В теории погрешностей доказывается, что абсолютная ошибка (доверительная граница погрешности) косвенного измерения Δy рассчитывается по формуле

$$\Delta y = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\Delta x_1\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\Delta x_2\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n}\Delta x_n\right)^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial f}{\partial x}\Delta x_i\right)^2}\ , \qquad (12)$$

где $\dfrac{\partial f}{\partial x}$ – частная производная функции $y = f(x)$; Δx_i – абсолютная ошибка прямого измерения.

Абсолютные ошибки Δx_1, Δx_2... определяются для одного и того же значения надежности P с использованием коэффициентов Стьюдента. Расчет Δx производится по формуле (9). Среднее значение измеряемой величины рассчитывается по формуле (2).

Относительную ошибку косвенных измерений рассчитывают по формуле

$$\gamma = \frac{\Delta y}{y} = \frac{1}{y}\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial f}{\partial x}\Delta x_i\right)^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial f}{\partial x_i \bar{y}}\Delta x_i\right)^2}\ . \tag{13}$$

В большинстве случаев проще сначала вычислить относительную ошибку, а затем по формуле

$$\Delta y = \gamma \bar{y} \tag{14}$$

вычислить абсолютную ошибку.

Таким образом, при обработке результатов косвенных измерений:

1. Если искомая физическая величина y представляет собой сумму или разность физических величин, измеряемых непосредственно, то проще сначала найти абсолютную ошибку. Она находится по формуле

$$\Delta y = \sqrt{(\Delta x_1)^2 + (\Delta x_2)^2 + ... + (\Delta x_n)^2}\ . \tag{15}$$

2. Если искомая физическая величина y представляет собой произведение или частное, то легче сначала найти относительную ошибку, которая может быть рассчитана по формуле (13), а затем найти абсолютную по формуле (14).

3. Если в формулу для искомой величины входят такие величины, которые не измеряются в данном эксперименте и известны с достаточно большой точностью (например, π, g и т.д.), то их значения следует выбирать таким образом, чтобы относительной погрешностью этих величин можно было пренебречь по сравнению с другими погрешностями. Для этого их относительная погрешность должна быть на порядок (в 10 раз) меньше наибольшей относительной погрешности физических величин, измеряемых непосредственно.

Если табличные или экспериментальные данные приводятся без указания погрешности, то абсолютную ошибку принимают равной половине порядка последней значащей цифры. Например: $\pi=3{,}14$, $\Delta\pi=0{,}005$.

При обработке результатов измерений необходимо проделать следующее:

1. Провести измерения n раз (обычно 5).
2. Вычислить среднее арифметическое значение по формуле (2).
3. Задать доверительную вероятность α (обычно берут =0,95).
4. По таблице найти коэффициент Стьюдента, соответствующий заданной доверительной вероятности α и числу измерений n.

5. Вычислить случайную и систематическую ошибки по формулам (6), (8) и сравнить их. При дальнейших вычислениях берется абсолютная ошибка, как сумма случайной и систематической, или большая из них (формулы 9,10,11).

6. По формуле (13) вычислить относительную ошибку.

7. Если физическая величина определяется косвенно, то:

а) для формул, где искомая величина представляет сумму или разность физических величин, сначала находится абсолютная ошибка по формуле (15), а затем относительная по формуле (14);

б) для формул, где искомая величина представляет произведение или частное, сначала находится относительная ошибка по формуле (13), а затем абсолютная по формуле (14).

8. Записать окончательный результат.

$$y = \bar{y} \pm \Delta y, \qquad \frac{\Delta y}{y} = \ldots.., \qquad \alpha = \ldots..$$

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №2

ПРОВЕРКА ОСНОВНОГО ЗАКОНА ДИНАМИКИ ПОСТУПАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ НА МАШИНЕ АТВУДА

Цель работы: изучение основного закона динамики поступательного движения падающего груза.

Приборы и принадлежности: машина Атвуда, набор грузов и перегрузов.

Теоретические сведения

При движении тела любая его точка описывает в пространстве линию, называемую траекторией. Если траектории всех точек тела представляют прямую, то движение называется прямолинейным. Если модуль (величина) скорости тела с течением времени увеличивается или уменьшается, то движение называется, соответственно, ускоренным или замедленным. Всякое ускорение есть результат действия силы на движущееся тело со стороны других тел.

Основной закон динамики поступательного движения (второй закон Ньютона) выражается следующим соотношением

$$\vec{F}_p = m\vec{a},$$

где $\vec{a}$ – ускорение, приобретаемое телом под действием силы; m – масса движущегося тела; $\vec{F}_p$ – вектор результирующей всех внешних сил, действующих на тело. Вектор результирующей силы определяется как

$$\vec{F}_p = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i,$$

где $\vec{F}_i$ – вектор отдельных внешних сил, действующих на тело.

Законы Ньютона экспериментально достаточно точно проверить нельзя, т. к. трудно учесть действия всех сил. Однако следствия, вытекающие из этих законов, проверить можно. Установив проверкой правильность следствия, можно утверждать справедливость законов Ньютона.

Если величины результирующих сил, действующих на одно и то же тело различны, то ускорения, приобретаемые телами под действием этих сил, также будут разными. Вследствие этого отношения величин равнодействующей силы к вызываемых их ускорений соответственно равны

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{F_1}{F_2}. \qquad (1)$$

Данное выражение является следствием II закона Ньютона.

Выполнение соотношение (1) можно экспериментально проверить.

Рассмотрим движение двух грузов, подвешенных на нити, которая перекинута через неподвижный блок (рис. 1).

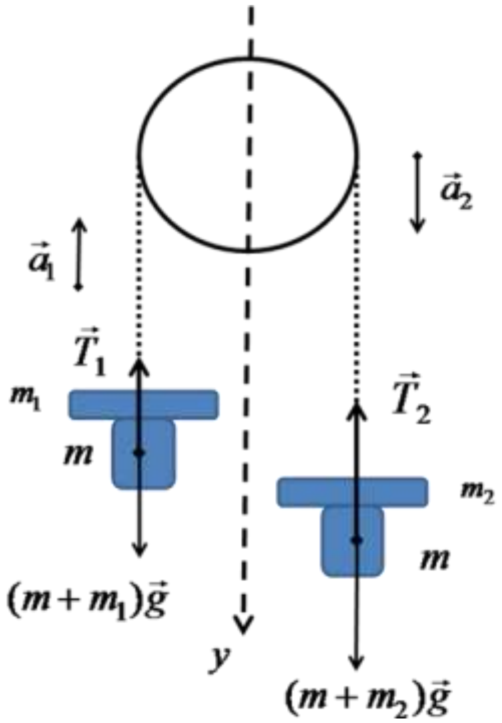

Рис. 1

Совместим начало системы координат с осью блока и направим ось y вертикально вниз. Обозначим массы грузов m, а массы левого и правого перегрузов – соответственно через m_1 и m_2. Предположим, что блок и нить невесомы, нить нерастяжима, сила трения мала.

Пусть в первом случае масса перегруза m_1 находится в левой стороне машины Атвуда, а масса перегруза m_2 – на правой части. Тогда равнодействующая сила, обуславливающая движение грузов и перегрузов, при этом будет равна разности сил тяжести правого и левого перегрузов

$$F_1 = P_2 - P_1 = (m_2 - m_1)g .$$

Если переложим перегруз m_1 с левой стороны на перегруз m_2 на правую сторону нити, то замкнутость системы не нарушится (масса движущейся системы не меняется), но ускорение движения системы увеличится. Равнодействующая сила в этом случае будет равна сумме сил тяжести правого и левого перегрузов

$$F_2 = P_2 + P_1 = (m_2 + m_1)g .$$

Тогда отношение сил определяет выражение

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} = X . \qquad (2)$$

Так как равнодействующие силы F_1 и F_2 в обоих случаях отличны от нуля, движение системы равноускоренное. Учтем, что в каждом случае система грузов проходят равные пути и имеет каждый раз нулевую начальную скорость. Используя формулу пути равноускоренного движения с нулевой начальной скоростью

$$S = h = \frac{at^2}{2} ,$$

получим, что отношение ускорений равно обратному отношению квадратов соответствующих времен:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{\bar{t}_2^2}{\bar{t}_1^2} = Y\,. \tag{3}$$

Таким образом, определение равенства отношения сил (X) и ускорений (Y), возможно экспериментально подтвердить выполнение следствие (1), полученного из закона Ньютона.

Описание установки

Схема экспериментальной установки на основе машины Атвуда (рис. 2, *а*) приведена на рис. 2, *б*.

Машина Атвуда (рис. 2, *б*) состоит из вертикального штатива 1, на который крепится легкий блок 2, через который перекинута нить 3 с грузом 4 массой m. Масса этого груза может быть увеличена добавочными небольшими перегрузами 5 массами m_1 и m_2. Левый груз с перегрузом при выполнении работы необходимо опускать вниз, чтобы поднять правый груз с перегрузом на определенную высоту. В нижней части штатива установлен приемный столик 6, кронштейн 7 с закрепленным фотодатчиком 8. На корпусе кронштейна имеется риска, совпадающая с оптической осью фотодатчика. В момент удара груза по чашечке приемного столика 6 происходит пересечение движущегося груза оптической оси фотодатчика. Вследствие этого разрывается цепь счетчик – секундомера и прекращается отсчет времени.

На вертикальном штативе укреплена линейка 9 с сантиметровыми делениями, по которой определяют начальное и конечное положения грузов. Начальное положение определяют по нижнему срезу груза m, а конечное – по риске на корпусе кронштейна, где укреплен фотодатчик (8).

Секундомер 10 представляет собой прибор с цифровой индикацией времени. При нажатии кнопки «Пуск» секундомера происходит расторможение электромагнита и груз массой m с перегрузами m_1 и m_2 придет в движение и начинается отсчет времени. Регулировочные опоры 11 используют для регулировки положения экспериментальной установки на лабораторном столе.

Рис.2, *а*

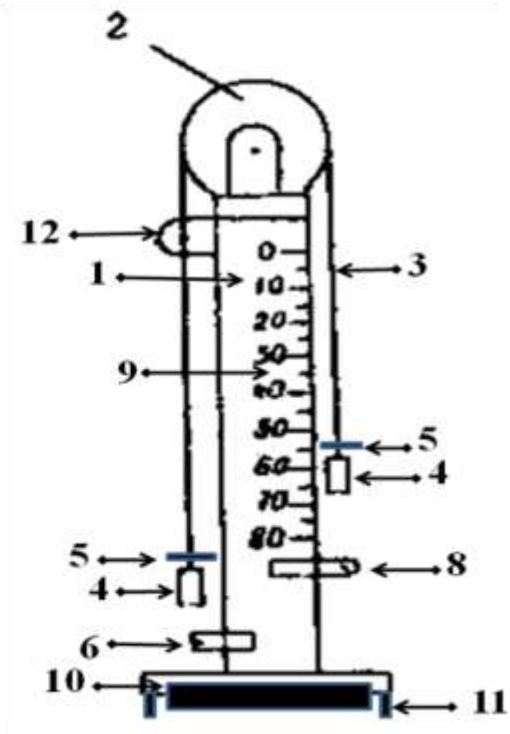

Рис.2, *б*

Перед проведением опытов прибор следует установить в строго вертикальное положение с помощью ножек - винтов опоры.

При движении системы грузов кроме равнодействующей силы, обуславливающей движение грузов и перегрузов, в узле блока возникает сила трения и крутящийся момент, пренебречь которыми нельзя, т. к. по величине они сравнимы с теми силами, которые приводят в движение систему. Поэтому перед началом работы сила трения должна быть скомпенсирована. Это условие выполняется, если оба груза, подвешенные на нити через блок, самопроизвольно не приходят в движение и во время подталкивания одного из них, они будут двигаться равномерно с той же скоростью, которую им сообщили. При этом если масса блока невелика по сравнению с массами падающих грузов, и трение мало, то раскручивание блока не требует приложения к нему крутящего момента и силы натяжения нити по обе стороны блока равны друг другу.

В настоящей работе предполагается по результатам опытов определить отношение сил по формуле (2) и отношение ускорений по формуле (3). Затем сравнив результаты с допущенными погрешностями при их измерении, проверить справедливость следствия II закона Ньютона $\frac{a_1}{a_2} = \frac{F_1}{F_2}$.

Порядок выполнения работы

1. Перекинуть через блок нить с двумя грузами и привести систему в положение равновесия.

2. Положить на левый и правый грузы соответственно перегрузы m_1 и m_2 Масса перегруза m_1 должна быть меньше массы m_2. Записать массы перегрузов в табл.1.

3. Установить правый перегруз в правом верхнем положении так, чтобы высота h его падения составляла не менее 5 см.

4. Включить секундомер нажатием кнопки «Сеть». Нажать на кнопку «Пуск» блока секундомера. Груз с перегрузом начнет опускаться и пойдет отсчет времени. Дождаться окончания отсчета времени t_1 секундомера и записать в табл.1.

5. Перед началом следующего опыта нажать на кнопку «Сброс», обнулив показание секундомера, и возвратить правый груз с перегрузом на прежнее верхнее положение.

6. Пятикратно повторить измерение времени падения перегруза t_1 по п.п. 3-5 при неизменной геометрии эксперимента. Измерения записать в табл.1.

Таблица 1

№	m_1, г	m_2, г	t_1, с	$t_{1i}-\bar{t}_1$	$(t_{1i}-\bar{t}_1)^2$	t_2, с	$t_{2i}-\bar{t}_2$	$(t_{2i}-\bar{t}_2)^2$
			$\bar{t}_1$		$\sum (t_{1i}-\bar{t}_1)^2$	$\bar{t}_2$		$\sum (t_{2i}-\bar{t}_2)^2$

8. Переложить перегруз m_1 с левого груза на правый (на правом грузе находятся оба перегруза m_1 и m_2).

9. Пятикратно повторить измерение времени t_2 падения перегруза по п.п. 3-5 при той же высоте, что и в предыдущих опытах. Измерения записать в табл.1.

10. Рассчитать средние значения времен и квадраты разностей времен (по модулю) падения грузов с перегрузами и записать в табл.1.

11. Вычислить отношения сил (X) и ускорений (Y) по формулам (2) и (3) соответственно.

12. Вычислить границы общих погрешностей для X и Y по формулам

$$\Delta X = \gamma_x \cdot X, \qquad \text{где } \gamma_x = \frac{\Delta X}{X} = \frac{2\Delta m}{(m_2^2 - m_1^2)} \sqrt{(m_1^2 + m_2^2)},$$

$$\Delta Y = \gamma_Y \cdot Y, \qquad \text{где } \gamma_Y = \frac{\Delta Y}{Y} = 2\sqrt{(\frac{\Delta t_1}{\overline{t_1}})^2 + (\frac{\Delta t_2}{\overline{t_2}})^2},$$

где Δm - абсолютная ошибка измерения массы, за которую принять систематическую ошибку для измерения массы; Δt - абсолютная ошибка измерения времени, за которую принять случайную и систематическую ошибки для измерения времени.

13. Проверить выполнения неравенства

$$|X - Y| \leq \sqrt{(\Delta X)^2 + (\Delta Y)^2}. \tag{4}$$

14. Записать выводы по результатам расчетов. Если неравенство (4) выполняется, то соотношение (1) справедливо. Если неравенство не выполняется, то проанализируйте ошибки, допущенные в ходе выполнения работы.

Контрольные вопросы

1. Что называется средней и мгновенной скоростями? Как определяется их направление?
2. Что называется массой и весом тела? Какой смысл вкладывается в понятие силы?
3. Сформулировать законы Ньютона. Какова зависимость между этими законами? В каких случаях они справедливы?
4. Подсчитать силу натяжения нити, на которой подвешен груз, при равноускоренном и равнозамедленном движении груза вверх и вниз.
5. Какое следствие второго закона Ньютона проверяется в этой работе?
6. Почему перегруз m_1 перекладывают с одной стороны на другую, а не вносят извне?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №2

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОДВИЖУЩЕЙ СИЛЫ ИСТОЧНИКА ТОКА МЕТОДОМ КОМПЕНСАЦИИ

Цель работы: изучить компенсационный метод измерения ЭДС источника тока. Измерить ЭДС.

Приборы и оборудование: установка для измерения ЭДС источника тока методом компенсации или лабораторный стенд.

Теоретические сведения

Электрическим током называется направленное движение электрических зарядов. Электрический ток принято характеризовать силой тока - скалярной величиной, равной заряду, проходящему через поперечное сечение проводника за единицу времени. Единица силы тока - ампер (А):

$$I = \frac{q}{dt} \tag{1}$$

Если за любые равные промежутки времени через поперечное сечение проводника проходит одинаковое количество электричества, то такой ток называется постоянным.

За направление тока принимается направление движения положительных зарядов.

Физическая величина, определяемая силой тока, проходящего через единицу площади поперечного сечения проводника, перпендикулярного направлению тока, называется его плотностью:

$$J = \frac{I}{S} \tag{2}$$

Плотность тока - вектор. Направление вектора $\vec{j}$ совпадает с направлением упорядоченного движения положительных зарядов.

В 1826 г. Г.С.Ом экспериментально установил, что сила тока в однородном проводнике прямо пропорциональна напряжению на его концах и обратно пропорциональна сопротивлению проводника:

$$I = \frac{U}{R} \tag{3}$$

где U - напряжение на концах проводника; R - сопротивление проводника.

Сопротивление зависит от материала, из которого изготовлен проводник, его линейных размеров и формы :

$$R = \rho \frac{\ell}{S}, \qquad (4)$$

где U - удельное электрическое сопротивление; *l* - длина проводника; S - площадь сечения. При этом ρ - коэффициент пропорциональности, характеризующий материал проводника. За его единицу в системе СИ принимается сопротивление провода длиной 1м и площадью сечения 1 м^2. Единица удельного электрического сопротивления - ом; - метр (Ом-м). 1 Ом·м - это удельное электрическое сопротивление проводника, имеющего электрическое сопротивление 1Ом при длине 1м и площади поперечного сечения 1м^2.

Опыт показывает, что зависимость удельного сопротивления (а следовательно, и сопротивления) и температуры описывается линейным законом

$$p_t = p_0(1 + \alpha t°);$$

$$R_t = R_0(1 + \alpha t°), \qquad (5)$$

где ρ_t и ρ_o, R_t и R_o - соответственно удельные электрические сопротивления и сопротивления проводника при температурах t°С и 0°С; α - температурный коэффициент сопротивления.

При температурах, близких абсолютному нулю (-273°С), сопротивление, многих проводников также стремится к нулю, т.е. проводник переходит в сверхпроводящее состояние.

Если в выражение (3) подставить (4) и учесть, что

$$\frac{U}{\ell} = E \qquad (6)$$

где Е - напряженность поля внутри проводника, получим закон Ома в дифференциальной форме:

$$\frac{I}{S} = \frac{1}{\rho} E \qquad (7)$$

где $\frac{1}{\rho}$ - удельная электрическая проводимость материала проводника (γ).

Единица ее измерения - сименс на метр (См/м). Учитывая, что $\frac{U}{\ell}$ - напряженность электрического поля в проводнике (Е), а $\frac{1}{S}$ плотность тока (j), то

$$j = \gamma E. \qquad (8)$$

Так как носители заряда в каждой точке движутся в направлении вектора $\vec{E}$, то направления $\vec{j}$ и $\vec{E}$ совпадают. Поэтому формулу j = γE можно записать в векторном виде:

$$\vec{j} = \gamma\vec{E} \tag{8}$$

Это выражение закона Ома в дифференциальной форме.

Для того чтобы поддержать ток в проводнике достаточно длительное время, нужно от конца проводника с меньшим потенциалом (носители заряда считаем положительными) непрерывно отводить приносимые заряды, а к концу с бóльшим потенциалом непрерывно их подводить, т.е. необходимо установить круговорот зарядов, при котором они двигались бы по замкнутой траектории.

В замкнутой цепи имеются участки, на которых заряды движутся в сторону возрастания потенциала, т.е. против электростатического поля. Перемещение зарядов на них возможно лишь с помощью сил неэлектростатического происхождения, называемых сторонними. Таким образом, для поддержания тока необходимы сторонние силы, действующие либо по всей цепи, либо на отдельных участках. Они могут быть обусловлены химическими, диффузионными процессами, переменными магнитными полями и т.д.

Основной характеристикой сторонних сил является их электродвижущая сила, ЭДС, т.е. физическая величина, численно равная работе сторонних сил по перемещению единичного заряда. Из определения ЭДС следует, что

$$\varepsilon = \frac{A_{\text{ст.сил}}}{q} = \frac{\int F_{\text{ст.сил}}\, d\ell}{q} = \int E_{\text{ст.сил}}\, d\ell \tag{9}$$

где $E_{\text{ст.сил}} = \frac{E_{\text{ст.сил}}}{q}$ - напряженность поля сторонних сил.

Из формулы (9) видно, что размерность ε совпадает с размерностью потенциала и измеряется в системе СИ в вольтах (В).

Если источник тока замкнуть на внешнюю нагрузку, равномерно распределенную по контуру, то потенциал будет падать по линейному закону по мере удаления от положительного электрода батареи (рис. 1). При превращении энергии электрического тока во внутреннюю проводник нагревается.

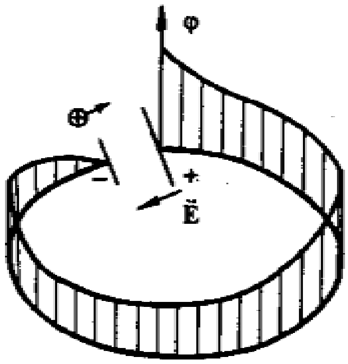

Рис.1

Дж. Джоулем и Э.Ленцем экспериментально было установлено, что количество тепла, выделяющегося в проводнике, определяется по формуле

$$Q = I^2Rt, \tag{10}$$

где I - сила тока в проводнике; R - сопротивление проводника; t -время: движения тока.

Зная закон Ома и закон Джоуля-Ленца, можно вывести закон Ома для неоднородного участка цепи, т.е. такого, в котором на заряды действуют как электростатические, так и сторонние силы.

Пусть дана неоднородная цепь (рис. 2).

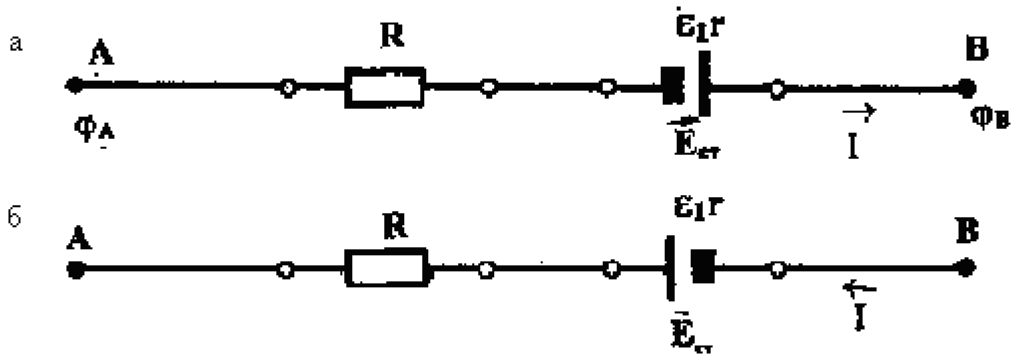

Рис. 2

Согласно закону сохранения энергии количество тепла, выделенного в цени, равно сумме работы сил электрического поля и работы сторонних сил источника тока:

$$Q=A_{эл.поля}+A_{ст.поля},$$

где $A_{эл.поля}=q(\phi_A-\phi_B)$ - работа сил электростатического поля; $A_{ст\cdot сил}=\pm q\varepsilon$ - работа сторонних сил (положительная, см. рис. 2а; отрицательная, см. рис. 2,б).

Учитывая, что $Q = I^2(R + r)t$,

где I - сила тока в цепи; R - сопротивление внешнего участка цепи (нагрузки); r - внутреннее сопротивление источника, получим следующее выражение:

$$I^2(R + r)t = q(\phi_A\text{-}\phi_B)\pm q\varepsilon.$$

Принимая во внимание, что $I = \frac{q}{t}$, последнее выражение можно записать так:

$$I(R + r)q = q\phi_A - \phi_B)\pm q\varepsilon.$$

Сокращая на q, получим

$$I(R + r)=(\phi_A- \phi_B)\pm\varepsilon \tag{11}$$

Выражение (11) представляет собой закон Ома для неоднородного участка цепи, где I(R+r) - падение напряжения на участке цепи U_{R+r}; (ϕ_A- ϕ_B) – разность потенциалов, обозначаемая буквой U без индекса.

При использовании этого закона необходимо учитывать правило знаков: направление обхода участка цепи задает индексация потенциалов точек А и В.

Падение напряжения I(R+r) берется со знаком «плюс», если направление тока совпадает с направлением обхода участка цепи.

ЭДС источника е также берется со знаком «плюс», если напряженность поля сторонних сил совпадает с направлением обхода участка цепи.

Если цепь замкнута, т.е. $\phi_A = \phi_в$ и $\phi_A – \phi_в = 0$, то

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} \tag{12}$$

Выражение (12) представляет собой закон Ома для замкнутой цепи: если сопротивление нагрузки равно нулю (R=0), то сила тока короткого замыкания рассчитывается по формуле

$$I_{кл.} = \frac{\varepsilon}{r} \tag{13}$$

Одним из самых удобных методов определения электродвижущих сил является компенсационный метод. Схема, отражающая его, изображена на рис. 3

(ε_0 - вспомогательный источник тока с ЭДС, заведомо превосходящей ЭДС исследуемого источника и известную ЭДС $\varepsilon_н$ нормального элемента).

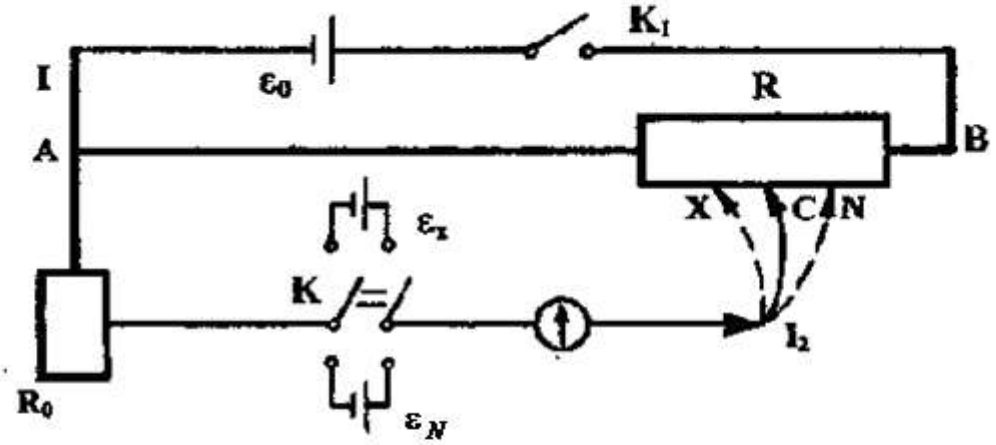

Рис. 3

При помощи переключателя К мы можем подсоединить к цепи либо исследуемый источник, либо нормальный элемент. R, реохорд, - проволока с подвижным контактом, натянутая на линейку со шкалой (вместо проволоки может использоваться навитая на стержень спираль).

Включим в цепь исследуемый источник. Запишем закон Ома для неоднородного участка цепи:

$$I_r R = (\phi_c - \phi_A) - \varepsilon_x, \tag{14}$$

где I_r - ток, идущий по гальванометру; R - сопротивление всего неоднородного участка.

Перемещая контакт С по реохорду, мы изменим разность потенциалов $\phi_c - \phi_A$. Так как $(\phi_c - \phi_A) > \varepsilon_x$,то можно найти такое положение X, при котором

$$(\phi_c - \phi_A) = \varepsilon x \tag{15}$$

При этом условии $I_r = 0$; правая часть равенства (14) обратится в нуль. Величина ε_x компенсируется разностью потенциалов $\phi_x - \phi_A$.

При смещении контакта С от X к А разность потенциалов $(\phi_B - \phi_A)$ будет меньше ε_x, а ток также поменяет направление.

Замена исследуемого источника на нормальный элемент при помощи переключателя К компенсирует его ЭДС (благодаря перемещению контакта С в положение N). Должно выполняться условие

$$\phi_N - \phi_A = \varepsilon x \tag{16}$$

Обратить внимание на то, что компенсация ЭДС возможна только в том случае, если вспомогательный источник ε_0 и компенсируемые источники ε_x или $\varepsilon_н$ включены одноименными полюсами навстречу друг другу.

Разделим равенство (15) на (16):

$$\frac{\phi_X - \phi_A}{\phi_N - \phi_A} = \frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_H}$$

Учитывая, что $\varphi_X - \varphi_A = IR_X$ и $\varphi_N - \varphi_A = IR_N$, по закону Ома для однородных участков цепи XA и NA

$$\frac{IR_X}{IR_N} = \frac{\varepsilon_X}{\varepsilon_H}$$

где R_X - сопротивление на участке XA; R_N - сопротивление на участке NA.

Ток, идущий по реохорду, при этом одинаков. Сократив на I, получим формулу:

$$\frac{R_X}{R_N} = \frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_N}$$

Откуда $\varepsilon_X = \varepsilon_H \dfrac{R_X}{R_N}$

Сопротивление участка прямо пропорционально его длине.

Следовательно, $R = \rho \dfrac{\ell}{S}$

$$\frac{R_X}{R_N} = \frac{\ell_X}{\ell_N}$$

где ℓ_x - длина участка AX; ℓ_N - длина участка AN.

Окончательная формула имеет вид

$$\varepsilon_X = \varepsilon_H \frac{\ell_X}{\ell_N} \qquad (17)$$

Сопротивление RO служит для изменения чувствительности микровольтметра и предохраняет его от высокого тока.

Порядок выполнения работы

1. Получить допуск у преподавателя. Включить установку.
2. С помощью ключа K_1 подсоединить источник ε_0.
3. Переключателем К к компенсационной цепи подсоединить источник ε_N (значение ε_N дано на стенде. Для сохранения стабильности элемента ε_0 и ε_N цепь включать на короткое время).
4. Перемещая свободный контакт по реохорду, добиться нулевого значения силы тока в микроамперметре, т.е. тем самым, добиться полной компенсации значения ε_N разностью потенциалов на реохорде R. Измерить расстояние ℓ_X по линейке. Полученный результат занести в таблицу.

	ℓ_{xi}	$(\ell_{xi} - \overline{\ell_x})^2$	ℓ_{Ni}	$(\ell_{Ni} - \overline{\ell_N})^2$

5. С помощью переключателя К подсоединить к компенсационной цепи источник ε_x, см. рис. 3.
6. Перемещая свободный конец по реохорду, добиться нулевого значения силы тока в микроамперметре, т.е. тем самым добиться полной компенсации значений ε_X разностью потенциалов на реостате R. Измерить расстояние ℓ_X на линейке. Полученный результат занести в таблицу.
7. Опыт повторит 5 раз.
8. Вычислить значение ε_x по формуле (17);

$$\bar{\varepsilon}_x = \bar{\varepsilon}_N \frac{\bar{\ell}_X}{\bar{\ell}_H}$$

значение ε_N дано на стенде

8. Найти ошибку в измерениях ℓ_X и ℓ_N по формулам

$$\Delta\ell_X = \sqrt{\varepsilon_{\ell x}^2 + \theta_{\ell x}^2};$$

$$\varepsilon_{\ell x} = t_{\alpha(n)}\sqrt{\frac{1}{n(n-1)}\sum(\ell_{xi} - \bar{\ell}_x)^2}; \quad \theta_{\ell_x} = t_{\alpha(\infty)}\frac{\delta}{3}.$$

9. Найти относительную ошибку измерений:

$$\gamma = \sqrt{\left(\frac{\Delta\ell_x}{\bar{\ell}_x}\right)^2 + \left(\frac{\Delta\ell_n}{\bar{\ell}_n}\right)^2 + \left(\frac{\Delta\varepsilon_n}{\bar{\varepsilon}_n}\right)^2}$$

11 .Определить доверительную границу измерений:

$$\Delta\varepsilon = \gamma\bar{\varepsilon}_x$$

11 .Ответ записать в виде

$$\varepsilon = \bar{\varepsilon} \pm \Delta\varepsilon; \quad \alpha = 0{,}95.$$

Контрольные вопросы

1. Что такое электрический ток, сила тока, плотность тока?
2. Вывести закон Ома для полной цепи.
3. Каков физический смысл ЭДС? Что такое сторонние силы? Каково их на значение?

4 Чем компенсируется неизвестная ЭДС при достижении нулевого показания гальванометра?

ь. Если в схеме компенсации источник заменить другим источником с такой же ЭДС, но с большим внутренним сопротивлением, то в какую сторону следует сместить движок реохорда для восстановления компенсации?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3

ИЗУЧЕНИЕ ДИФРАКЦИОННОЙ РЕШЕТКИ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЛИН ВОЛН

Цель работы: определить длину волны красного и фиолетового света.

Приборы и принадлежности: (для упражнения 1) дифракционная решетка, экран со щелью, линейка с делениями, осветитель, штатив; (для упражнения 2) ртутная лампа ДРШ с источником питания, гониометр Г-5, прозрачная дифракционная решетка.

Теоретические сведения.

Явление дифракции состоит в отклонении света от первоначального прямолинейного распространения в близи препятствия. Дифракция, наряду с интерференцией света, объясняется волновой природой света. Решить задачу о дифракции света – значит исследовать вопросы, относящиеся к интенсивности результирующей световой волны в разных направлениях. Основным при этом исследовании является изучение интерференции света, при которой налагающиеся волны могут не только усиливаться, но и ослабляться. Одним из важных случаев дифракции является дифракция в параллельных лучах. Она используется при рассмотрении действия оптических приборов (дифракционная решетка, оптические инструменты, и т. д.). Дифракционная решетка в простейшем случае представляет собой стеклянную прозрачную пластинку, на которой нанесены штрихи равной ширины на одинаковом расстоянии друг от друга. Такая решетка может быть использована в спектральной установке обычного типа вместо призмы как диспергирующая система. Чтобы легче было разобраться в довольно сложном физическом явлении интерференции дифрагированных пучков света на N щелях решетки, рассмотрим вначале дифракцию на одной, затем на двух щелях и, наконец, запишем выражение для N щелей. Чтобы упростить расчёт, используем метод зон Френеля.

<u>Дифракция на одной щели</u>. Рассмотрим дифракцию в параллельных лучах на одной щели. Пусть монохроматическая световая волна падает нормально к плоскости щели шириной а. За щелью установлены собирательная

линза и экран, помещённые в фокальной плоскости линзы, схема представлена на рис. 1.

Согласно принципу Гюйгенса, каждая точка фронта волны, дошедшей до щели, является новым источником колебаний, причём фазы этих волн одинаковы, так как при нормальном падении света плоскость щели совпадает с плоскостью волнового фронта. Рассмотрим лучи монохроматического света от точек, лежащих на фронте AB, направление распространения которых составляет угол φ с нормалью. Опустим из точки A перпендикуляр AC на направление луча, распространяющегося из точки B. Тогда, распространяясь дальше от AC, лучи не изменят разность хода. Разностью хода лучей будет отрезок BC. Для расчёта интерференции этих лучей применим метод зон Френеля.

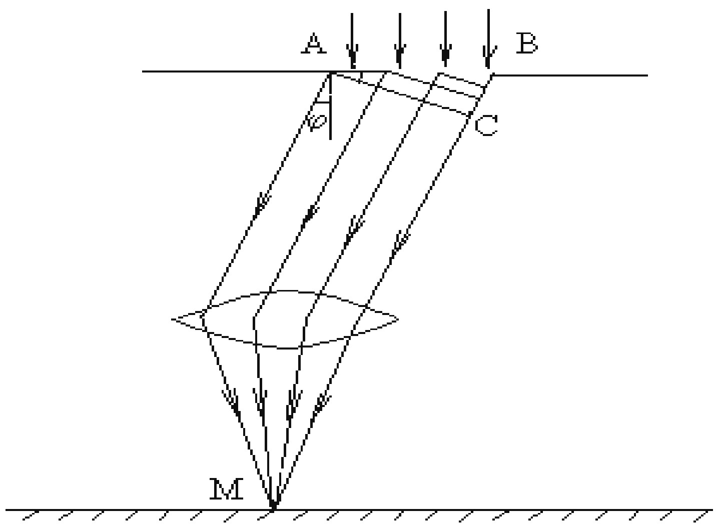

Рис. 1.

Разделим BC на отрезки длиной $\frac{\lambda}{2}$. На BC уложится Z таких отрезков:

$$Z = \frac{a \sin\varphi}{\frac{\lambda}{2}}, \tag{1}$$

где $a \sin \varphi = BC$.

Проведя из концов этих отрезков линии, параллельные AC, до встречи с AB, мы разобьем фронт волны в щели на ряд полосок одинаковой ширины. Число их Z. Они и являются зонами Френеля, так как соответствующие точки этих полосок являются источниками волн, дошедших до точки наблюдения M по данному направлению с взаимной разностью хода $\frac{\lambda}{2}$. Амплитуды волн от полосок будут одинаковы, потому что фронт плоский и площади их равны. Согласно теории зон Френеля, лучи от двух соседних зон гасят друг друга, так как фазы их противоположны. Тогда при чётном числе зон Френеля, укладывающихся в щели, будет min, а при нечётном – max, то есть если z=2к (к - целое число), то в точке М будет min, а если z=(2к+1) – max. Таким образом при дифракции света будут наблюдаться max или min в зависимости от угла дифракции φ. Уравнение (1) тогда запишем следующим образом:

$$a\sin\varphi = 2к\frac{\lambda}{2} \quad (\min),$$

$$a\sin\varphi = (2к+1)\frac{\lambda}{2} \quad (\max).$$

Распределение интенсивности в дифракционной картине от одной щели показано на рис. 2. На рис. 2 по оси абсцисс отложено расстояние от центрального максимума 0 вдоль экрана, на котором располагается спектральная картина.

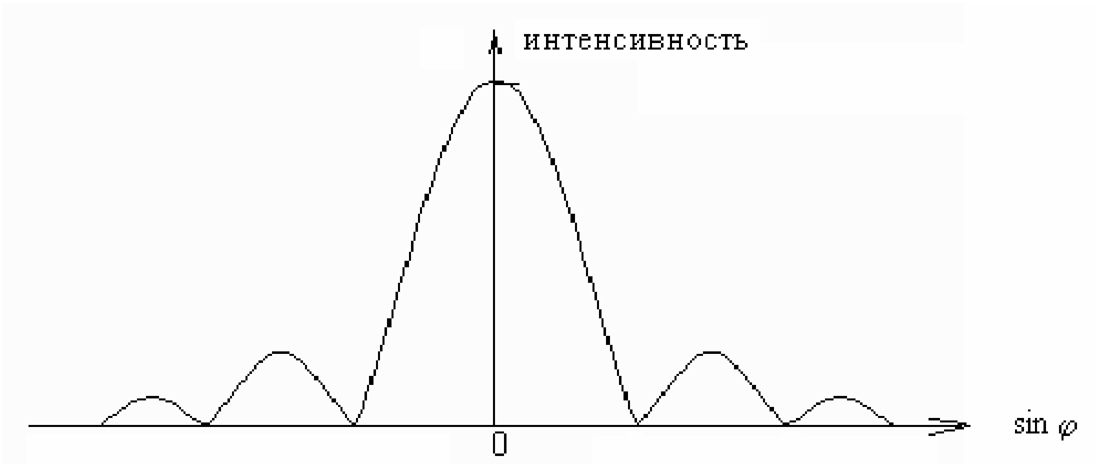

Рис. 2.

<u>Дифракция на двух щелях</u>. Для увеличения интенсивности и более чёткого разделения цветов пользуются не одной щелью, а дифракционной решёткой, которая представляет собой ряд параллельных щелей одинаковой ширины a, разделенных между собой непрозрачными промежутками шириной b. Сумма a+b = d называется периодом или постоянной дифракционной решетки.

Для того чтобы найти распределение освещенности на экране (в случае решетки), необходимо учесть не только интерференцию волн, вышедших из каждой отдельной щели, но и взаимную интерференцию волн, пришедших в данную точку экрана из соседних щелей. Допустим, что имеется всего две щели. Монохроматическая волна падает нормально к плоскости щелей.

Когда в щели укладывается четное число зон Френеля, выполняется условие минимума для щели. Поскольку для каждой щели выполняется условие минимума, то и для всей решетки тоже. Следовательно, условие минимума, для решетки совпадает с условием минимума для щели, оно называется условием главного минимума, и имеет вид

$$a\sin\varphi = 2к\frac{\lambda}{2} \quad \text{(главный min)}$$

Рассмотрим случай, когда в щели не укладывается четное число зон Френеля. Тогда луч света, прошедший через одну из щелей, будет интерферировать с лучом, прошедшим через другую щель. Выберем два произвольно направленных луча (рис. 3), исходящих из соответствующих точек соседних щелей и падающих в одну точку на экране.

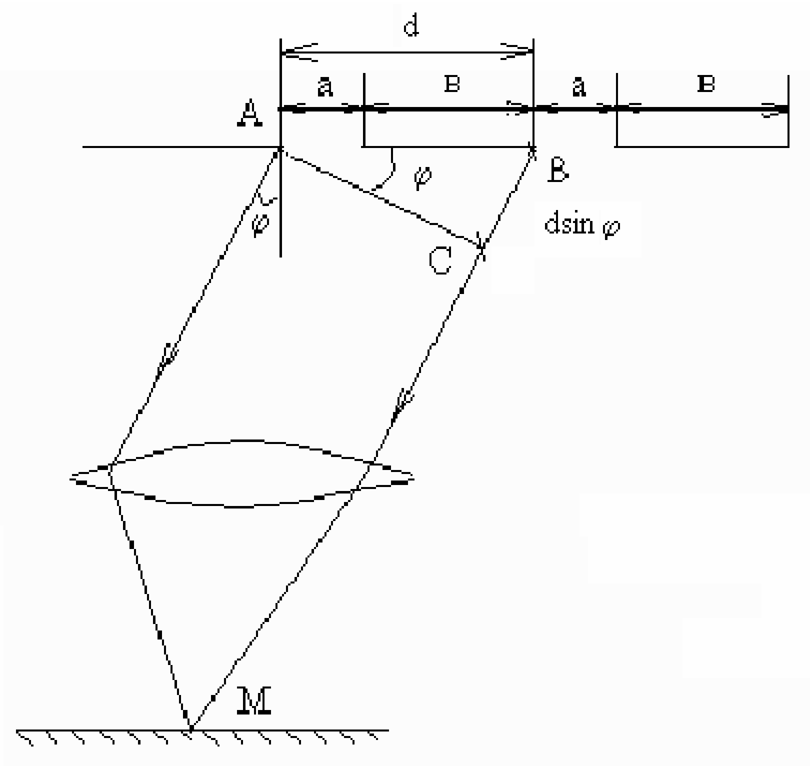

Рис. 3

Их интерференцию определяет разность хода BC=$d\sin\varphi$. Если $BC = (2к+1)\lambda/2$, то в точке M свет ослаблен. Уравнение

$$d\sin\varphi = (2к+1)\frac{\lambda}{2}$$

является условием добавочных минимумов, появившихся вследствие наличия второй щели. Вместе с тем в направлениях, которые определяются условием $d\sin\varphi = к\lambda$, усиливается свет. В этих направлениях располагаются новые максимумы (рис. 4). Ширина основной части дифракционной картины от двух щелей остаётся прежней, если b>a. Она равна $2\frac{\lambda}{a}$, то есть большая часть энергии сосредоточена в пределах центрального максимума. Пунктиром показано распределение интенсивности для одной щели.

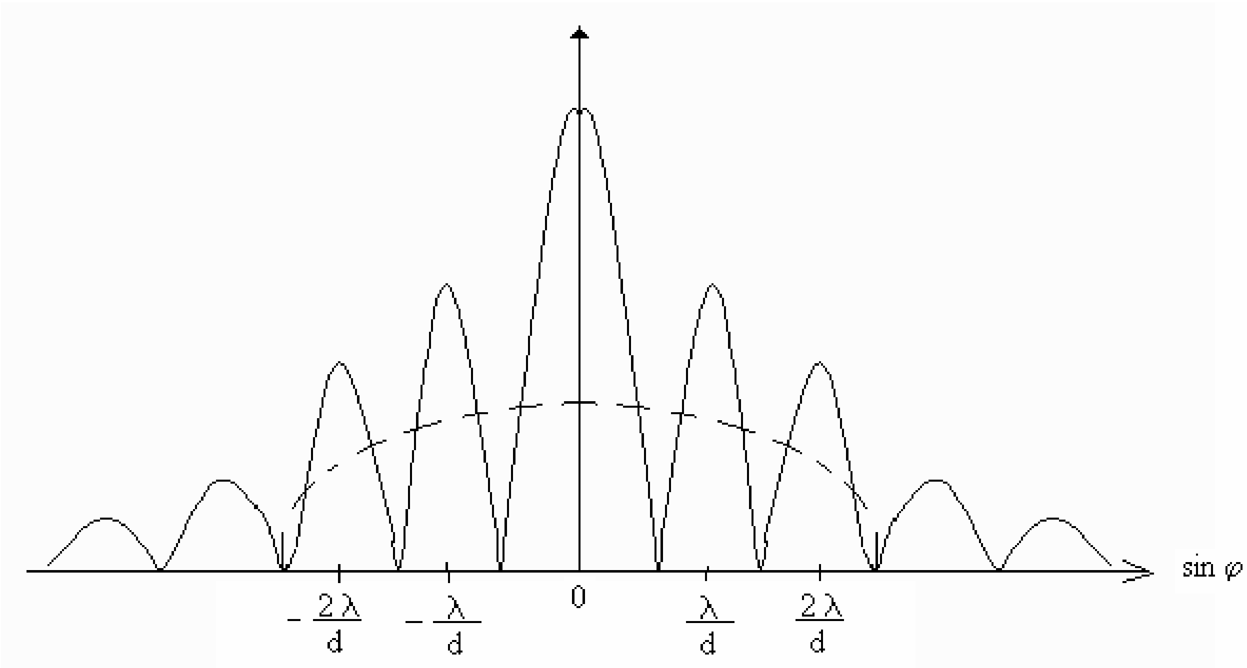

Рис. 4

<u>Дифракция на N щелях</u>. Расчет дифракционной картины на дифракционной решетке довольно сложен с математической точки зрения, но в принципе ничем не отличается от рассмотрения дифракции на двух щелях. Следует учесть лишь, что если в случае дифракции на двух щелях появилось какое-то число дополнительных максимумов и минимумов вследствие наличия второй щели,
то теперь их число возрастает, так как необходимо учесть вклад в дифракционную картину от каждой щели. По мере роста числа штрихов на дифракционной решетке растет число дополнительных максимумов и минимумов. Условие главных максимумов и минимумов для дифракционной решетки остаётся тем же самым, что и для двух щелей, то есть

$$d\sin\varphi = 2к\frac{\lambda}{2} \qquad (\max), \tag{2}$$

$$a\sin\varphi = 2к\frac{\lambda}{2} \qquad (\min),$$

а дополнительные минимумы определяются теперь условием

$$d\sin\varphi = \pm\frac{к\lambda}{N} \qquad \text{(добавочный min)}, \tag{3}$$

где N - общее число щелей решетки (к=1,2,…, N+1,…, 2N-1, 2N+1,…). В формуле (3) k принимает все целостные значения, кроме 0, N, 2N, т. е. кроме тех, при которых условие (3) переходит в (2).

Сравнивая формулы (2) и (3), видим, что число главных максимумов в N раз меньше общего числа минимумов. Действительно, число (или порядок) главных минимумов, отвечающих углу φ, получается из формулы (2) следующим:

$$к_{max} = \frac{d \sin \varphi}{\lambda},$$

а общее число минимумов, как видно из формулы (3),

$$к_{min} = \frac{d \sin \varphi N}{\lambda},$$

откуда следует $$\frac{к_{max}}{к_{min}} = \frac{1}{N}.$$

Таким образом, между двумя главными максимумами находится N-1 минимумов, между которыми имеются побочные максимумы. Вклад этих побочных максимумов в общую дифракционную картину невелик, так как интенсивность их мала и быстро убывает по мере удаления от главного максимума данного порядка. Поскольку с увеличением числа штрихов решетки все большее количество световой энергии проходит через нее и одновременно происходит увеличение числа дополнительных максимумов и минимумов, полосы на экране (главные максимумы) становятся более узкими и яркость их возрастает, то есть возрастает разрешающая способность решетки. Число максимумов и минимумов для случая, когда число щелей N=1,2,3,5,6, графически изображено на рис. 5.

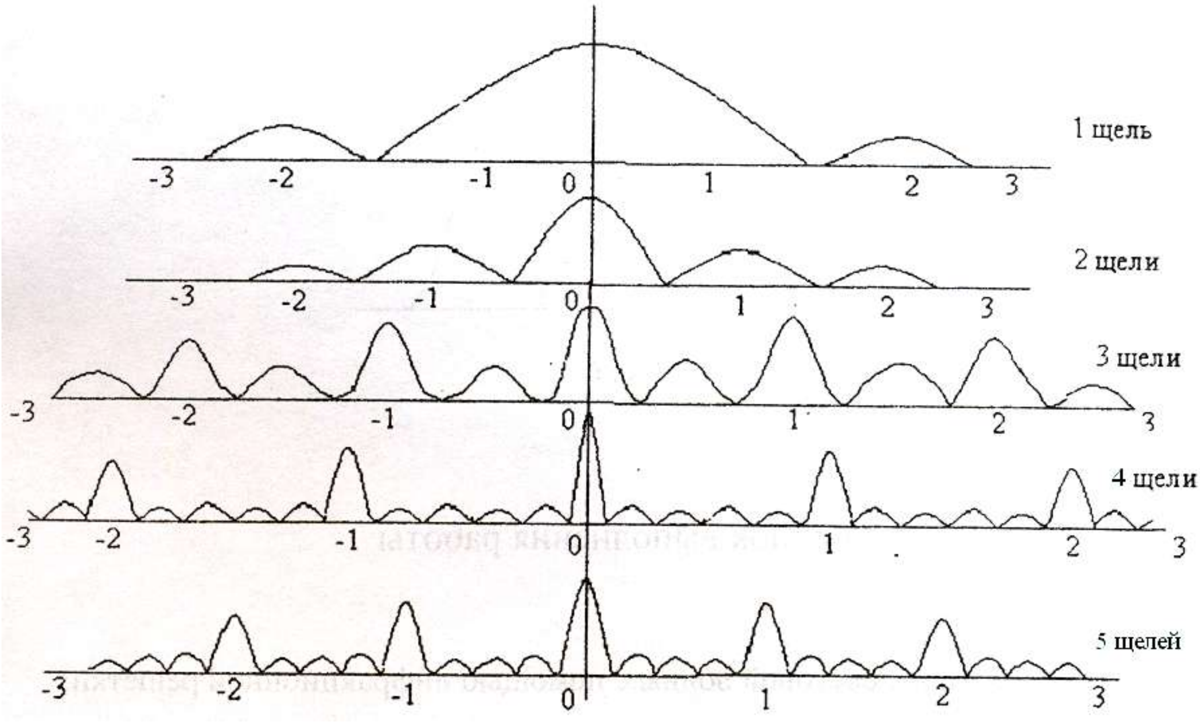

рис. 5

Если на решетку падает свет, содержащий ряд спектральных компонентов, то в соответствии с формулой (2), главные максимумы для разных компонентов образуются под разными углами. Таким образом, решетка разлагает свет в спектр.

Характеристиками решетки как спектрального прибора является угловая дисперсия и разрешающая способность.

Угловой дисперсией называется величина $D = \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda}$, где $\delta\varphi$ - угловое расстояние между двумя спектральными линиями, отличающимися по длине волны на $\delta\lambda$. Дифференцируя формулу (2), получим:

$$D = \frac{k}{d\cos\varphi}.$$

Разрешающей способностью называется величина $R = \frac{\lambda}{\delta\lambda}$, где $\delta\lambda$- наименьшая разность длин волн линий, которые видны в спектре раздельно.

Согласно критерию Релея две близкие линии считают разрешенными (видны раздельно), если центр (максимум) одной из них совпадает с краем (минимумом) соседней (см. рис. 5).

Из условия Релея следует:

$$R = \kappa N, \tag{4}$$

т.е. разрешающая способность решетки растет с увеличением числа щелей N и зависит от порядка спектра.

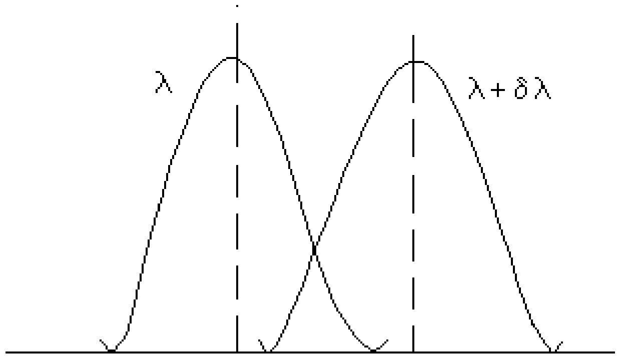

Рис. 6

Порядок выполнения работы

1. Определение длины световой волны с помощью дифракционной решетки:

Описание установки

На горизонтально расположенной линейке с делениями, укрепленной на штативе, установлены экран со щелью (для получения узкого пучка света), дифракционная решетка и осветитель. Используемая в работе дифракционная решетка имеет на 1мм 100 штрихов (период ее d=0,01мм). Луч света, проходя через узкую щель и затем дифракционную решетку, попадает на хрусталик глаза, который играет роль двояковыпуклой линзы. В результате изображение спектров получается на сетчатке глаза. В то же время на сетчатку проектируется и изображение шкалы, которая нанесена на экран со щелью, поэтому мы видим спектры на шкале.

Из условия максимума k-того порядка для дифракционной решетки

$$\lambda = \frac{d \sin\varphi}{к},$$

где d – период дифракционной решетки; $\sin\varphi$ - синус угла, под которым мы наблюдаем данную линию в спектре; к – порядок спектра, линию в котором мы наблюдаем.

Углы φ_k в нашей работе малы, поэтому $tg\varphi_к \cong \sin\varphi_к$. Используя это условие, получим:

$$\lambda = \frac{d \cdot tg\varphi}{к}.$$

Это рабочая формула для определения длины волны наблюдаемой линии в спектре к-того порядка.

1. Включить осветитель.
2. Установить экран со щелью на удобное расстояние ℓ от дифракционной решетки.
3. Приблизить глаз к решетке на удобное расстояние (по обе стороны от щели на черном фоне шкалы должны быть видны дифракционные спектры). При этом глаз должен находится на очень близком расстоянии от решетки (рис. 6).

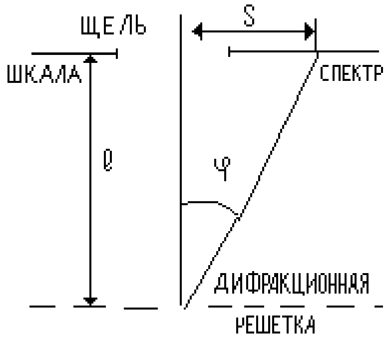

Рис. 7

4. По шкале экрана определить положение красных и фиолетовых линий S в спектрах 1-го и 2-го порядка, расположенных справа и слева от щели для различных ℓ (ℓ=15 см, 20 см, 25 см). Результаты измерений занести в табл. 1.

Таблица 1

№	Порядок спектра.	S			L	d	$\lambda_К$	$\lambda_Ф$	$\Delta\lambda_К$	$\Delta\lambda_Ф$
		Справа	Слева	Среднее						

5. Вычислить tgφ по формуле

$$\mathrm{tg}\varphi = \frac{S}{\ell}.$$

6. По формуле (2) вычислить длины волн для спектров различных порядков и для разных ℓ красного и фиолетового света.
7. Вычислить среднее арифметическое значение длины волны для красного и фиолетового света по формуле $\bar{\lambda} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \lambda_i}{n}$,

   где n – число измерений.
8. Вычислить оценку средней квадратичной ошибки по формуле

   $$S(\bar{\lambda}) = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^{n} (\lambda_i - \bar{\lambda})^2}.$$

9. Вычислить границу случайной погрешности по формуле $\Delta\lambda = t_{\alpha}(n) S(\bar{\lambda})$,

   где $t_{\alpha}(n)$ – коэффициент Стьюдента, α=0,95, $t_{0,95}(6)$=2,6.
10. Записать окончательный результат в виде λ=λ±Δλ.

2. Изучение дифракционной решетки и определение длин волн линии ртути:

Контрольные вопросы.

1. Какие волны называются когерентными?
2. В чем заключаются явления интерференции и дифракции?
3. Сформулируйте принцип Гюйгенса- Френеля?
4. Нарисуйте и объясните дифракционные картины, получаемые от одной щели и от дифракционной решетки при освещении их монохроматическим и белым светом.
5. Объясните возникновение главных и побочных максимумов и минимумов от дифракционной решетки.
6. Получите рабочую формулу.
7. Расскажите о применение дифракции в науке и технике.