Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Институт фундаментальной подготовки

МЕХАНИКА И МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

Методические указания к лабораторным работам для студентов института нефти и газа

Красноярск, 2011

ИЗМЕРЕНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН

Курс физики составляет основу теоретической и экспериментальной подготовок инженера любого профиля, без которой невозможна его успешная деятельность. Одна из задач, которая ставится перед будущими инженерами, - это овладение приемами и методами постановки физического эксперимента и обработка полученных результатов. Численные значения могут быть использованы лишь в том случае, если они достоверны. Однако любая величина может быть измерена лишь с некоторой, определяемой разными факторами точностью.

Ошибка измерения данной физической величины Δx представляет собой модуль разности между результатом измерения x и истинным значением A измеряемой величины, т.е. $\Delta x = |x - A|$.

Истинное значение A физической величины, т.е. абсолютное ее значение, невозможно получить. Следовательно, неизвестна ошибка ее измерения Δx.

Поэтому основной задачей математической обработки результатов измерений является нахождение числового интервала, в котором может находиться истинное значение A измеряемой физической величины с определенной вероятностью.

1. КЛАССИФИКАЦИЯ ОШИБОК ИЗМЕРЕНИЯ

К основным видам ошибок относятся: случайные, систематические и грубые.

Систематические ошибки – это ошибки, вызванные факторами, действующие одинаковым образом при многократном повторении одних и тех же измерений. Систематические ошибки являются следствием как постоянных, так и случайных факторов, действующих внутри измерительной системы (прибора). Эти факторы обусловлены методом измерения физической величины и конструкцией прибора. Постоянными факторами могут быть: изогнутая стрелка прибора, смещение «нуля» прибора, силы трения и т.п. Внутри прибора случайными факторами являются изменения температуры, давления, влажности, электрических и магнитных полей, а также вибрация.

При неизменных внешних условиях процесса измерения систематическая ошибка остается постоянной величиной. Эта ошибка определяется до проведения измерений. Оценкой систематической ошибки служит доверительная граница систематической погрешности измерительного прибора (θ).

Случайные ошибки обусловлены различием значений физической величины при многократных ее измерениях. Они предопределены случайными факторами, действующими вне измерительного прибора на объект измерения и измерительный прибор. Эти факторы всегда присутствуют в эксперименте и возникают вследствие самых различных причин: изменения температуры, давления, влажности, электрических и магнитных полей, напряжения в сети, вибрации, и т.д., действие которых заранее не может быть учтено и устранено. К случайным факторам следует отнести все те факторы, природа которых для нас не известна или неясна. Только после проведения серии измерений определяется случайная ошибка. Увеличивая число измерений и используя формулы теории ошибок, основанные на теории вероятности, можно минимизировать случайную ошибку. Оценкой случайной ошибки служит доверительная граница случайной погрешности измерений (ε).

Грубые ошибки или промахи являются результатом нарушения условий измерений, неисправности прибора, недосмотра экспериментатора или неправильно выбранной методики измерений. Внешним признаком грубой ошибки является резкое отличие значения физической величины от ее значений, полученных в предыдущих измерениях. В случае появления такого отличия необходимо проверить все условия измерений. При обнаружении факторов, обуславливающих появление грубой ошибки, результат этого измерения аннулируется. Следует указать на то, что значительное отклонение измеренной физической величины от ее среднего значения может быть обусловлено действием случайных факторов.

Таким образом, после проведения измерений учитываются только систематические ошибки и случайные.

2. ВЕРОЯТНОСТЬ СОБЫТИЯ

Под событием B понимается всякое происходящее явление. Например, попадание в цель при выстреле. Событие называется достоверным, если оно должно произойти непременно, и, наоборот, событие называется невозможным, если оно заведомо не наступит.

Допустим, имеется возможность неограниченного повторения испытаний, в каждом из которых при сохранении неизменных условий отмечается появление или непоявление события B. Например, из 10 выстрелов (n) 7 выстрелов (Δn) попали в цель. Отношение $\frac{\Delta n}{n}$ принято называть частотой события B, т.е.

$$P(B) = \lim_{n\to\infty} \frac{\Delta n}{n} = 0{,}7. \qquad (1)$$

Из выражения (1) видно, что вероятность достоверного события $P(B) = 1$ при $\Delta n = n$, а невозможного $P(B) = 0$ при $\Delta n = 0$. Таким образом, $0 < P(B) < 1$ при $0 < \Delta n < n$.

3. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ СЛУЧАЙНЫХ ОШИБОК ИЗМЕРЕНИЯ. ДОВЕРИТЕЛЬНЫЙ ИНТЕРВАЛ И ДОВЕРИТЕЛЬНАЯ ВЕРОЯТНОСТЬ

При неоднократном измерении одной и той же величины x результаты отдельных измерений $x_1, x_2 \ldots x_n$ будут неодинаковы из-за наличия случайных ошибок.

В курсе математической статистики доказывается, что наилучшей оценкой истинного значения A измеряемой величины x является ее среднее арифметическое значение:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \,, \tag{2}$$

где n – число измерений; x_i - результат отдельного измерения величины A.

Ошибка нам тоже неизвестна, поэтому имеется какая-то вероятность того, что истинное значение A лежит в некоторых пределах вблизи $\bar{x}$. Важно найти эти пределы или интервал, в пределах которого с заданной вероятностью обнаружится значение определяемой величины A. Для этого выбирают некоторую вероятность α, близкую к 1, и определяют для нее интервал от $\bar{x}-\Delta x$ до $\bar{x}+\Delta x$, в котором бы находилось значение определяемой величины. Этот интервал называется доверительным интервалом, а вероятность α - доверительной вероятностью, Δx - доверительная граница общей погрешности измерений.

Поясним смысл терминов: доверительная граница общей погрешности Δx и доверительная вероятность α. Для этого используем числовую ось.

Пусть среднее значение измеряемой величины – $\bar{x}$ (рис.1). Отложим Δx от $\bar{x}$ справа и слева. Полученный числовой интервал от $\bar{x} - \Delta x$ до $\bar{x} + \Delta x$ называется доверительным интервалом.

Рис. 1

Результаты ряда измерений можно наглядно представить в виде диаграммы, которая показывает, как часто получаются те или иные значения. Такая диаграмма называется гистограммой.

Чтобы построить гистограмму, надо весь диапазон измеренных значений от x_{min} до x_{max} разбить на равные интервалы (рис. 2) и подсчитать относительную частоту $\Delta n/n$ попаданий результатов измерения в каждый интервал (n – число всех измерений, Δn – число измерений, попадающих в данный интервал).

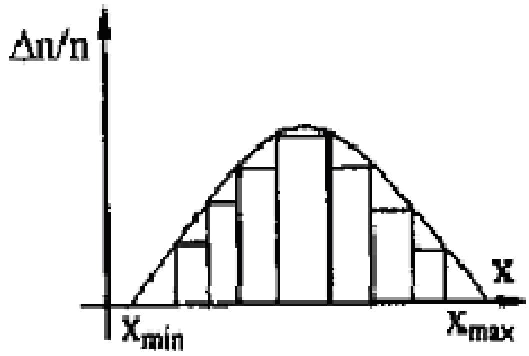


Рис. 2

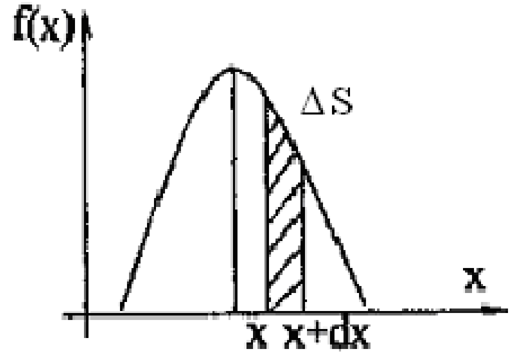


Рис. 3

Если увеличить число измерений, ступенчатая кривая будет приближаться к гладкой кривой, которая называется кривой распределения случайной величины x_i. Величина $f(x)$, пропорциональна доле числа отсчетов $\Delta n/n$, попадающей в каждый интервал. Она называется плотностью вероятности.

Смысл плотности вероятности заключается в том, что произведение $f(x)dx$ дает долю полного числа отсчетов n, приходящуюся на интервал от x до $x+dx$ или, иначе говоря, вероятность того, что результат любого отдельного измерения x_i будет иметь значение, лежащее в указанном интервале. Эта вероятность численно равна площади заштрихованной криволинейной трапеции ΔS.

Вся площадь под кривой распределения определяется как произведение вероятности попадания измеренного значения на всю числовую ось x и равна 1, т.е.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} P(x)dx = 1,$$

где $P(x)$ – функция распределения случайной величины x.

Математически закон распределения случайной величины x выражается законом Гаусса (нормальный закон распределения) и имеет вид

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-A)^2}{2\sigma^2}} \qquad (3)$$

где $f(x)$ – функция плотности вероятности; e – основание натурального логарифма; x – результат очередного измерения; A – истинное значение измеряемой величины; σ^2 – дисперсия, которая определяется по формуле

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} \left(x - \bar{x}\right)^2 \mathrm{f(x)}dx.$$

Поскольку дисперсия имеет размерность квадрата случайной величины, а это не всегда удобно, то вводится средняя квадратичная ошибка

σ, которая представляет собой положительный квадратный корень из дисперсии:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}\ .$$

Если средняя квадратичная ошибка σ неизвестна, то вместо нее используют величину $S(\bar{x})$ - среднее квадратичное отклонение среднего результата.

$$S(\bar{x}) = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)}\left[(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+(x_3-\bar{x})^2+....(x_n-\bar{x})^2\right]} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}\ . \quad (4)$$

Как видно из выражения (3), функция плотности вероятности для распределения Гаусса является функцией двух параметров – A и σ. Распределение Гаусса симметрично относительно A (или $\bar{x}$), его ширина пропорциональна σ (рис.4). Чем точнее измерения, тем плотнее вблизи среднего значения лежат результаты отдельных измерений, т.е. величина σ меньше. С уменьшением σ фигура, образуемая кривой распределения, сужается и вытягивается вверх. При этом площади под кривыми распределения будут равны между собой, т.к. вероятность попадания случайной величины на всю числовую ось равна 1. С увеличением числа измерений $S(\bar{x})$ стремится к средней квадратичной ошибке $\sigma = \lim\limits_{x\to\infty} S(\bar{x})$.

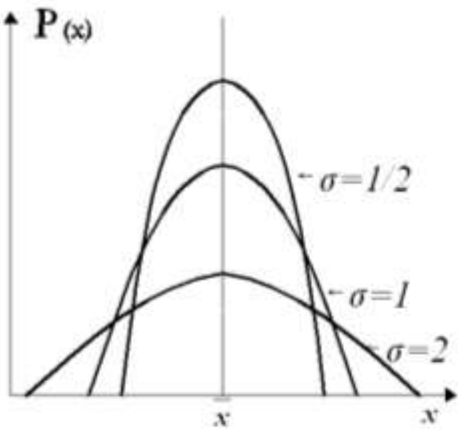


Рис. 4

Следовательно, $S(\bar{x})$ является приближенным значением средней квадратичной ошибки σ, т.е. ее оценкой, которая тем ближе к σ, чем больше число измерений. Из формулы (4) следует, что с увеличением числа измерений средняя квадратичная ошибка изменяется обратно пропорционально корню квадратному из числа измерений. Однако в действительности существует предел уменьшения средней квадратичной ошибки за счет увеличения числа измерений. Существование этого предела обусловлено наличием систематических ошибок, которые в действительности всегда существуют и не изменяются при увеличении числа измерений. Поэтому обычно производят небольшое (5-6) число измерений.

Задаваясь определенной доверительной вероятностью α, можно определить отношение доверительной границы случайной погрешности ε к среднему квадратичному отклонению $S(\bar{x})$, т.е. найти

$$\frac{\varepsilon}{S(\bar{x})} = t_\alpha(n).$$

Отношение $t_\alpha(n)$ называется коэффициентом Стьюдента, который не зависит от среднего квадратичного отклонения, а зависит лишь от выбора доверительной вероятности и числа измерений n. Это позволило Стьюденту составить таблицу значений коэффициентов (табл. 1).

4. РАСЧЕТ СЛУЧАЙНОЙ, СИСТЕМАТИЧЕСКОЙ И ОБЩЕЙ (АБСОЛЮТНОЙ) ОШИБОК ПРЯМЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

На основе результатов измерений величины A, мы можем определить доверительную границу случайной погрешности (ε) по формуле

$$\varepsilon = t_\alpha(n) S(\bar{x}) = t_\alpha(n) \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}\ , \tag{5}$$

где x_i – результат отдельного измерения величины A; $\bar{x}$ – средний арифметический результат измерения; n – число измерений.

Таблица

Коэффициенты Стьюдента

Число измерений n	Доверительная вероятность			
	α = 0,68 (68%)	α = 0,95 (95%)	α = 0,99 (99%)	α = 0,997 (99,7%)
3	1,32	4,70	9,9	19,2
4	1,20	3,18	5,8	9,2
5	1,15	2,78	4,6	6,6
6	1,11	2,57	4,0	5,5
7	1,09	2,45	3,7	4,9
8	1,08	2,37	3,5	4,5
9	1,07	2,31	3,4	4,3
10	1,06	2,26	3,2	4,1
11	1,05	2,23	3,1	4,0
15	1,03	2,13	3,0	3,6
20	1,03	2,09	2,9	3,4
30	1,02	2,04	2,8	3,3
50	1,01	2,01	2,7	3,2
100	1,00	1,98	2,6	3,1
200	1,00	1,97	2,6	3,0
∞	1,00	1,96	2,58	3,0

Для определения доверительной границы систематической погрешности (θ) используют предел допускаемой погрешности средства измерения δ, который указан в паспорте каждого измерительного прибора. Он может быть также рассчитан и по формуле

$$\delta = \frac{\Delta \cdot X_N}{100}, \tag{6}$$

где Δ – класс точности измерительного устройства (обычно указывается на шкале прибора); X_N - нормирующее значение (конечное значение рабочей шкалы). Зачастую предел допускаемой погрешности средства измерения рассчитывают как половина цены наименьшего деления шкалы приборы.

Зная коэффициент Стьюдента $t_\alpha(\infty)$ и предел допускаемой погрешности средства измерения δ, можно рассчитать доверительную границу систематической погрешности по формуле

$$\theta = t_\alpha(\infty)\frac{\delta}{3}. \tag{7}$$

Если при измерениях случайная и систематическая ошибки одного порядки, то необходимо учитывать обе - погрешности. Тогда доверительная граница общей погрешности (или ее называют абсолютной ошибкой) измерения определяется по формуле

$$\Delta x = \sqrt{\varepsilon^2 + \theta^2} \tag{8}$$

или

$$\Delta x = \sqrt{\left[t_\alpha(n)\sqrt{\frac{1}{n(n-1)}\sum(x_i - \bar{x})^2}\right]^2 + \left[t_\alpha(n)\frac{\delta}{3}\right]^2}.$$

В случае если θ < 0,8 $S(\bar{x})$, то пренебрегаем систематической ошибкой, и тогда абсолютная ошибка рассчитывается по формуле

$$\Delta x = \varepsilon = t_\alpha(n)\sqrt{\frac{1}{n(n-1)}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}.$$

В случае если θ > 0,8 $S(\bar{x})$, то пренебрегают случайной ошибкой, и тогда абсолютная ошибка рассчитывается по формуле

$$\Delta x = \theta = t_\alpha(\infty)\frac{\delta}{3}.$$

Если случайные ошибки окажутся меньше ошибки, обусловленной конструкцией прибора, то нет необходимости производить измерения многократно. При этом ошибку принимают равной половине цены наименьшего деления шкалы прибора. Такой же принимается ошибка при однократных измерениях.

Окончательный результат измерений записывается в виде $A = (\bar{x} \pm \Delta x)$, при α = … (значение α выбирается экспериментатором).

Числовое значение результата измерения должно заканчиваться цифрой того же разряда, что и значение ошибки.

Единицу измерения и выбранную доверительную вероятность α пишут после скобок, в которые заключают доверительный интервал, например: Н=(14,82+0,03) мм, при α = 0,95.

5. ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ КОСВЕННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

При косвенных измерениях физическую величину вычисляют по результатам прямых измерений других величин, с которыми она связана функциональной зависимостью, выражающей физическую закономерность. Например, измерение плотности вещества является косвенным, т.к. ее вычисляют по результатам измерения массы и объёма тела. Пусть искомая физическая величина y связана с другими величинами $x_1, x_2, \dots x_n$ некоторой функциональной зависимостью.

$$y = f(x_1, x_2, \dots x_n),$$

где $x_1, x_2, \dots x_n$ - величины, полученные при прямых измерениях, и табличные данные.

Требуется определить абсолютную Δy и относительную γ ошибки величины y.

В теории погрешностей доказывается, что абсолютная ошибка (доверительная граница погрешности) косвенного измерения Δy рассчитывается по формуле

$$\Delta y = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\Delta x_1\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\Delta x_2\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n}\Delta x_n\right)^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial f}{\partial x}\Delta x_i\right)^2},$$

где $\dfrac{\partial f}{\partial x}$ – частная производная функции $y = f(x)$; Δx_i – абсолютная ошибка отдельного прямого измерения.

Абсолютные ошибки Δx_1, Δx_2 определяются для одного и того же значения надежности P с использованием коэффициентов Стьюдента. Расчет Δx производится по формуле (8). Среднее значение измеряемой величины рассчитывается по формуле (2).

Относительную ошибку косвенных измерений рассчитывают по формуле

$$\gamma = \frac{\Delta y}{\bar{y}} = \frac{1}{\bar{y}}\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial f}{\partial x}\Delta x_i\right)^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial f}{\partial x_i \bar{y}}\Delta x_i\right)^2}. \qquad (9)$$

В большинстве случаев проще сначала вычислить относительную ошибку, а затем абсолютную ошибку по формуле

$$\Delta y = \gamma \bar{y}. \qquad (10)$$

Таким образом, при обработке результатов косвенных измерений:

1. Если искомая физическая величина y представляет собой сумму или разность физических величин, измеряемых непосредственно, то проще сначала найти абсолютную ошибку.

$$\Delta y = \sqrt{(\Delta x_1)^2 + (\Delta x_2)^2 + ... + (\Delta x_n)^2}\ . \qquad (11)$$

2. Если искомая физическая величина y представляет собой произведение или частное, то легче сначала найти относительную ошибку, которая может быть рассчитана по формуле (9), а затем найти абсолютную по формуле (10).

3. Если в расчетную формулу искомой величины входят величины, которые не измеряют в данном эксперименте и известны с достаточно большой точностью (например, π, g и т.д.), то их значения следует выбирать таким образом, чтобы относительной погрешностью этих величин можно было пренебречь по сравнению с другими погрешностями. Для этого их относительная погрешность должна быть на порядок (в 10 раз) меньше наибольшей относительной погрешности физических величин, измеряемых непосредственно.

Если табличные или экспериментальные данные приводятся без указания погрешности, то абсолютную ошибку принимают равной половине порядка последней значащей цифры. Например: π=3,14, $\Delta\pi$=0,005.

При обработке результатов измерений необходимо проделать следующее:

1 . Провести измерения n раз (обычно 5).

2. Вычислить среднее арифметическое значение по формуле (2).

3. Задать доверительную вероятность α (обычно α = 0,95).

4. По таблице найти коэффициент Стьюдента, соответствующий заданной доверительной вероятности α и числу измерений n.

5. Вычислить случайную и систематическую ошибки по формулам (5), (7) и сравнить их. При дальнейших вычислениях абсолютную ошибку рассчитывают как сумма случайной и систематической, или выбирают большую из них.

6. По формулам (9, 10) вычислить относительную ошибку.

7. Если физическая величина определяется косвенно, то:

а) для формул, где искомая величина представляет сумму или разность физических величин, сначала находится абсолютная ошибка по формуле (11), а затем относительная по формуле (10);

б) для формул, где искомая величина представляет произведение или частное, сначала находится относительная ошибка по формуле (9), а затем абсолютная по формуле (10).

8. Записать окончательный результат в виде

$$y = \overline{y} \pm \Delta y, \text{ при } \alpha = \ldots .$$

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЛОТНОСТИ ОДНОРОДНОГО ТЕЛА ПРАВИЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ

Цель работы: определить плотность твердого тела и на примере ее расчета научиться производить расчет погрешности измерений.

Приборы и принадлежности: тело цилиндрической формы, штангенциркуль.

Теоретические сведения

Плотностью вещества называется физическая величина, равная отношению массы тела m к его объему V:

$$\rho = \frac{m}{V}. \tag{1}$$

Это отношение определяет массу вещества, содержащегося в единице объема.

По формуле (1) можно вычислить плотность только для однородных тел. При неравномерном распределении массы тела по его объему плотность вещества неодинакова в различных частях тела, поэтому вводят понятие плотности в некоторой части тела

$$\rho = \frac{\mathrm{d}m_i}{\mathrm{d}V_i},$$

где $\mathrm{d}m_i$ - масса вещества в элементарном объеме $\mathrm{d}V_i$.

Плотность всего неоднородного тела вычисляют как среднюю плотность вещества

$$\rho_{\mathrm{T}} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{dm_i}{dV_i}. \tag{2}$$

В настоящей работе определяют плотность вещества, из которого представлено однородное тело цилиндрической формы. Объем этого тела

$$V = \frac{\pi D^2 h}{4}. \tag{3}$$

Подставив (3) в (1), получим формулу для вычисления плотности вещества

$$\rho = \frac{4m}{\pi D^2 h}, \tag{4}$$

где масса тела m определяют с помощью технических весов, диаметр D и высоту h измеряют штангенциркулем.

Порядок выполнения работы

1. Записать в таблицу массу тела, указанную на цилиндре.

2. Ознакомиться с измерительным прибором штангенциркулем. Определить точность прибора. Проверить, совпадает ли нуль шкалы штангенциркуля.

3. Измерить на обоих концах цилиндра диаметр с помощью штангенциркуля. Провести 5 измерений, поворачивая цилиндр вокруг его оси. Результаты записать в таблицу.

4. Измерить высоту цилиндра с помощью штангенциркуля 5 раз, повернув перед каждым измерением цилиндр вокруг его оси на некоторый угол (около 45°). Результаты записать в таблицу.

Таблица

n	D_i, см	$D_i - \overline{D}$, см	$(D_i - \overline{D})^2$, см^2	m, г	h_i, см	$h_i - \overline{h}$, см	$(h_i - \overline{h})^2$, см^2
1							
2							
3							
4							
5							
	$\overline{D}$, см	$\sum(D_i - \overline{D})$, см	$\sum(D_i - \overline{D})^2$, см^2		$\overline{h}$, см	$\sum(h_i - \overline{h})$, см	$\sum(h_i - \overline{h})^2$, см^2

5. Вычислить значение границы общей погрешности для массы (Δm), которая определяется только систематической погрешностью по формуле:

$$\Delta m = \theta_m = t_\alpha(\infty)\frac{\delta}{3},$$

где δ – предел допускаемой погрешности средства измерения, которую рассчитывают как половина цены наименьшего деления шкалы прибора. Значение коэффициента Стьюдента, соответствующее доверительной вероятности α и числу измерений n находим по таблице коэффициентов Стьюдента (см. стр. 10).

6. Вычислить значение границы общей погрешности для диаметра (ΔD) по формуле:

$$\Delta D = \sqrt{\varepsilon_D^2 + \theta_D^2}\,.$$

Доверительную границу случайной погрешности для диаметра ε_D рассчитать по формуле:

$$\varepsilon_D = t_\alpha(n)S(\overline{D}) = t_\alpha(n)\sqrt{\frac{1}{n\cdot(n-1)}\sum_{i=1}^{n}(D_i - \overline{D})^2}\,.$$

Доверительную границу систематической погрешности для диаметра тела θ_D рассчитывают по формуле:

$$\theta_D = t_\alpha(\infty)\frac{\delta}{3}.$$

Значение коэффициентов Стьюдента, соответствующее доверительной вероятности α и числу измерений n находим по таблице коэффициентов Стьюдента (см. стр. 10).

7. Вычислить значение границы общей погрешности для высоты тела (Δh) по формуле:

$$\Delta h = \sqrt{\varepsilon_h^2 + \theta_h^2}\ .$$

Доверительную границу случайной погрешности для высоты ε_h рассчитывают по формуле:

$$\varepsilon_h = t_\alpha(n)S(\bar{h}) = t_\alpha(n)\sqrt{\frac{1}{n\cdot(n-1)}\sum_{i=1}^{n}(h_i - \bar{h})^2}\ .$$

Доверительную границу систематической погрешности для высоты тела θ_h рассчитывают по формуле:

$$\theta_h = t_\alpha(\infty)\frac{\delta}{3}.$$

8. Вычислить значение доверительной границы общей погрешности для числа π ($\Delta\pi$).

9. Рассчитать значение доверительной границы общей погрешности плотности тела, исходя из формулы:

$$\Delta\rho = \gamma\bar{\rho},$$

где γ – относительная ошибка

$$\gamma = \frac{\Delta\rho}{\bar{\rho}} = \sqrt{\left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\Delta\pi}{\pi}\right)^2 + 4\left(\frac{\Delta D}{\bar{D}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta h}{\bar{h}}\right)^2},$$

$\bar{\rho}$ – среднее значение плотности тела, определяемое по формуле

$$\bar{\rho} = \frac{4m}{\pi\bar{D}^2\bar{h}}.$$

10. Записать окончательный результат в виде:

$$\rho = (\bar{\rho} \pm \Delta\rho)\ \text{г/см}^3,\ \text{при}\ \alpha = 95\%.$$

Контрольные вопросы

1. Классификация погрешностей.
2. Как рассчитать доверительные границы систематической погрешности прямых однократных измерений, прямых многократных измерений и постоянных величин?
3. Как рассчитать доверительную границу случайной погрешности?
4. При каких условиях можно пренебречь случайной, систематической погрешностями?
5. Как определяются границы общей погрешности прямых измерений?
6. Как рассчитать границу общей погрешности косвенных измерений?
7. Объяснить смысл границы общей погрешности, относительной погрешности и доверительной вероятности?
8. В каком виде записывается окончательный результат проведенных измерений?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №2

ПРОВЕРКА ОСНОВНОГО ЗАКОНА ДИНАМИКИ ПОСТУПАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ НА МАШИНЕ АТВУДА

Цель работы: изучение основного закона динамики поступательного движения падающего груза.

Приборы и принадлежности: машина Атвуда, наборы грузов и перегрузов.

Теоретические сведения

При движении тела любая его точка описывает в пространстве линию, называемую траекторией. Если траектории всех точек тела представляют прямую, то движение называется прямолинейным. Если модуль (величина) скорости тела с течением времени увеличивается или уменьшается, то движение называется, соответственно, ускоренным или замедленным. Всякое ускорение есть результат действия силы на движущееся тело со стороны других тел.

Основной закон динамики поступательного движения (второй закон Ньютона) в векторном виде выражается следующим соотношением

$$\vec{F}_p = m\vec{a}\,,$$

где a – ускорение, приобретаемое телом под действием силы; m – масса движущегося тела; $\vec{F}_p$ – вектор результирующей всех внешних сил, действующих на тело. Вектор результирующей силы определяется как

$$\vec{F}_p = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i \,,$$

где $\vec{F}_i$ – вектор отдельных внешних сил, действующих на тело.

Законы Ньютона экспериментально достаточно точно проверить нельзя, т. к. трудно учесть действия всех сил. Однако следствия, вытекающие из этих законов, проверить можно. Установив проверкой правильность следствия, можно утверждать справедливость законов Ньютона.

Если величины результирующих сил, действующих на одно и то же тело различны, то ускорения, приобретаемые телами под действием этих сил, также будут разными. Вследствие этого отношения величин равнодействующей силы к вызываемых их ускорений соответственно равны

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{F_1}{F_2}. \qquad (1)$$

Данное выражение является следствием II закона Ньютона.

Выполнение соотношение (1) можно экспериментально проверить.

Рассмотрим движение двух грузов, подвешенных на нити, которая перекинута через неподвижный блок (рис. 1).

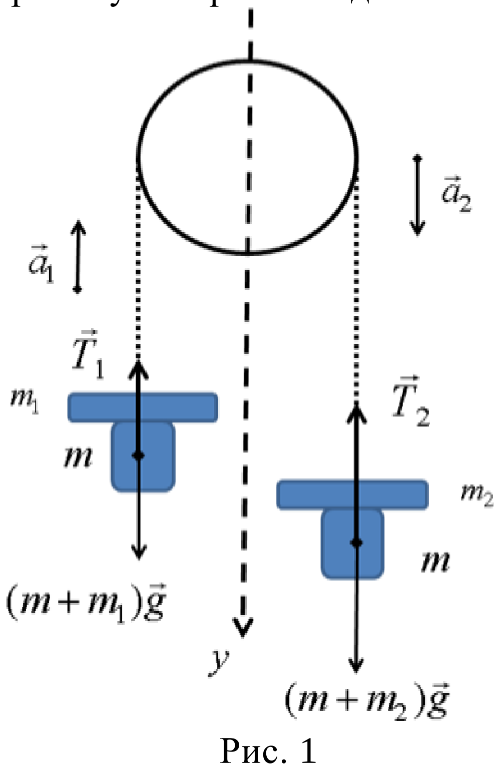


Рис. 1

Совместим начало системы координат с осью блока и направим ось y вертикально вниз. Обозначим массы грузов m, а массы левого и правого перегрузов – соответственно через m_1 и m_2. Предположим, что блок и нить невесомы, нить нерастяжима, сила трения мала.

Пусть в первом случае масса перегруза m_1 находится в левой стороне машины Атвуда, а масса перегруза m_2 – на правой части. Тогда равнодействующая сила, обуславливающая движение грузов и перегрузов, при этом будет равна разности сил тяжести правого и левого перегрузов

$$F_1 = P_2 - P_1 = (m_2 - m_1)g \,.$$

Если переложим перегруз m_1 с левой стороны на перегруз m_2 на правую сторону нити, то замкнутость системы не нарушится (масса движущейся системы не меняется), но ускорение движения системы увеличится. Равнодействующая сила в этом случае будет равна сумме сил тяжести правого и левого перегрузов

$$F_2 = P_2 + P_1 = (m_2 + m_1)g\,.$$

Тогда отношение сил определяет выражение

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} = X\,. \qquad (2)$$

Так как равнодействующие силы F_1 и F_2 в обоих случаях отличны от нуля, движение системы равноускоренное. Учтем, что в каждом случае система грузов проходят равные пути и имеет каждый раз нулевую начальную скорость. Используя формулу пути равноускоренного движения с нулевой начальной скоростью

$$S = h = \frac{at^2}{2}\,,$$

получим, что отношение ускорений равно обратному отношению квадратов соответствующих времен:

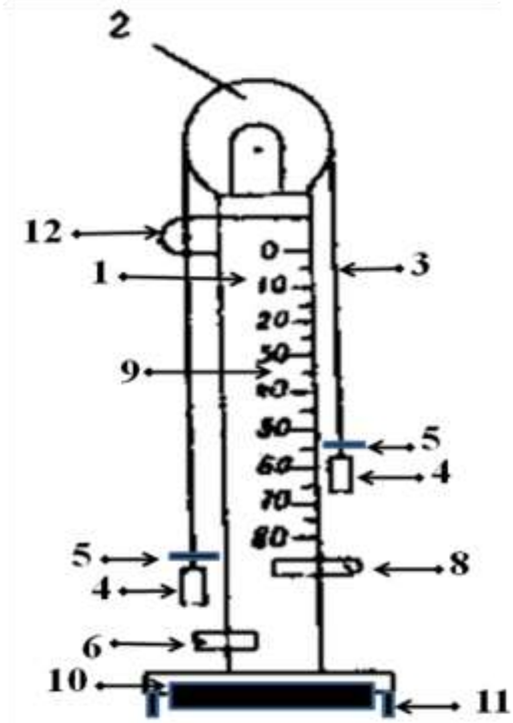
$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{\bar{t}_2^{\,2}}{\bar{t}_1^{\,2}} = Y\,. \qquad (3)$$

Таким образом, определение равенства отношения сил (X) и ускорений (Y), возможно экспериментально подтвердить выполнение следствие (1), полученного из закона Ньютона.

Описание установки

Схема экспериментальной установки на основе машины Атвуда (рис. 2, *а*) приведена на рис. 2, *б*.

Машина Атвуда (рис. 2, *б*) состоит из вертикального штатива 1, на который крепится легкий блок 2, через который перекинута нить 3 с грузом 4 массой m. Масса этого груза может быть увеличена добавочными небольшими перегрузами 5 массами m_1 и m_2. Левый груз с перегрузом при выполнении работы необходимо опускать вниз, чтобы поднять правый груз с перегрузом на определенную высоту. В нижней части штатива установлен приемный столик 6, кронштейн с закрепленным фотодатчиком 8. На корпусе кронштейна имеется риска, совпадающая с оптической осью фотодатчика. В момент удара груза по чашечке приемного столика 6 происходит пересечение движущегося груза оптической оси фотодатчика. Вследствие этого разрывается цепь счетчик – секундомера и прекращается отсчет времени.



а *б*

Рис.2

На вертикальном штативе укреплена линейка 9 с сантиметровыми делениями, по которой определяют начальное и конечное положения грузов. Начальное положение определяют по нижнему срезу груза m, а конечное – по риске на корпусе кронштейна, где укреплен фотодатчик 8.

Секундомер 10 представляет собой прибор с цифровой индикацией времени. При нажатии кнопки «пуск» секундомера происходит растормножение электромагнита и груз массой m с перегрузами m_1 и m_2 придет в движение и начинается отсчет времени. Регулировочные опоры 11 используют для регулировки положения экспериментальной установки на лабораторном столе

Перед проведением опытов прибор следует установить в строго вертикальное положение с помощью ножек - винтов опоры.

При движении системы грузов кроме равнодействующей силы, обуславливающей движение грузов и перегрузов, в узле блока возникает сила трения и крутящийся момент, пренебречь которыми нельзя, т. к. по величине они сравнимы с теми силами, которые приводят в движение систему. Поэтому перед началом работы сила трения должна быть скомпенсирована. Это условие выполняется, если оба груза, подвешенные на нити через блок, самопроизвольно не приходят в движение и во время подталкивания одного из них, они будут двигаться равномерно с той же скоростью, которую им сообщили. При этом если масса блока невелика по сравнению с массами падающих грузов, и трение мало, то раскручивание блока не требует приложения к нему крутящего момента и силы натяжения нити по обе стороны блока равны друг другу.

В настоящей работе предполагается по результатам опытов определить отношение сил по формуле (2) и отношение ускорений по формуле (3). Затем сравнив результаты с допущенными погрешностями при их измерении, проверить справедливость следствия II закона Ньютона $\frac{a_1}{a_2} = \frac{F_1}{F_2}$.

Порядок выполнения работы

1. Перекинуть через блок нить с двумя грузами и привести систему в положение равновесия.

2. Положить на левый и правый грузы соответственно перегрузы m_1 и m_2 Масса перегруза m_1 должна быть меньше массы m_2. Записать массы перегрузов в табл.

3. Установить правый перегруз в правом верхнем положении так, чтобы высота h его падения составляла не менее 5 см.

4. Включить секундомер нажатием кнопки «сеть». Нажать на кнопку «пуск» блока секундомера. Груз с перегрузом начнет опускаться и пойдет отсчет времени. Дождаться окончания отсчета времени t_1 секундомера и записать в табл.

5. Перед началом следующего опыта нажать на кнопку «сброс», обнулив показание секундомера, и возвратить правый груз с перегрузом на прежнее верхнее положение.

6. Пятикратно повторить измерение времени падения перегруза t_1 по п.п. 3-5 при неизменной геометрии эксперимента. Измерения записать в табл.

Таблица

n	m_1, г	m_2, г	t_1, с	$t_{1i} - \bar{t}_1$	$(t_{1i} - \bar{t}_1)^2$	t_2, с	$t_{2i} - \bar{t}_2$	$(t_{2i} - \bar{t}_2)^2$
			$\bar{t}_1$		$\sum(t_{1i} - \bar{t}_1)^2$	$\bar{t}_2$		$\sum(t_{2i} - \bar{t}_2)^2$

8. Переложить перегруз m_1 с левого груза на правый (на правом грузе находятся оба перегруза m_1 и m_2).

9. Пятикратно повторить измерение времени t_2 падения перегруза по п.п. 3-5 при той же высоте, что и в предыдущих опытах. Измерения записать в табл.1.

10. Рассчитать средние значения времен и квадраты разностей времен (по модулю) падения грузов с перегрузами и записать в табл.1.

11. Вычислить отношения сил (X) и ускорений (Y) по формулам (2) и (3) соответственно.

12. Вычислить доверительные границы общих погрешностей для X и Y по формулам

$$\Delta X = \gamma_x X, \qquad \text{где } \gamma_x = \frac{\Delta X}{X} = \frac{2\Delta m}{(m_2^2 - m_1^2)} \sqrt{(m_1{}^2 + m_2{}^2)},$$

$$\Delta Y = \gamma_Y Y, \qquad \text{где } \gamma_Y = \frac{\Delta Y}{Y} = 2\sqrt{(\frac{\Delta t_1}{\overline{t_1}})^2 + (\frac{\Delta t_2}{\overline{t_2}})^2},$$

где Δm - абсолютная ошибка измерения массы, которую рассчитывают как систематическая ошибка; Δt - абсолютная ошибка измерения времени, которую рассчитывают как случайная и систематическая ошибки.

13. Проверить выполнения неравенства

$$|X - Y| \le \sqrt{(\Delta X)^2 + (\Delta Y)^2}\,. \qquad (4)$$

14. Записать выводы по результатам расчетов. Если неравенство (4) выполняется, то соотношение (1) справедливо. Если неравенство не выполняется, то проанализируйте ошибки, допущенные в ходе выполнения работы.

Контрольные вопросы

1. Что называется средней и мгновенной скоростями? Как определяется их направление?

2. Что называется массой и весом тела? Какой смысл вкладывается в понятие силы?

3. Сформулировать законы Ньютона. Какова зависимость между этими законами? В каких случаях они справедливы?

4. Подсчитать силу натяжения нити, на которой подвешен груз, при равноускоренном и равнозамедленном движении груза вверх и вниз.

5. Какое следствие второго закона Ньютона проверяется в этой работе?

6. Почему перегруз m_1 перекладывают с одной стороны на другую, а не вносят извне?

Список литературы

1. Трофимова Т.И. Курс физики: Учеб. для вузов. М.: Высш. шк., 2004. 432с: ил.
2. Савельев И.В. Курс физики: в 3 Т. Т.1. Механика. Молекулярная физика. М.: Наука, 1989. 352с.
3. Бурученко А.Е. Физика. Часть 1. Красноярск, КрасГАСА, 1998 г.