

Министерство образования и науки Российской Федерации
СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ОБЩАЯ ФИЗИКА

МЕХАНИКА И МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

Лабораторный практикум

Красноярск
СФУ
2012

УДК 53(07)
ББК 22.3я73

Составители: А.Е.Бурученко, В. А. Захарова, В. Л. Серебренников, Г. Н. Харук, Л. В. Степанова, И. А. Логинов, С. И. Мушарапова.

Общая физика. Механика и молекулярная физика: лабораторный практикум / А. Е. Бурученко, В. А. Захарова, В. Л. Серебренников, Г. Н. Харук, Л. В. Степанова, И. А. Логинов, С. И. Мушарапова – Красноярск: Сиб. федер. Ун-т, 2012. – 92 с.

В пособии изложен краткий теоретический материал, дан порядок выполнения лабораторных работ, приведены контрольные вопросы и задания. Предназначено для студентов инженерных специальностей:

Специалист – 271101, 130102, 131000, 151000, 190110, 120401

Бакалавр – 022000, 280700, 190110, 190600, 240100, 270800, 230700

УДК 53(07)
ББК 22.3я73

© Сибирский
федеральный
университет, 2012

ИЗМЕРЕНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН

Курс физики составляет основу теоретической и экспериментальной подготовок инженера любого профиля, без которых невозможна его успешная деятельность. Одна из задач, которая ставится перед будущими инженерами, - овладение приемами и методами постановки физического эксперимента и обработка полученных результатов. Численные значения могут быть использованы лишь в том случае, если они достоверны. Однако любая величина может быть измерена лишь с некоторой, определяемой разными факторами точностью.

Ошибка измерения данной физической величины Δx представляет собой модуль разности между результатом измерения x и истинным значением A измеряемой величины, т.е. $\Delta x = |x - A|$. Истинное значение A физической величины, т.е. абсолютное ее значение, невозможно получить. Следовательно, неизвестна ошибка ее измерения Δx .

Поэтому основной задачей математической обработки результатов измерений является нахождение числового интервала, в котором может находиться истинное значение A измеряемой физической величины с определенной вероятностью.

1. КЛАССИФИКАЦИЯ ОШИБОК ИЗМЕРЕНИЯ

К основным видам ошибок относятся: случайные, систематические и грубые.

Систематические ошибки – это ошибки, вызванные факторами, действующими одинаковым образом при многократном повторении одних и тех же измерений. Систематические ошибки являются следствием как постоянных, так и случайных факторов, действующих внутри измерительной системы (прибора). Эти факторы обусловлены методом измерения физической величины и конструкцией прибора. Постоянными факторами могут быть: изогнутая стрелка прибора, смещение «нуля» прибора, силы трения и т.п. Внутри прибора случайными факторами являются изменения температуры, давления, влажности, электрических и магнитных полей, а также вибрация.

При неизменных внешних условиях процесса измерения систематическая ошибка остается постоянной величиной. Эта ошибка определяется до проведения измерений. Оценкой систематической ошибки служит доверительная граница систематической погрешности измерительного прибора (θ).

Случайные ошибки обусловлены различием значений физической величины при многократных ее измерениях. Они предопределены случайными факторами, действующими вне измерительного прибора на объект измерения и измерительный прибор. Эти факторы всегда присутствуют в эксперименте и возникают вследствие самых различных причин: изменения температуры, давления, влажности, электрических и магнитных полей, напряжения в сети,

вибрации, и т.д., действие которых заранее не может быть учтено и устранено. К случайным факторам следует отнести все те факторы, природа которых для нас неизвестна или неясна. Только после проведения серии измерений определяется случайная ошибка. Случайную ошибку можно минимизировать, увеличивая число измерений и используя формулы теории ошибок, основанные на теории вероятности. Оценкой случайной ошибки служит доверительная граница случайной погрешности измерений (ϵ).

Грубые ошибки или промахи являются результатом нарушения условий измерений, неисправности прибора, недосмотра экспериментатора или неправильно выбранной методики измерений. Внешним признаком грубой ошибки является резкое отличие значения физической величины от ее значений, полученных в предыдущих измерениях. В случае появления такого отличия необходимо проверить все условия измерений. При обнаружении факторов, вызвавших появление грубой ошибки, результат этого измерения аннулируется. Следует указать также на то, что значительное отклонение измеренной физической величины от ее среднего значения может быть обусловлено действием случайных факторов.

Таким образом, после проведения измерений в расчетах *учитываются* только *систематические и случайные ошибки*.

2. ВЕРОЯТНОСТЬ СОБЫТИЯ

Под событием B понимается всякое происходящее явление. Например, попадание в цель при выстреле. Событие называется достоверным, если оно должно произойти непременно, и, наоборот, событие называется невозможным, если оно заведомо не наступит.

Допустим, имеется возможность неограниченного повторения испытаний, в каждом из которых при сохранении неизменных условий отмечается появление или непоявление события B . Например, из 10 выстрелов (n) 7 выстрелов (Δn) попали в цель. Отношение $\frac{\Delta n}{n}$ принято называть частотой события B , т.е.

$$P(B) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\Delta n}{n} = 0,7. \quad (1)$$

Из выражения (1) видно, что вероятность достоверного события $P(B) = 1$ при $\Delta n = n$, а невозможного $P(B) = 0$ при $\Delta n = 0$. Таким образом, $0 < P(B) < 1$ при $0 < \Delta n < n$.

3. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ СЛУЧАЙНЫХ ОШИБОК ИЗМЕРЕНИЯ. ДОВЕРИТЕЛЬНЫЙ ИНТЕРВАЛ И ДОВЕРИТЕЛЬНАЯ ВЕРОЯТНОСТЬ

При неоднократном измерении одной и той же величины x результаты отдельных измерений x_1, x_2, \dots, x_n будут неодинаковы из-за наличия случайных ошибок.

В курсе математической статистики доказывается, что наилучшей оценкой истинного значения A измеряемой величины x является ее среднее арифметическое значение:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad (2)$$

где n – число измерений; x_i – результат отдельного измерения величины A .

Ошибка нам тоже неизвестна, поэтому имеется какая-то вероятность того, что истинное значение A лежит в некоторых пределах вблизи \bar{x} . Важно найти эти пределы или интервал, в пределах которого с заданной вероятностью обнаружится значение определяемой величины A . Для этого выбирают некоторую вероятность α , близкую к 1, и определяют для нее интервал от $\bar{x} - \Delta x$ до $\bar{x} + \Delta x$, в котором бы находилось значение определяемой величины. Этот интервал называется доверительным интервалом, а вероятность α – доверительной вероятностью, Δx – доверительная граница общей погрешности измерений.

Поясним смысл терминов: доверительная граница общей погрешности Δx и доверительная вероятность α . Для этого используем числовую ось.

Пусть среднее значение измеряемой величины – \bar{x} (рис. 1). Отложим Δx от \bar{x} справа и слева. Полученный числовой интервал от $\bar{x} - \Delta x$ до $\bar{x} + \Delta x$ называется доверительным интервалом.

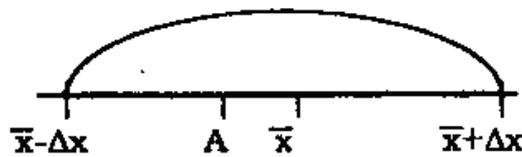


Рис. 1

Результаты ряда измерений можно наглядно представить в виде диаграммы, которая показывает, как часто получаются те или иные значения. Такая диаграмма называется гистограммой.

Чтобы построить гистограмму, надо весь диапазон измеренных значений от x_{\min} до x_{\max} разбить на равные интервалы (рис. 2) и подсчитать относительную частоту $\Delta n/n$ попаданий результатов измерения в каждый интервал (n – число всех измерений, Δn – число измерений, попадающих в данный интервал).

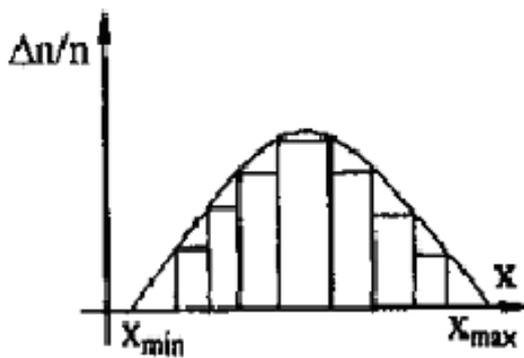


Рис. 2

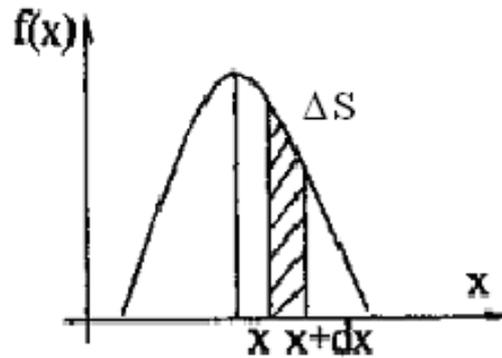


Рис. 3

Если увеличивать число измерений, ступенчатая кривая будет приближаться к гладкой кривой, которая называется кривой распределения случайной величины x_i . Величина $f(x)$, пропорциональна доле числа отсчетов $\Delta n/n$, попадающей в каждый интервал. Она называется плотностью вероятности.

Смысл плотности вероятности заключается в том, что произведение $f(x)dx$ дает долю полного числа отсчетов n , приходящуюся на интервал от x до $x+dx$ или, иначе говоря, вероятность того, что результат любого отдельного измерения x_i будет иметь значение, лежащее в указанном интервале. Эта вероятность численно равна площади заштрихованной криволинейной трапеции ΔS .

Вся площадь под кривой распределения определяется как произведение вероятности попадания измеренного значения на всю числовую ось x и равна 1, т.е.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} P(x)dx = 1,$$

где $P(x)$ – функция распределения случайной величины x .

Математически закон распределения случайной величины x выражается законом Гаусса (нормальный закон распределения) и имеет вид

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-A)^2}{2\sigma^2}} \quad (3)$$

где $f(x)$ – функция плотности вероятности; e – основание натурального логарифма; x – результат очередного измерения; A – истинное значение измеряемой величины; σ^2 – дисперсия, которая определяется по формуле

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \bar{x})^2 f(x) dx.$$

Поскольку дисперсия имеет размерность квадрата случайной величины, а это не всегда удобно, то вводится средняя квадратичная ошибка σ , которая представляет собой положительный квадратный корень из дисперсии:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}.$$

Если средняя квадратичная ошибка σ неизвестна, то вместо нее используют величину $S(\bar{x})$ – среднее квадратичное отклонение среднего результата.

$$S(\bar{x}) = \sqrt{\frac{1}{n-1} \left(x_1^2 - x^2 + x_2^2 - x^2 + x_3^2 - x^2 + \dots + x_n^2 - x^2 \right)} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n x_i^2 - x^2}. \quad (4)$$

Как видно из выражения (3), функция плотности вероятности для распределения Гаусса является функцией двух параметров – A и σ . Распределение Гаусса симметрично относительно A (или \bar{x}), его ширина пропорциональна σ (рис.4). Чем точнее измерения, тем плотнее вблизи среднего значения лежат результаты отдельных измерений, т.е. величина σ меньше. С уменьшением σ фигура, образуемая кривой распределения, сужается и вытягивается вверх. При этом площади под кривыми распределения будут равны между собой, т.к. вероятность попадания случайной величины на всю числовую ось равна 1. С увеличением числа измерений $S(\bar{x})$ стремится к средней квадратичной ошибке $\sigma = \lim_{x \rightarrow \infty} S(\bar{x})$.

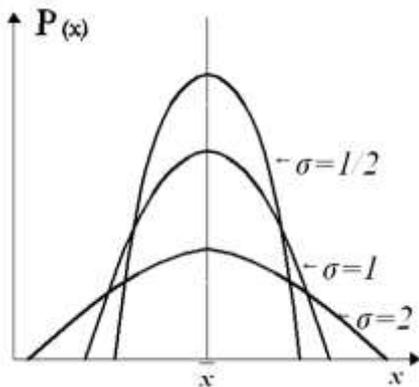


Рис. 4

Следовательно, $S(\bar{x})$ является приближенным значением средней квадратичной ошибки σ , т.е. ее оценкой, которая тем ближе к σ , чем больше число проведенных измерений. Из формулы (4) следует, что с увеличением числа измерений средняя квадратичная ошибка изменяется обратно пропорционально корню квадратному из числа измерений. Однако в действительности существует предел уменьшения средней квадратичной ошибки за счет

увеличения числа измерений. Существование этого предела обусловлено наличием систематических ошибок, которые в действительности всегда существуют и не изменяются при увеличении числа измерений. Поэтому обычно производят небольшое (5-6) число измерений.

Задаваясь определенной доверительной вероятностью α , можно определить отношение доверительной границы случайной погрешности ε к среднему квадратичному отклонению $S(\bar{x})$, т.е. найти

$$\frac{\varepsilon}{S(\bar{x})} = t_{\alpha}(n).$$

Отношение $t_{\alpha}(n)$ называется коэффициентом Стьюдента, который не зависит от среднего квадратичного отклонения, а зависит лишь от выбора доверительной вероятности и числа измерений n . Это позволило Стьюденту составить таблицу значений коэффициентов (табл.).

4. РАСЧЕТ СЛУЧАЙНОЙ, СИСТЕМАТИЧЕСКОЙ И ОБЩЕЙ (АБСОЛЮТНОЙ) ОШИБОК ПРЯМЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

На основе результатов измерений величины A , мы можем определить доверительную границу случайной погрешности (ε) по формуле

$$\varepsilon = t_{\alpha}(n)S(\bar{x}) = t_{\alpha}(n)\sqrt{\frac{1}{n(n-1)}\sum_{i=1}^n(x_i - \bar{x})^2}, \quad (5)$$

где x_i – результат отдельного измерения величины A ; \bar{x} – средний арифметический результат измерения; n – число измерений.

Таблица

Коэффициенты Стьюдента

Число измерений n	Доверительная вероятность			
	$\alpha = 0,68$ (68%)	$\alpha = 0,95$ (95%)	$\alpha = 0,99$ (99%)	$\alpha = 0,997$ (99,7%)
3	1,32	4,70	9,9	19,2
4	1,20	3,18	5,8	9,2
5	1,15	2,78	4,6	6,6
6	1,11	2,57	4,0	5,5
7	1,09	2,45	3,7	4,9
8	1,08	2,37	3,5	4,5
9	1,07	2,31	3,4	4,3
10	1,06	2,26	3,2	4,1
11	1,05	2,23	3,1	4,0
15	1,03	2,13	3,0	3,6
20	1,03	2,09	2,9	3,4
30	1,02	2,04	2,8	3,3
50	1,01	2,01	2,7	3,2
100	1,00	1,98	2,6	3,1
200	1,00	1,97	2,6	3,0
∞	1,00	1,96	2,58	3,0

Для определения доверительной границы систематической погрешности (θ) используют предел допускаемой погрешности средства измерения δ , который указан в паспорте каждого измерительного прибора. Он может быть также рассчитан и по формуле

$$\delta = \frac{\Delta \cdot X_N}{100}, \quad (6)$$

где Δ – класс точности измерительного устройства (обычно указывается на шкале прибора); X_N – нормирующее значение (конечное значение рабочей шкалы). Зачастую предел допускаемой погрешности средства измерения рассчитывают как половину цены наименьшего деления шкалы прибора.

Зная коэффициент Стьюдента $t_{\alpha}(\infty)$ и предел допускаемой погрешности средства измерения δ , можно рассчитать доверительную границу систематической погрешности по формуле

$$\theta = t_{\alpha}(\infty) \frac{\delta}{3}. \quad (7)$$

Если при измерениях случайная и систематическая ошибки одного порядка, то необходимо учитывать обе погрешности. Тогда доверительная граница общей погрешности (ее называют также абсолютной ошибкой) измерения определяется по формуле

$$\Delta x = \sqrt{\varepsilon^2 + \theta^2} \quad (8)$$

или

$$\Delta x = \sqrt{\left[t_{\alpha}(n) \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum (x_i - \bar{x})^2} \right]^2 + \left[t_{\alpha}(n) \frac{\delta}{3} \right]^2}.$$

Если систематическая ошибка $\theta < 0,8 \cdot S(\bar{x})$, то ей пренебрегают, и тогда абсолютная ошибка рассчитывается по формуле

$$\Delta x = \varepsilon = t_{\alpha}(n) \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}.$$

Если же $\theta > 0,8 \cdot S(\bar{x})$, то пренебрегают случайной ошибкой, и тогда абсолютная ошибка рассчитывается по формуле

$$\Delta x = \theta = t_{\alpha}(\infty) \frac{\delta}{3}.$$

Если случайные ошибки окажутся меньше ошибки, обусловленной конструкцией прибора, то нет необходимости производить измерения многократно. При этом так же, как при однократных измерениях, ошибку принимают равной половине цены наименьшего деления шкалы прибора.

Окончательный результат измерений записывается в виде $A = (\bar{x} \pm \Delta x)$, при $\alpha = \dots$ (значение доверительной вероятности α выбирается экспериментатором).

Числовое значение результата измерения должно заканчиваться цифрой того же разряда, что и значение ошибки.

Единицу измерения и выбранную доверительную вероятность α пишут после скобок, в которые заключают доверительный интервал, например: $H = (14,82 \pm 0,03)$ мм, при $\alpha = 0,95$.

5. ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ КОСВЕННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

При косвенных измерениях физическую величину вычисляют по результатам прямых измерений других величин, с которыми она связана функциональной зависимостью, выражающей физическую закономерность. Например,

измерение плотности вещества является косвенным, т.к. ее вычисляют по результатам измерения массы и объема тела. Пусть искомая физическая величина y связана с другими величинами x_1, x_2, \dots, x_n некоторой функциональной зависимостью.

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n),$$

где x_1, x_2, \dots, x_n - величины, полученные при прямых измерениях, и табличные данные.

Требуется определить абсолютную Δy и относительную γ ошибки величины y .

В теории погрешностей доказывается, что абсолютная ошибка (доверительная граница погрешности) косвенного измерения Δy рассчитывается по формуле

$$\Delta y = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta x_1\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2} \Delta x_2\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n} \Delta x_n\right)^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta x_i\right)^2},$$

где $\frac{\partial f}{\partial x_i}$ – частная производная функции $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ по переменной x_i ; Δx_i

– абсолютная ошибка отдельного прямого измерения величины x_i .

Абсолютные ошибки $\Delta x_1, \Delta x_2, \dots$ определяются для одного и того же значения уровня доверительной вероятности α с использованием коэффициентов Стьюдента. Расчет Δx_i производится по формуле (8). Среднее значение измеряемой величины рассчитывается по формуле (2).

Относительную ошибку косвенных измерений рассчитывают по формуле

$$\gamma = \frac{\Delta y}{\bar{y}} = \frac{1}{\bar{y}} \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta x_i\right)^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \cdot \frac{1}{\bar{y}} \Delta x_i\right)^2}. \quad (9)$$

В большинстве случаев проще сначала вычислить относительную ошибку, а затем абсолютную ошибку по формуле

$$\Delta y = \gamma \cdot \bar{y}. \quad (10)$$

Таким образом, при обработке результатов косвенных измерений:

1. Если искомая физическая величина y представляет собой сумму или разность физических величин, измеряемых непосредственно, то проще сначала найти абсолютную ошибку.

$$\Delta y = \sqrt{(\Delta x_1)^2 + (\Delta x_2)^2 + \dots + (\Delta x_n)^2}. \quad (11)$$

2. Если искомая физическая величина y представляет собой произведение или частное, то легче сначала найти относительную ошибку, которая может быть рассчитана по формуле (9), а затем найти абсолютную по формуле (10).

3. Если в расчетную формулу искомой величины входят величины, которые не измеряются в данном эксперименте и известны с достаточно

большой точностью (например, π , g и т.д.), то их значения следует выбирать таким образом, чтобы относительной погрешностью этих величин можно было пренебречь по сравнению с другими погрешностями. Для этого их относительная погрешность должна быть на порядок (в 10 раз) меньше наибольшей относительной погрешности физических величин, измеряемых непосредственно.

Если табличные или экспериментальные данные приводятся без указания погрешности, то абсолютную ошибку принимают равной половине порядка последней значащей цифры. Например: $\pi=3,14$, $\Delta\pi=0,005$.

При обработке результатов измерений необходимо проделать следующее:

1. Провести измерения n раз (обычно 5).
2. Вычислить среднее арифметическое значение по формуле (2).
3. Задать доверительную вероятность α (обычно $\alpha = 0,95$).
4. По таблице найти коэффициент Стьюдента, соответствующий заданной доверительной вероятности α и числу проведенных измерений n .
5. Вычислить случайную и систематическую ошибки по формулам (5), (7) и сравнить их. Абсолютную ошибку рассчитать как сумму случайной и систематической ошибок, или выбрать большую из них.
6. По формулам (9, 10) вычислить относительную ошибку.
7. Если физическая величина определяется косвенно, то:
 - а) для формул, где искомая величина представляет сумму или разность физических величин, сначала найти абсолютную ошибку по формуле (11), а затем относительную по формуле (10);
 - б) для формул, где искомая величина представляет произведение или частное, сначала найти относительную ошибку по формуле (9), а затем абсолютную по формуле (10).
8. Окончательный результат записать в виде

$$y = \bar{y} \pm \Delta y, \text{ при } \alpha = \dots.$$

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЛОТНОСТИ ОДНОРОДНОГО ТЕЛА ПРАВИЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ

Цель работы: определить плотность твердого тела и на примере ее расчета научиться производить расчет погрешности измерений.

Приборы и принадлежности: тело цилиндрической формы, штангенциркуль.

Теоретические сведения

Плотностью вещества называется физическая величина, равная отношению массы тела m к его объему V :

$$\rho = \frac{m}{V}. \quad (1)$$

Это отношение определяет массу вещества, содержащегося в единице объема.

По формуле (1) можно вычислить плотность только для однородных тел. При неравномерном распределении массы тела по его объему плотность вещества неодинакова в различных частях тела, поэтому вводят понятие плотности в некоторой части тела

$$\rho = \frac{dm_i}{dV_i},$$

где dm_i - масса вещества в элементарном объеме dV_i .

Плотность всего неоднородного тела вычисляют как среднюю плотность вещества

$$\rho_T = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{dm_i}{dV_i}. \quad (2)$$

В настоящей работе определяют плотность вещества, из которого сделано однородное тело цилиндрической формы. Объем этого тела

$$V = \frac{\pi D^2 h}{4}. \quad (3)$$

Подставив (3) в (1), получим формулу для вычисления плотности вещества

$$\rho = \frac{4m}{\pi D^2 h}, \quad (4)$$

где массу тела m определяют с помощью технических весов, диаметр D и высоту h измеряют штангенциркулем.

Порядок выполнения работы

1. Записать в таблицу массу тела, указанную на цилиндре.
2. Ознакомиться с измерительным прибором - штангенциркулем. Определить точность прибора. Проверить, совпадает ли нуль шкалы штангенциркуля.
3. Измерить на обоих концах цилиндра диаметр с помощью штангенциркуля. Провести 5 измерений, поворачивая цилиндр вокруг его оси. Результаты записать в таблицу.
4. Измерить высоту цилиндра с помощью штангенциркуля 5 раз, повернув перед каждым измерением цилиндр вокруг его оси на некоторый угол (около 45°). Результаты записать в таблицу.

Таблица

n	D_i , см	$D_i - \bar{D}$, см	$(D_i - \bar{D})^2$, см ²	m, г	h_i , см	$h_i - \bar{h}$, см	$(h_i - \bar{h})^2$, см ²
1							
2							
3							
4							
5							
	\bar{D} , см		$\sum (D_i - \bar{D})^2$, см ²		\bar{h} , см		$\sum (h_i - \bar{h})^2$, см ²

5. Вычислить значение границы общей погрешности для массы (Δm), которая определяется только систематической погрешностью по формуле:

$$\Delta m = \theta_m = t_\alpha(\infty) \frac{\delta}{3},$$

где δ – предел допускаемой погрешности средства измерения, которую рассчитывают как половину цены наименьшего деления шкалы прибора. Значение коэффициента Стьюдента, соответствующее доверительной вероятности α и числу измерений n найти по таблице коэффициентов Стьюдента (см. с.8).

6. Вычислить значение границы общей погрешности для диаметра (ΔD) по формуле:

$$\Delta D = \sqrt{\varepsilon_D^2 + \theta_D^2}.$$

Доверительную границу случайной погрешности для диаметра ε_D рассчитать по формуле:

$$\varepsilon_D = t_\alpha(n) S(\bar{D}) = t_\alpha(n) \sqrt{\frac{1}{n \cdot (n-1)} \sum_{i=1}^n (D_i - \bar{D})^2}.$$

Доверительную границу систематической погрешности для диаметра тела θ_D рассчитать по формуле:

$$\theta_D = t_\alpha(\infty) \frac{\delta}{3}.$$

Значение коэффициентов Стьюдента, соответствующее доверительной вероятности α и числу измерений n найти по таблице коэффициентов Стьюдента (см. с.8).

7. Вычислить значение границы общей погрешности для высоты тела (Δh) по формуле:

$$\Delta h = \sqrt{\varepsilon_h^2 + \theta_h^2}.$$

Доверительную границу случайной погрешности для высоты ε_h рассчитать по формуле:

$$\varepsilon_h = t_\alpha(n) S(\bar{h}) = t_\alpha(n) \sqrt{\frac{1}{n \cdot (n-1)} \sum_{i=1}^n (h_i - \bar{h})^2}.$$

Доверительную границу систематической погрешности для высоты тела θ_h рассчитать по формуле:

$$\theta_h = t_{\alpha}(\infty) \frac{\delta}{3}.$$

8. Вычислить значение доверительной границы общей погрешности $\Delta\pi$ для числа π .

9. Рассчитать значение доверительной границы общей погрешности плотности тела, исходя из формулы:

$$\Delta\rho = \gamma \cdot \bar{\rho},$$

где γ – относительная ошибка

$$\gamma = \frac{\Delta\rho}{\bar{\rho}} = \sqrt{\left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\Delta\pi}{\pi}\right)^2 + 4\left(\frac{\Delta D}{D}\right)^2 + \left(\frac{\Delta h}{h}\right)^2},$$

$\bar{\rho}$ – среднее значение плотности тела, определяемое по формуле

$$\bar{\rho} = \frac{4m}{\pi D^2 h}.$$

10. Записать окончательный результат в виде:

$$\rho = (\bar{\rho} \pm \Delta\rho) \text{ г/см}^3, \text{ при } \alpha = 95\%.$$

Контрольные вопросы

1. Дать классификацию погрешностей.
2. Как рассчитать доверительные границы систематической погрешности прямых однократных измерений, прямых многократных измерений и постоянных величин?
3. Как рассчитать доверительную границу случайной погрешности?
4. При каких условиях можно пренебречь случайной или систематической погрешностями?
5. Как определить границы общей погрешности прямых измерений?
6. Как рассчитать границу общей погрешности косвенных измерений?
7. Объяснить смысл границы общей погрешности, относительной погрешности и доверительной вероятности.
8. В каком виде записывается окончательный результат проведенных измерений?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №2

ПРОВЕРКА ОСНОВНОГО ЗАКОНА ДИНАМИКИ ПОСТУПАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ НА МАШИНЕ АТВУДА

Цель работы: изучение основного закона динамики поступательного движения падающего груза.

Приборы и принадлежности: машина Атвуда, наборы грузов и перегрузов.

Теоретические сведения

При движении тела любая его точка описывает в пространстве линию, называемую траекторией. Если траектории всех точек тела представляют прямую, то движение называется прямолинейным. Если модуль (величина) скорости тела с течением времени увеличивается или уменьшается, то движение называется, соответственно, ускоренным или замедленным. Всякое ускорение есть результат действия силы на движущееся тело со стороны других тел.

Основной закон динамики поступательного движения (второй закон Ньютона для случая неизменной массы) в векторном виде выражается следующим соотношением

$$\vec{F}_p = m\vec{a},$$

где a – ускорение, приобретаемое телом под действием силы; m – масса движущегося тела; \vec{F}_p – вектор результирующей всех внешних сил, действующих на тело. Вектор результирующей силы определяется как геометрическая сумма векторов \vec{F}_i отдельных внешних сил, действующих на тело:

$$\vec{F}_p = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i.$$

Законы Ньютона экспериментально достаточно точно проверить нельзя, так как трудно учесть действие всех сил. Однако следствия, вытекающие из этих законов, проверить можно. Установив проверкой правильность следствия, можно утверждать справедливость законов Ньютона.

Если величины результирующих сил, действующих на одно и то же тело различны, то ускорения, приобретаемые телами под действием этих сил, также будут разными. Вследствие этого отношения величин равнодействующей силы к вызываемым их ускорениям соответственно равны

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{F_1}{F_2}. \quad (1)$$

Данное выражение является следствием II закона Ньютона.

Выполнение соотношения (1) можно экспериментально проверить.

Рассмотрим движение двух грузов, подвешенных на нити, которая перекинута через неподвижный блок (рис. 1).

Совместим начало системы координат с осью блока и направим ось y вертикально вниз. Обозначим массы грузов m , а массы левого и правого перегрузов – соответственно через m_1 и m_2 . Предположим, что блок и нить невесомы, нить нерастяжима, сила трения мала.

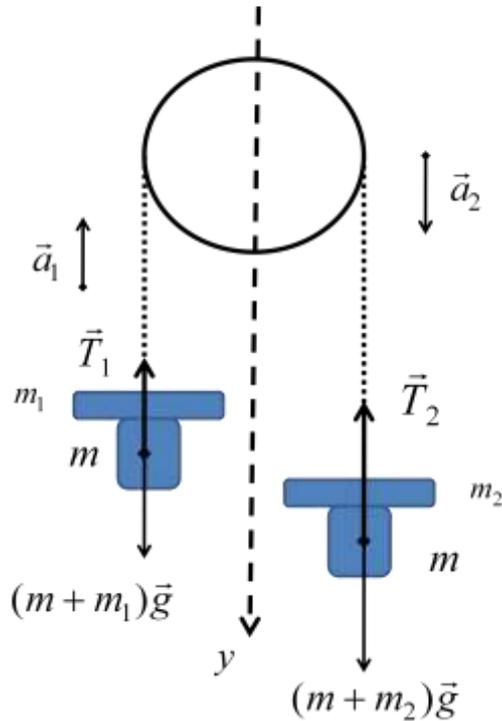


Рис. 1

Пусть в первом случае масса перегруза m_1 находится на левой стороне машины Атвуда, а масса перегруза m_2 – на правой. Тогда равнодействующая сила, обуславливающая движение грузов и перегрузов, при этом будет равна разности сил тяжести правого и левого перегрузов

$$F_1 = P_2 - P_1 = (m_2 - m_1)g .$$

Если убрать перегруз m_1 с левой стороны и переложить его на перегруз m_2 справа, то замкнутость системы не нарушится (масса движущейся системы не меняется), но ускорение движения системы увеличится. Равнодействующая сила в этом случае будет равна сумме сил тяжести правого и левого перегрузов

$$F_2 = P_2 + P_1 = (m_2 + m_1)g .$$

Тогда отношение сил определяет выражение

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} = X . \quad (2)$$

Так как равнодействующие силы F_1 и F_2 в обоих случаях отличны от нуля, движение системы равноускоренное. Учтем, что в каждом из этих случаев система грузов проходит равные пути и имеет каждый раз нулевую начальную скорость. Используя формулу пути равноускоренного движения с нулевой начальной скоростью

$$S = h = \frac{at^2}{2} ,$$

получим, что отношение ускорений равно обратному отношению квадратов соответствующих времен:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{t_2^2}{t_1^2} = Y . \quad (3)$$

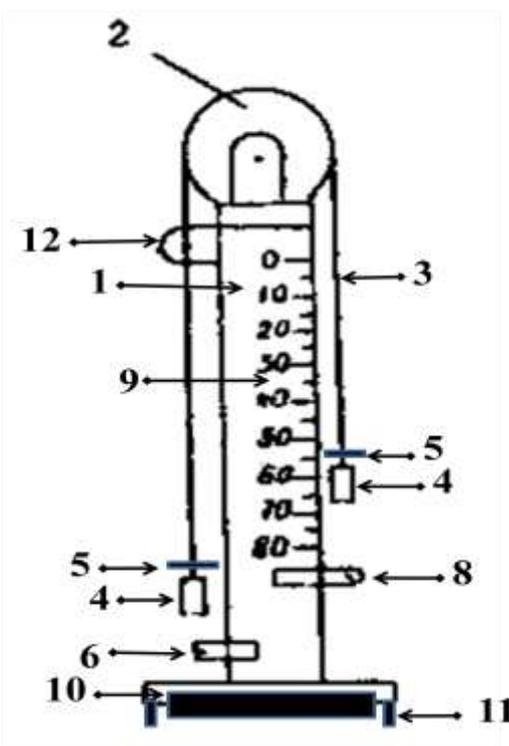
Таким образом, сравнением величин отношения сил (X) и отношения ускорений (Y), возможно экспериментально исследовать справедливость выполнения следствия (1), полученного из закона Ньютона.

Описание установки

Схема экспериментальной установки на основе машины Атвуда (рис. 2, а) приведена на рис. 2, б.



а



б

Рис.2

Машина Атвуда (рис. 2, б) состоит из вертикального штатива 1, на который крепится легкий блок 2, через который перекинута нить 3 с грузом 4 массой m . Масса этого груза может быть увеличена добавочными небольшими перегрузами 5 массами m_1 и m_2 . Левый груз с перегрузом при выполнении работы необходимо опускать вниз, чтобы поднять правый груз с перегрузом на определенную высоту. В нижней части штатива установлен приемный столик 6, кронштейн с закрепленным фотодатчиком 8. На корпусе кронштейна имеется риска, совпадающая с оптической осью фотодатчика. В момент удара груза по чашечке приемного столика 6 он пересекает оптическую ось фотодатчика. Вследствие этого секундомер прекращает отсчет времени падения груза.

На вертикальном штативе укреплена линейка 9 с сантиметровыми делениями, по которой определяют начальное и конечное положения грузов. Начальное положение определяют по нижнему срезу груза m , а конечное – по риске на корпусе кронштейна, где укреплен фотодатчик 8.

Секундомер 10 представляет собой прибор с цифровой индикацией времени. При нажатии кнопки секундомера «пуск» происходит расторможение электромагнита, правый груз с большим перегрузом (или двумя перегрузами) приходит в движение, и начинается отсчет времени.

Регулировочные опоры 11 используют для регулировки положения экспериментальной установки на лабораторном столе. Перед проведением опытов

прибор следует установить в строго вертикальное положение с помощью ножек - винтов опоры.

При движении системы грузов кроме равнодействующей силы, обуславливающей движение грузов и перегрузов, в узле блока возникает сила трения и крутящийся момент, пренебречь которыми нельзя, т.к. по величине они сравнимы с теми силами, которые приводят в движение систему. Поэтому перед началом работы сила трения должна быть скомпенсирована. Это условие выполняется, если оба груза, подвешенные через блок на нити, самопроизвольно не приходят в движение, и во время подталкивания одного из них они будут двигаться равномерно с той же скоростью, которую им сообщили. При этом если масса блока невелика, по сравнению с массами падающих грузов, и трение мало, то раскручивание блока не требует приложения к нему крутящего момента и силы натяжения нити по обе стороны блока равны друг другу.

В настоящей работе предполагается по результатам опытов определить отношение сил по формуле (2) и отношение ускорений по формуле (3). Затем, сравнив результаты с допущенными при их измерении погрешностями, проверить справедливость следствия II закона Ньютона $\frac{a_1}{a_2} = \frac{F_1}{F_2}$.

Порядок выполнения работы

1. Перекинуть через блок нить с двумя грузами и привести систему в положение равновесия.
2. Положить на левый и правый грузы соответственно перегрузы m_1 и m_2 . Масса перегруза m_1 должна быть меньше массы m_2 . Записать массы перегрузов в табл.
3. Установить правый груз с перегрузом в верхнем положении так, чтобы высота h его падения составляла не менее 5 см.
4. Включить секундомер нажатием кнопки «сеть». Нажать на кнопку «пуск». Груз с перегрузом начнет опускаться и пойдет отсчет времени. Дождаться окончания отсчета времени t_1 секундомера и записать в табл.
5. Перед началом следующего опыта нажать на кнопку «сброс», обнулив показание секундомера, и вернуть правый груз с перегрузом на прежнее верхнее положение.
6. Пятикратно повторить измерение времени падения перегруза t_1 по п.п. 3-5 при неизменной геометрии эксперимента. Измерения записать в табл.

Таблица

n	m_1, Γ	m_2, Γ	$t_1, \text{с}$	$t_{1i} - \bar{t}_1$	$(t_{1i} - \bar{t}_1)^2$	$t_2, \text{с}$	$t_{2i} - \bar{t}_2$	$(t_{2i} - \bar{t}_2)^2$
			\bar{t}_1		$\sum (t_{1i} - \bar{t}_1)^2$	\bar{t}_2		$\sum (t_{2i} - \bar{t}_2)^2$

8. Переложить перегруз m_1 с левого груза на правый (теперь на правом грузе находятся оба перегруза m_1 и m_2).

9. Пятикратно повторить измерение времени t_2 падения перегруза по п.п. 3-5 при той же высоте, что и в предыдущих опытах. Измерения записать в табл.

10. Рассчитать средние значения времен и квадраты разностей времен падения грузов с перегрузами и записать в табл..

11. Вычислить отношения сил (X) и ускорений (Y) по формулам (2) и (3) соответственно.

12. Вычислить доверительные границы общих погрешностей для X и Y по формулам

$$\Delta X = \gamma_x X, \quad \text{где } \gamma_x = \frac{\Delta X}{X} = \frac{2\Delta m}{(m_2^2 - m_1^2)} \sqrt{(m_1^2 + m_2^2)},$$

$$\Delta Y = \gamma_Y Y, \quad \text{где } \gamma_Y = \frac{\Delta Y}{Y} = 2 \sqrt{\left(\frac{\Delta t_1}{t_1}\right)^2 + \left(\frac{\Delta t_2}{t_2}\right)^2},$$

где Δm - абсолютная ошибка измерения массы, которую рассчитывают как систематическую ошибку; Δt - абсолютная ошибка измерения времени, которую рассчитывают с учетом случайной и систематической ошибок.

13. Проверить выполнение неравенства

$$|X - Y| \leq \sqrt{(\Delta X)^2 + (\Delta Y)^2}. \quad (4)$$

14. Записать выводы по результатам расчетов. Если неравенство (4) выполняется, то соотношение (1) справедливо. Если неравенство не выполняется, то необходимо провести анализ возможных причин этого.

Контрольные вопросы

1. Что называется средней и мгновенной скоростями? Как определяется их направление?

2. Что называется массой и весом тела? Какой смысл вкладывается в понятие силы?

3. Сформулировать законы Ньютона. В каких случаях они справедливы?
4. Подсчитать силу натяжения нити, на которой подвешен груз, при равноускоренном и равнозамедленном движении груза вверх и вниз.
5. Какое следствие второго закона Ньютона проверяется в этой работе?
6. Почему перегруз m_1 перекладывают с одной стороны на другую во второй части опыта, а не вносят извне дополнительный перегруз?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3

ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАКОНОВ СОУДАРЕНИЯ ТЕЛ

Цель работы: проверка закона сохранения импульса при упругом и неупругом соударениях, измерение средней силы удара, определение потери механической энергии при неупругом соударении.

Приборы и принадлежности: установка FPM-08, стальные шары, пластилиновый шар, линейка.

Теоретические сведения

При соударении тел друг с другом кинетическая энергия, которой они обладали до удара, частично или полностью переходит в потенциальную энергию упругой деформации и во внутреннюю энергию. Можно выделить два предельных случая. Если при ударе механическая энергия не превращается в другие немеханические виды энергии (в частности, во внутреннюю энергию), то такой удар называется абсолютно упругим. Для двух сталкивающихся шаров выполняется закон сохранения импульса:

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}'_1 + \vec{p}'_2, \quad (1)$$

где \vec{p}_1 – импульс первого шара до столкновения; \vec{p}'_1 – импульс первого шара после столкновения; \vec{p}_2 и \vec{p}'_2 – импульсы второго шара до и после столкновения.

Импульс шаров рассчитывают по формуле

$$p = mv$$

где m – масса шара; v – скорость движения шара.

Если второй шар до столкновения находился в состоянии покоя, то $\vec{p}_2 = 0$ ($\vec{v}_2 = 0$) и закон сохранения импульса имеет вид:

$$\vec{p}_1 = \vec{p}'_1 + \vec{p}'_2. \quad (2)$$

Учитывая, что непосредственно перед столкновением и после него скорости шаров направлены вдоль прямой, соединяющей центры шаров заменим в равенстве (2) векторы их модулями:

$$m_1 v_1 = -m_1 v'_1 + m_2 v'_2. \quad (3)$$

Записывая второй закон Ньютона в виде

$$F_{\text{cp}} = \frac{\Delta p}{t},$$

где Δp – изменение импульса тела; t – время столкновения.

Вычислим среднюю силу удара F_{cp} . Для шара, который перед столкновением покоился, поэтому

$$\Delta p = p_2' - p_2 = p_2' = m_2 v_2'.$$

Следовательно

$$F_{\text{cp}} = \frac{m_2 v_2'}{t}. \quad (4)$$

Если при ударе происходит переход кинетической энергии тел в другие виды энергии, в частности, во внутреннюю, то такой удар называется абсолютно неупругим. При этом тела соединяются вместе и движутся далее как одно целое. Закон сохранения импульса в этом случае запишется в виде (второй шар перед столкновением находится в состоянии покоя):

$$m_1 v_1 = (m_1 + m_2) v_2'. \quad (5)$$

где v_2' – скорость двух шаров после удара.

Потеря кинетической энергии при неупругом ударе определяется по формуле

$$\Delta E = \frac{m_1 v_1^2}{2} - \left(\frac{m_1 v_2'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2} \right). \quad (6)$$

Описание установки

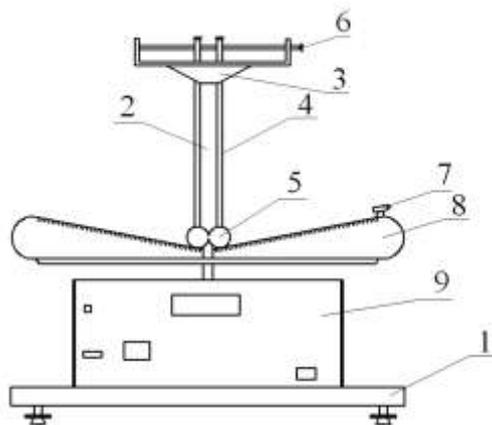
Общий вид установки для исследования столкновения шаров FPM-08 приведен на рис. 1, а.

На верхнем конце стойки 2 (рис.1, б), установленной на основании 1, закреплен кронштейн 3, несущий подвесы 4 шаров 5. Винтом 6 можно изменять расстояния между шарами, находящимися в покое. Электромагнит 7 фиксирует один из шаров в отклоненном состоянии. Шкалы на угольниках 8 позволяют измерить углы отклонения подвесов от вертикали в градусах.

Микросекундомер 9, закрепленный на основании 1, провода подвесов и соприкасающиеся проводящие шары образуют электрическую цепь. Время протекания токов через эту цепь замеряется микросекундомером. При расхождении шаров цепь разрывается, микросекундомер останавливает счет и показывает время соударения шаров.



а



б

Рис.1

Выполнения закона сохранения импульса заключается в проверке выполнения равенств (3) и (5). Одновременно вычисляют значения $F_{ср}$ и ΔE по формулам (4) и (6). Для этого необходимо определить скорости шаров до и после столкновения. Выводят из равновесия один из шаров установки на угол α и фиксируют его в этом положении с помощью электромагнита (рис. 2). Другой шар находится в положении равновесия. При выключении электромагнита первый шар начинает движение, набирает скорость и сталкивается со вторым шаром. Его скорость непосредственно перед столкновением определится из закона сохранения энергии.

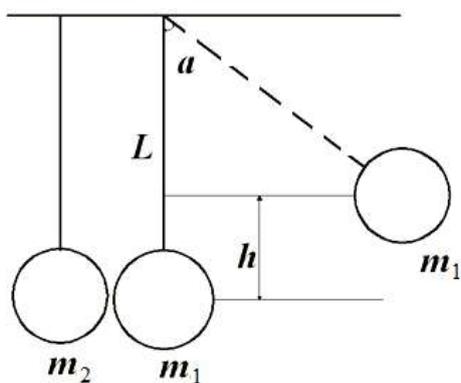


Рис. 2

В отклоненном фиксированном состоянии правый шар имеет потенциальную энергию

$$E_n = m_1 gh,$$

где m_1 – масса шара; g – ускорение свободного падения; h – высота подъема шара при его отклонении на угол α . Непосредственно перед столкновением эта энергия переходит в кинетическую, т.е. $E_n = E_k$

$$m_1 gh = \frac{m_1 v^2}{2}.$$

Из данного уравнения следует, что $v = \sqrt{2gh}$. В наших опытах проще и точнее определить угол, на который был отклонен шар, чем высоту подъема.

Из рис. 2 следует, что

$$h = L - L \cos \alpha = L(1 - \cos \alpha) = 2L \sin^2 \alpha / 2.$$

6. Вычислить значение доверительных границ общих погрешностей для импульсов шаров до удара и после. Причем, если Δp_1 определяется по формулам (8) и (9), то относительная погрешность γ'_2 импульса системы после удара вычисляются по формуле

$$\gamma'_2 = \frac{\Delta p_2}{\bar{p}'_2} = \sqrt{\left(\frac{\Delta m_1}{m_1 + m_2}\right)^2 + \left(\frac{\Delta m_2}{m_1 + m_2}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \alpha'_2}{\bar{\alpha}'_2}\right)^2 + \frac{1}{4}\left(\frac{\Delta g}{g}\right)^2 + \frac{1}{4}\left(\frac{\Delta L}{L}\right)^2}.$$

7. Проверить неравенство

$$|\bar{p}'_2 - \bar{p}_1| < \sqrt{(\Delta p_1)^2 + (\Delta p'_2)^2}.$$

Если неравенство выполняется, то закон сохранения импульса для неупругого соударения выполняется.

8. По формуле (6) определить потерю кинетической энергии при неупругом соударении.

Контрольные вопросы

1. Что называется импульсом материальной точки, системы материальных точек?
2. Сформулируйте закон сохранения импульса.
3. Запишите закон сохранения импульса для упругого и неупругого удара.
4. Сформулируйте законы Ньютона.
5. Дайте определение потенциальной и кинетической энергии. Сформулируйте закон сохранения механической энергии.
6. Что такое абсолютно упругий удар, абсолютно неупругий удар?
7. Какие превращения энергии происходят при упругом и неупругом соударениях?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №4

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДУЛЯ ЮНГА ПО ИЗГИБУ БАЛКИ

Цель работы: изучение упругой деформации твердого тела и овладение методом определения модуля Юнга по прогибу балки.

Приборы и принадлежности: установка для измерения стрелы прогиба металлического стержня, набор стержней, набор грузов, сигнальная лампочка, источник питания.

Теоретические сведения

На основании опытных данных было определено, что для большего количества материалов при достаточно малых растяжениях их удлинение пропор-

ционально силе:

$$F = k \cdot \Delta \ell,$$

где F – сила, приложенная к телу; $\Delta \ell$ – удлинение тела; k – коэффициент упругости, зависящий (при неизменных внешних условиях) от свойств материала и геометрических характеристик деформируемого тела. На рис. 1, *a* показана зависимость удлинения тела от силы, приложенной к этому телу.

Можно найти связь коэффициента упругости k с геометрическими параметрами и упругими свойствами материала следующим путем.

1. Удлинение тела, обусловленное приложенной силой, пропорционально его первоначальной длине: $\Delta \ell \sim \ell$. Эту зависимость можно проверить, если взять два одинаковых бруска, скрепить их торцами и приложить растягивающие силы к их свободным концам. Тогда на каждый из брусков будет действовать одна и та же сила, которая вызовет удлинение $\Delta \ell$, а общее удлинение будет равно $2 \Delta \ell$. Исходя из этого, можно заключить, что

$$F \sim \frac{2\Delta \ell}{2\ell} = \frac{\Delta \ell}{\ell}.$$

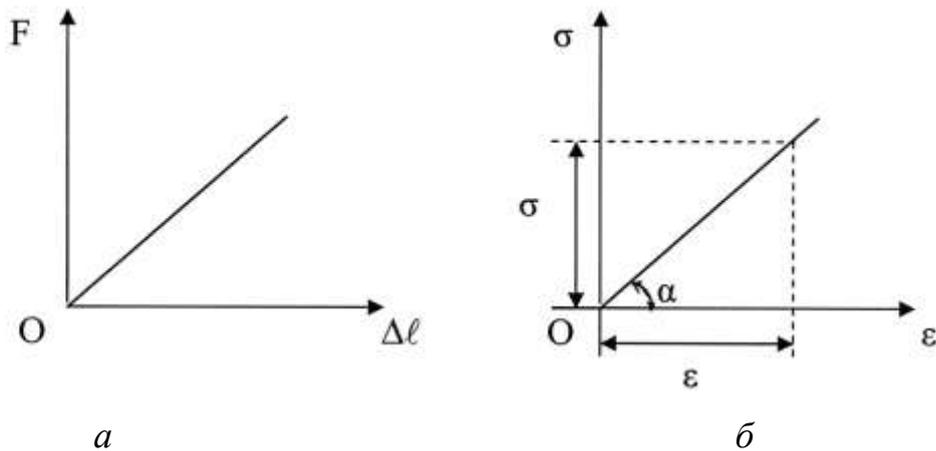


Рис. 1

2. Удлинение зависит также от площади нормального сечения бруска. Действительно, если взять два одинаковых бруска и скрепить их параллельно, то удлинение будет в два раза меньше при одной и той же растягивающей силе. Это может быть выражено как

$$F \sim \frac{2S\Delta \ell}{2\ell} = \frac{S\Delta \ell}{\ell},$$

где S – площадь нормального сечения бруска.

Из зависимости между действующей на брусок силой, его удлинением и площадью нормального сечения, можно получить выражение, которое называется законом Гука:

$$F = k\Delta \ell = ES \frac{\Delta \ell}{\ell}, \quad (1)$$

где $k = \frac{ES}{\ell}$; E – модуль продольной упругости (модуль Юнга) бруска, который был впервые введен Томасом Юнгом. Модуль Юнга E является упругой постоянной материала, характеризующей жесткость материала при растяжении (сжатии).

Относительная линейная деформация бруска равна

$$\varepsilon = \frac{\Delta \ell}{\ell}. \quad (2)$$

В нормальном сечении бруска при растяжении (сжатии) возникают равномерно распределенные нормальные напряжения, равные отношению продольной силы к площади сечения

$$\sigma = \frac{F}{S}. \quad (3)$$

Из равенства (1) получаем

$$\frac{F}{S} = E \cdot \frac{\Delta \ell}{\ell}. \quad (4)$$

Используя выражения (2) и (3), из (4) находим, что

$$\sigma = E \cdot \varepsilon. \quad (5)$$

Выражение (5) является законом Гука в современной формулировке. Из него следует, что продольная деформация прямо пропорциональна соответствующему нормальному напряжению

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E}.$$

Томас Юнг указал, что закон Гука справедлив только в пределах упругих деформаций материала. На рис. 1, б представлена зависимость относительной линейной деформации бруска от нормального напряжения. Тангенс угла наклона прямой к оси абсцисс характеризует модуль упругости материала

$$E = \operatorname{tg} \alpha.$$

Значение модуля продольной упругости материала можно найти также из выражения (5)

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

В данной работе модуль Юнга определяется по величине прогиба балки. Для этого необходимо найти зависимость стрелы прогиба балки от модуля Юнга, геометрических параметров балки и нагрузки.

Рассмотрим изгиб балки прямоугольного сечения под действием силы, приложенной к центру балки (рис. 2). Внутренние силы, обусловленные взаимодействием частиц (атомов и молекул), сохраняют форму и целостность тела. Внешние силы стремятся изменить взаимное расположение частиц, т.е. деформировать это тело. При этом возникают дополнительные внутренние силы,

препятствующие этой деформации.

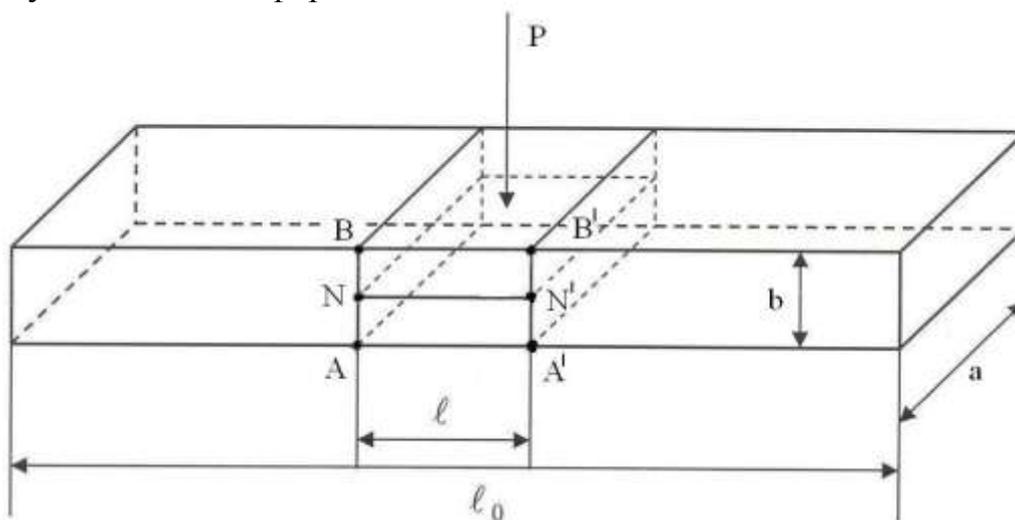


Рис. 2

Обозначим стороны прямоугольника, лежащие в сечении, через a и b , длину балки - l_0 (рис. 2).

Пусть до деформации элемент балки имел форму прямоугольного параллелепипеда. Мысленно проведем два близких нормальных сечения, т.е. вырежем малый элемент $AA'BB'$, длину которого обозначим l . В результате изгиба элемента $AA'BB'$ все прямые, параллельные AA' и BB' , перейдут в дуги окружностей с центрами, лежащими на оси, проходящей через точку O перпендикулярно плоскости рисунка (рис. 3).

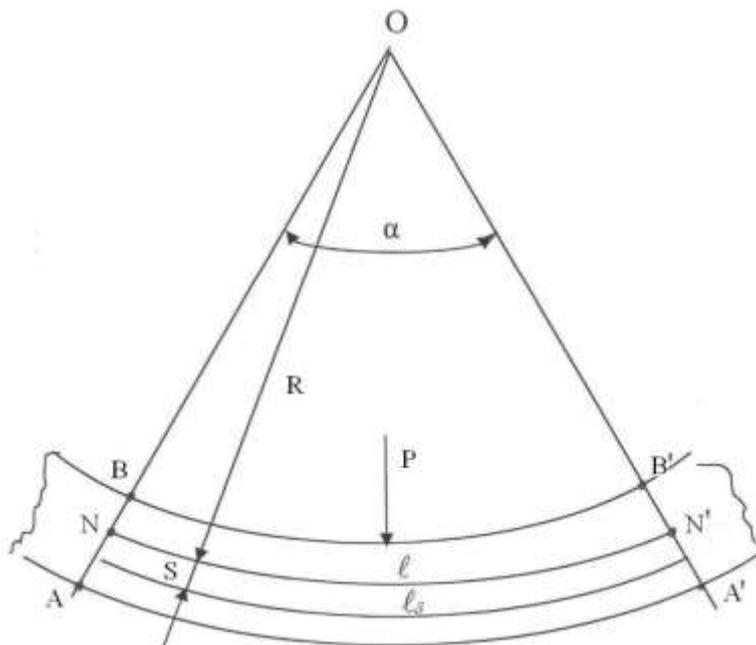


Рис. 3

При малых деформациях слои, лежащие выше линии NN' , сжимаются, а слои, лежащие ниже линии NN' , удлиняются. При этом длина нейтральной ли-

нии NN' остается неизменной. Пусть R – радиус кривизны нейтральной линии. Тогда $l = R\alpha$, где α – угол, выраженный в радианах.

Рассмотрим слой балки, находящийся ниже линии NN' и имеющий толщину δ ($\delta \ll R$). Длина рассматриваемого слоя $l_\delta = R + \delta \underline{\alpha}$, а изменение длины $\Delta l = l_\delta - l = \delta \cdot \alpha$.

Используя выражение (4), можно записать

$$\frac{\Delta F}{\Delta S} = \frac{E\Delta l}{l} = \frac{E\delta}{R},$$

где ΔF – внутренняя сила, действующая на площадь ΔS нормального сечения рассматриваемого слоя.

Напряжение, обусловленное внутренней силой, равно:

$$\sigma = \frac{\Delta F}{\Delta A} = \frac{E\delta}{R}$$

Предположим, что при изгибе все нормальные сечения остаются плоскими (гипотеза Бернулли). Сумма напряжений, созданных внутренними силами и действующих на плоскость нормального сечения, равна нулю:

$$N = \int_S \sigma \cdot dA = 0,$$

где интеграл берется по площади нормального сечения S . Это является результатом того, что слои, лежащие выше нейтральной линии, сжимаются, а слои, лежащие ниже этой линии, удлиняются. Таким образом, напряжения выше и ниже нейтральной линии имеют разные знаки.

Рассечем балку плоскостью AB , перпендикулярной нейтральной линии NN' . Установим систему координат $X_1Y_1Z_1$ так, чтобы ее начало совпадало с центром тяжести C нормального сечения (рис. 4). Ось X_1 проходит через нейтральную линию NN' , а ось Y_1 направлена вниз. Рассмотрим внутренние силовые факторы, действующие на эту отсеченную часть балки со стороны отброшенной ее части.

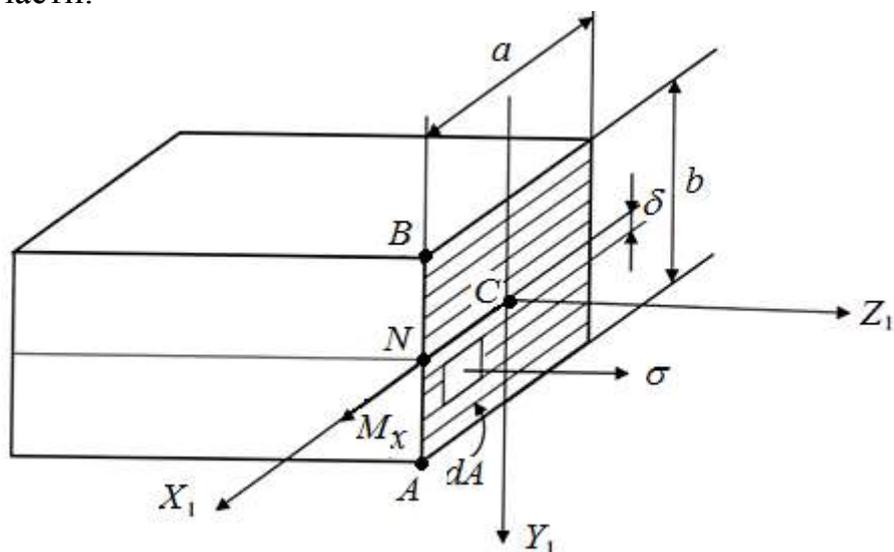


Рис. 4

Изгибающий момент M_{x1} , созданный внутренними силами относительно оси X_1 , равен

$$M_{x1} = \int_S \delta \cdot \sigma \cdot dS = \frac{E}{R_S} \int_S \delta^2 dS = \frac{E}{R} J, \quad (6)$$

где $J = \int_A \delta^2 dS$ - момент инерции сечения относительно оси X_1 :

$$J = \frac{ab^3}{12}. \quad (7)$$

Выберем систему координат XYZ такую, чтобы ось OZ была направлена вдоль нейтральной линии NN' , а ось OY - перпендикулярно оси OZ (рис. 5). Поместим начало координат в точку O , расположенную над левой опорой. Тогда уравнение для нейтральной линии изогнутой балки представится в виде $y = y(z)$. Причем верхняя и нижняя линии балки смещены, соответственно, вверх и вниз на $b/2$ от нейтральной линии.

Вспользуемся формулой для радиуса кривизны нейтральной линии

$$\frac{1}{R} = \frac{y''}{1 + y'^2} \approx y''$$

где $y'' = \frac{d^2 y}{dz^2}$ и $y' = \frac{dy}{dz}$.

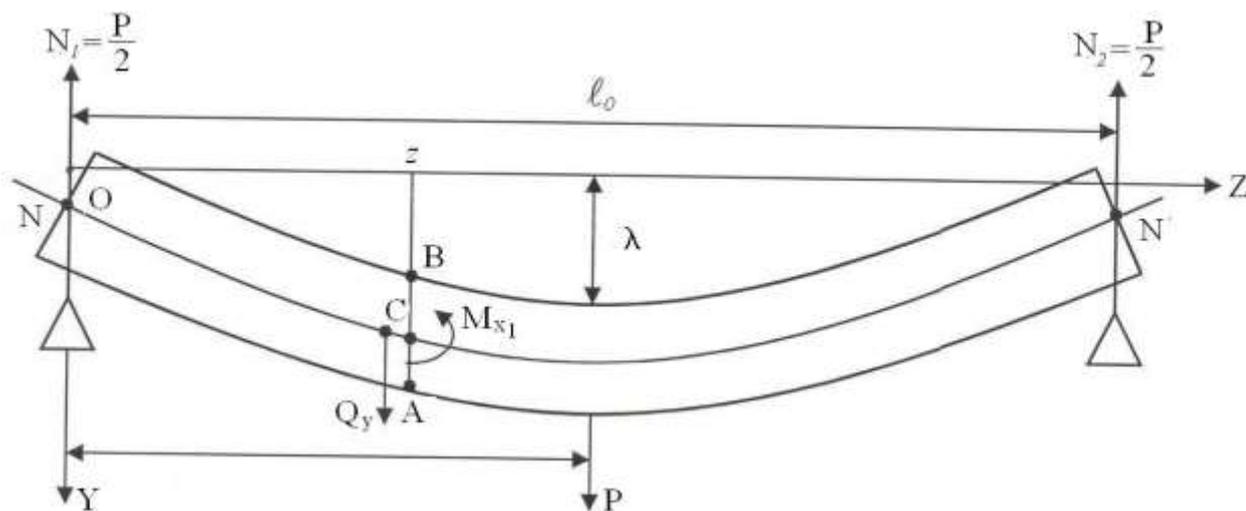


Рис. 5

При малом изгибе $\frac{dy}{dz} \ll 1$, пренебрегая y' и используя (6), получим

$$M_{x1} = EJy''.$$

Определим стрелу прогиба балки λ , равную максимальному значению функции $y = y(z)$ при $z = l_0/2$.

Если к середине балки приложить силу P (весом балки пренебрегаем - рис. 5), то вследствие симметрии сила P распределяется между опорами поровну и

силы реакций опор будут равны $N_1 = N_2 = P/2$.

Верхняя линия балки описывается кривой, найденной для нейтральной линии $y = y(z)$. Проведем мысленно сечение AB , параллельное оси OY и проходящее через произвольную точку C нейтральной линии с координатой z ($z < \ell_0/2$). На левую часть балки приложена сила реакции опоры $N_1 = P/2$ и результирующая внутренних сил Q_y , действующая со стороны правой части балки. Поскольку левая часть балки неподвижна, то сумма всех сил, действующих на нее, равна нулю:

$$N_1 + Q_y = P/2 + Q_y = 0.$$

Сила реакции опоры N_1 создает изгибающий момент относительно оси CX_1 , проходящей перпендикулярно плоскости рисунка через точку C :

$$M = \frac{P}{2} z.$$

В состоянии равновесия сумма всех моментов, созданных как внешними, так и внутренними силами, равна нулю:

$$M + M_{x1} = \frac{P}{2} z + EJy'' = 0.$$

Отсюда

$$EJy'' = -\frac{P}{2} z. \quad (8)$$

Ось OY направлена вниз, т.е. в сторону выпуклости балки ($y'' > 0$). Интегрируя (8) и учитывая, что $y' = 0$ при $z = \frac{\ell_0}{2}$ и $y = 0$ при $z = 0$, находим

$$y = \frac{Pz}{48EJ} (\ell_0^2 - 4z^2).$$

Полагая $z = \frac{\ell_0}{2}$ и принимая во внимание (7), определим стрелу прогиба λ

$$\lambda = \frac{P\ell_0^3}{48EJ} = \frac{P\ell_0^3}{4Eab^3}.$$

Отсюда выражаем модуль Юнга

$$E = \frac{P\ell_0^3}{4\lambda ab^3} = \frac{mg\ell_0^3}{4\lambda ab^3}, \quad (9)$$

где $P = mg$ – вес груза.

По формуле (9) рассчитывается модуль Юнга.

Описание установки

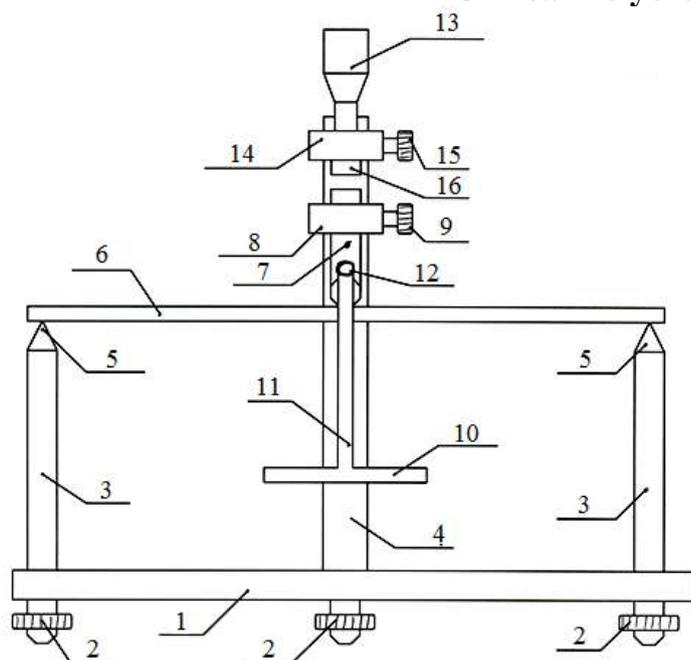


Рис. 6

На рис. 6 показана установка для измерения стрелы прогиба металлического стержня. На основании 1, имеющем три винтовые ножки 2, закреплены две колонны 3 и штанга 4. С помощью винтовых ножек 2 устанавливается горизонтальное положение основания 1. На опорных призмах 5, расположенных на колоннах 3, лежит металлический стержень 6, на которых опирается палец 7, проходящий через кронштейн 8, фиксируемый винтом 9 на штанге 4.

На пальце 7 подвешена чашка 10 посредством двух штанг 11 и коромысла 12. Микрометр 13 жестко соединен с кронштейном 14, фиксируемым винтом 15 на штанге 4. При соприкосновении микрометрического винта 16 с верхней плоскостью пальца 7 замыкается электрическая цепь и загорается сигнальная лампочка.

Микрометр (рис. 7) состоит из полого цилиндра 17, жестко соединенного с кронштейном 14. В полость цилиндра 17 ввинчен микрометрический винт 16. На микрометрическом винте 16 закреплен барабан 18 с круговой шкалой, имеющей 50 делений. При вращении микрометрического винта 16 барабан 18 скользит по линейной шкале, нанесенной на полый цилиндр 17.

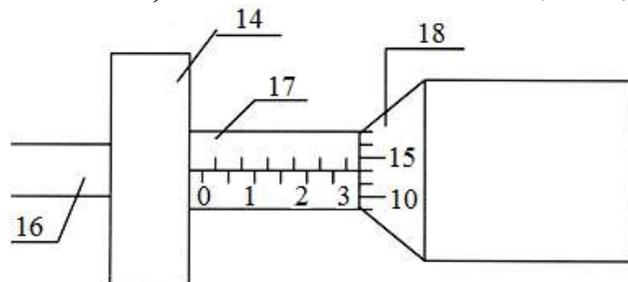


Рис. 7

Верхние и нижние риски этой шкалы сдвинуты относительно друг друга на 0,5 мм. Однако цифры проставлены только для нижних делений. Поэтому шкала представляет собой обычную миллиметровую шкалу. Шаг микрометрического винта равен 0,5 мм, т.е. при одном обороте барабана его край перемещается вдоль линейной шкалы на 0,5 мм. Тогда точность микрометра

$$\frac{p}{m} = \frac{0,5\text{мм}}{50} = \frac{1}{100}\text{мм},$$

где p – цена деления на стержне; m – число делений на барабане.

Отсчет производится следующим образом: по шкале стержня отсчитывают целое число полумиллиметров, а деление барабана, совпадающее с горизонтальной линией на стержне, дает число сотых долей миллиметра, которое надо прибавить к показаниям шкалы на стержне.

На рис. 7 отсчет по микрометру показывает

$$L = (3 + 0,103) = 3,103 \text{ мм.}$$

С учетом ошибки для однократного измерения

$$L = (3,103 + 0,005) \text{ мм}$$

Порядок выполнения работы

1. Измерить расстояние ℓ_0 между вершинами опорных призм (рис. 6) и записать в табл.

2. С помощью штангенциркуля измерить геометрические параметры исследуемых стержней (сталь и алюминий): ширину a и толщину b стержней и занести в табл.

3. Установить один из исследуемых стержней симметрично на опорные призмы.

4. Определить положение верхней поверхности ненагруженного стержня. Для этого поворотом барабана микрометра и перемещением микроскопического винта добиться загорания сигнальной лампочки. Сделать отсчет L_0 по микрометру и записать в табл.

Таблица

Материал стержня	m , кг)	ℓ_0 , м	a , м	b , м	n	L_0 , м	L , м	λ , м	$\lambda_{\text{ср}}$, м	$E_{\text{ср}}$, Н/м ²
Сталь					1					
					2					
					3					
					4					
					5					
Алюминий					1					
					2					
					3					
					4					
					5					

5. Установить на чашку груз (массой 1900 г для стального стержня и массой 940 г для алюминиевого стержня).

6. Определить положение верхней поверхности нагруженного стержня.

Для этого поворотом барабана микрометра и перемещением микроскопического винта добиться загорания сигнальной лампочки. Сделать отсчет L по микрометру и записать в табл.

7. Вычислить стрелу прогиба по формуле

$$\lambda = |L - L_0| \text{ мм.}$$

Выразить стрелу прогиба в метрах и результат записать в табл.

8. Измерения по п.п. 4, 5, 6 и 7 провести 5 раз. Результаты занести в табл.
 9. Вычислить среднюю стрелу прогиба $\lambda_{\text{ср.}}$.
 10. Вычислить среднюю величину модуля Юнга по формуле (9).
 11. Рассчитать абсолютную ошибку измерения модуля Юнга по формулам:

$$\gamma = \frac{\Delta E}{\bar{E}} = \sqrt{\left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\Delta g}{g}\right)^2 + 9\left(\frac{\Delta l_0}{l_0}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \lambda}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{\Delta a}{a}\right)^2 + 9\left(\frac{\Delta b}{b}\right)^2};$$

$$\Delta E = \gamma \bar{E}$$

12. Записать окончательный результат в виде $E = (\bar{E} \pm \Delta E)$, при $\alpha=0,95$.

Контрольные вопросы

1. Какие виды деформации вы знаете?
2. К каким более простым видам деформации можно свести прогиб балки?
Как деформирован средний слой балки?
3. Сформулируйте закон Гука.
4. Что называют механическим напряжением и относительной деформацией?
5. Каков смысл модуля Юнга и коэффициента Пуассона?
6. Каковы формула размерности и единица измерения модуля Юнга?
7. В чем различие коэффициента жесткости и модуля Юнга? Как они связаны друг с другом?
8. Вывести формулу упругой энергии.
9. Что называют пределами пропорциональности, упругости, текучести и прочности?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №5

ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНОВ ВРАЩЕНИЯ НА КРЕСТООБРАЗНОМ МАЯТНИКЕ ОБЕРБЕКА

Цель работы: исследование зависимости момента инерции маятника от расположения грузов, закрепленных на стержне маятника.

Приборы и принадлежности: маятник Обербека, набор грузов и перегрузов, штангенциркуль.

Теоретические сведения

В механике под твердым телом подразумевают абсолютно твердое тело, т. е. тело деформациями которого можно пренебречь. При вращении твердого тела все его точки движутся по окружностям, центры которых лежат на одной прямой, называемой осью вращения. Быстроту вращения характеризуют углом поворота тела в единицы времени. Если за любые равные промежутки времени тело поворачивается на одинаковые углы, вращение называется равномерным. Величина, определяющая изменение угла поворота за единицу времени, называется угловой скоростью. Угловая скорость определяется по формуле

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}.$$

Единицей измерения угловой скорости является рад/с. При неравномерном вращении изменение угловой скорости со временем характеризуется угловым ускорением, которое вычисляется по формуле

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}.$$

Единица измерения углового ускорения является рад/с². Угловая скорость ω и угловое ускорение ε связаны с линейной скоростью v и линейным (тангенциальным) ускорением a_τ следующими соотношениями:

$$v = \omega r \quad \text{и} \quad a_\tau = \varepsilon r, \quad (1)$$

где r – расстояние от точек до оси вращения

При вращении тела вокруг неподвижной оси изменение угловой скорости и его движения зависит от действующего момента силы. Моментом силы \vec{M} относительно неподвижной точки O называется векторная величина, определяемая векторным произведением радиуса-вектора \vec{r} , проведенного из точки O в точку A приложения силы, на силу \vec{F} (рис. 1).

$$\vec{M} = \vec{r}, \vec{F},$$

где \vec{M} – псевдовектор, его направление совпадает с направлением поступательного движения правого винта при его вращении от \vec{r} к \vec{F} .

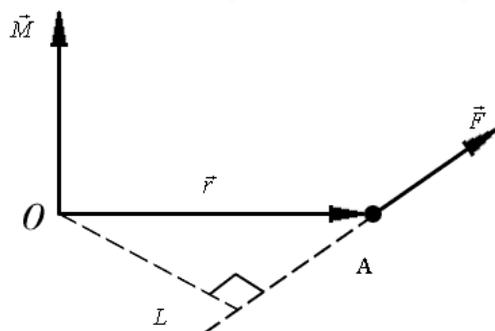


Рис. 1

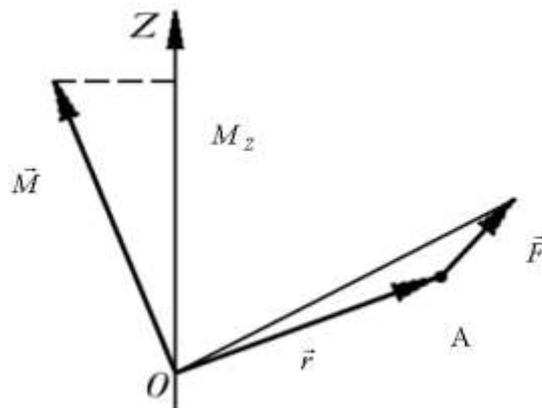


Рис.2

Модуль момента силы

$$M = Fr \sin \alpha = FL,$$

где α – угол между r и F ; $L = r \sin \alpha$ – плечо силы - кратчайшее расстояние между линиями действия силы и точкой O .

Моментом силы относительно неподвижной оси Z , называется скалярная величина M_Z , равная проекции на эту ось вектора момента силы \vec{M} , определенного относительно произвольной точки O , данной на оси Z (рис. 2). Значение момента M_Z не зависит от выбора положения точки O на оси Z .

Равнопеременное вращательное движение тел характеризуется постоянным угловым ускорением, оно появляется под действием сил, момент которых постоянен по величине и направлению.

Зависимость углового ускорения от момента силы выражена в основном законе динамики вращательного движения

$$\vec{M} = J\vec{\epsilon}, \quad (2)$$

где J - момент инерции тела.

Момент инерции J материальной точки относительно какой-либо оси вращения называется скалярная величина, равная произведению массы m этой точки на квадрат расстояния r от точки до оси вращения:

$$J = mr^2.$$

Моментом инерции тела относительно данной оси вращения называют сумму моментов инерции элементарных масс, на которые разбивается тело:

$$J = \sum_{i=1}^n J_i = \sum_{i=1}^n m_i \cdot r_i^2,$$

где m_i - элементарная масса; r_i - расстояние от элементарной массы до оси вращения.

Если известен момент инерции тела относительно оси, проходящей через его центр масс, то момент инерции относительно любой другой параллельной оси определяется теоремой Штейнера: момент инерции тела J относительно любой оси вращения равен моменту инерции J_c относительно параллельной оси, проходящей через центр масс тела, сложенному с произведением массы тела на квадрат расстояния r между осями:

$$J = J_c + mr^2.$$

Законы вращения тел можно изучить с помощью маятника Обербека.

Рассмотрим движения механической системы представленной на рис. 3. Груз массой m движется с ускорением \vec{a} под действием результирующей силы тяжести $m\vec{g}$ и силы натяжения нити \vec{T} (рис. 3). Запишем для груза второй закон Ньютона в проекции на направление движения:

$$ma = mg - T_1$$

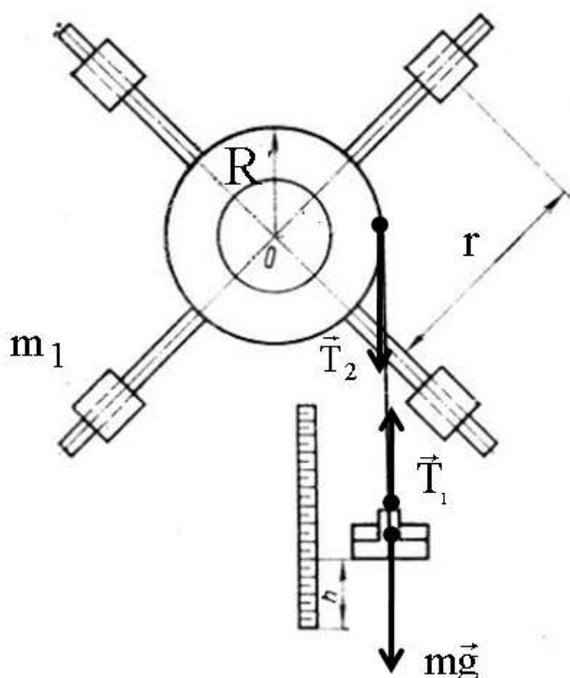


Рис.3

Диск вращается равноускоренно под действием натянутой нити, вызванной силой натяжения нити \vec{T}_2 . Сила натяжения передается нитью от груза к диску вращающегося маятника.

Если предположить, что нить невесомая, то на диск маятника действует сила \vec{T}_2 , равная по величине \vec{T}_1 и противоположная ей по направлению (следствие третьего закона Ньютона: $|\vec{T}_1| = |\vec{T}_2|$). Отсюда

$$T_2 = mg - ma = m(g - a). \quad (3)$$

Сила натяжения нити \vec{T}_2 создает вращательный момент \vec{M} относительно горизонтальной оси O, направленный вдоль этой оси «от нас» и приводящий в движение маятник Обербека. Величина момента силы равна

$$M = T_2 R = m(g - a)R, \quad (4)$$

где R – радиус диска, на который намотана нить.

Основной закон динамики вращательного движения (2) в скалярном виде и с учетом момента силы (4) примет вид (записаны проекции векторов моментов сил и углового ускорения на ось вращения O, направление которой выбрано «от нас»):

$$m(g - a) = J\varepsilon. \quad (5)$$

Используя кинематическую связь линейного и углового ускорения (1), а также уравнение движения груза при нулевой начальной скорости $h = \frac{at^2}{2}$, выразим ε через величины h и t :

$$\varepsilon = \frac{a}{R} = \frac{2h}{Rt^2}. \quad (6)$$

Преобразуем уравнение (5), используя выражение (6) и $a = \frac{2h}{t^2}$ и получим момент инерции маятника Обербека

$$J_{\text{Э}} = \frac{m \cdot R^2 t^2}{2h} \left(g - \frac{2h}{t^2} \right). \quad (7)$$

Эту зависимость можно использовать для экспериментальной оценки величины момента инерции маятника Обербека.

Теоретический расчет момента инерции маятника Обербека представляет сумму моментов инерций J_0 - момента инерции диска радиусом R , $4J_1$ - моментов инерции четырех подвижных грузов m_1 и J_2 - момента инерции крестовины маятника без груза m .

$$J_T = J_0 + 4J_1 + J_2.$$

В связи с тем, что размеры грузов малы по сравнению с расстоянием от оси вращения до центров масс грузов, то грузы можно считать материальными точками. Для материальной точки момент инерции равен

$$J_1 = m_1 \cdot r^2,$$

где m_1 - масса груза на крестовине; r - расстояние от оси вращения до центра грузов. Момент инерции крестовины маятника без груза определяется как

$$J_2 = \frac{4}{3} m_2 \ell^2,$$

где m_2 - масса стержня без груза; ℓ - длина стержня крестовины.

Таким образом, теоретический расчет момент инерции маятника можно представить следующей формулой

$$J_T = J_0 + 4m_1 \cdot r^2 + \frac{4}{3} m_2 \cdot \ell^2.$$

Расчет разности моментов инерции J_{T1} и J_{T2} для двух различных расстояний r_1 и r_2 позволит исключить слагаемые J_0 и $\frac{4}{3} m_2 \cdot \ell^2$. Тогда теоретический расчет момента инерции маятника будет определяться по формуле

$$\Delta J_T = J_{T2} - J_{T1} = 4 \cdot m_1 \cdot (r_2^2 - r_1^2) = 4 \cdot m_1 \cdot (r_2 - r_1) \cdot (r_2 + r_1). \quad (8)$$

Расчет момента инерции маятника $J_{\text{э}}$ по формуле (7) при различных расположениях грузов на крестовине можно теоретически проверить величиной момента инерции J_T , рассчитанного по формуле (8).

Описание установки

Для расчетов экспериментального $J_{\text{э}}$ и теоретического J_T моментов инерции представлена установка маятника Обербека (рис. 4, а). Схематический вид установки маятника Обербека показан на рис. 4, б, в.

Маятник Обербека имеет вертикальную колонну 1, которая установлена на основании 2. На вертикальной колонне 1 прикреплены два кронштейна: нижний 3 является неподвижным, верхний 4 - подвижный и две неподвижные втулки: нижняя 5 и верхняя 6. Основание снабжено регулируемыми ножками 7, обеспечивающими горизонтальную установку прибора.

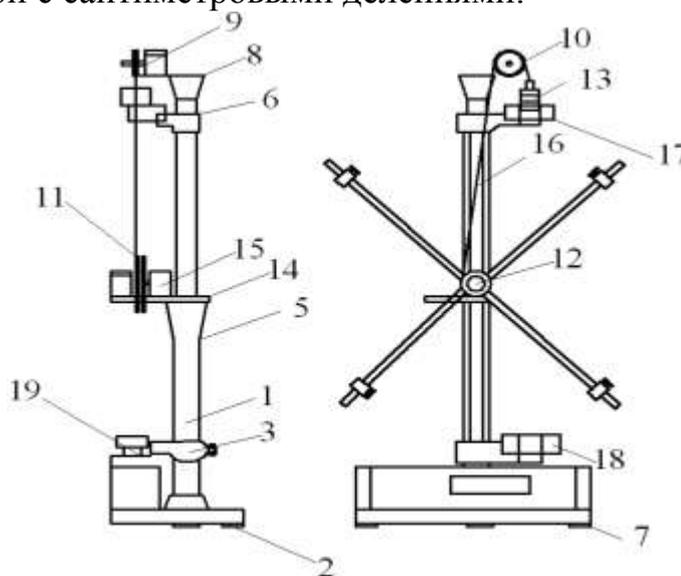
На верхней втулке 6 посредством основания 8 закреплен подшипниковый узел диска 9 и диск 10. Через диск перекидывается нить 11. Один конец нити прикреплен к двухступенчатому диску 12, а на втором конце закреплены грузы

13. На нижней втулке 5 посредством основания 14 прикреплен тормозной электромагнит 15, который удерживает систему крестовины вместе с грузами в состоянии покоя. Подвижный кронштейн 4 можно переместить вдоль колонны и фиксировать его в любом положении, определяя длину пути падающего груза. Для этого на колонне 1 нанесена миллиметровая шкала 16. На подвижном кронштейне 4 укреплен фотоэлектрический датчик 17. На неподвижном кронштейне 3 - фотоэлектрический датчик 18. К кронштейну 3 прикреплен кронштейн 19 с резиновым амортизатором, ограничивающим движение грузов.

Под действием груза нить разматывается и приводит маятник во вращательное движение, которое предполагается равноускоренным. Угловое ускорение при этом тем меньше, чем больше момент инерции системы относительно оси вращения, величина которого зависит от положения перемещаемых грузов на крестовине. Время движения груза t измеряется электронным секундомером 18, расположенным у основания прибора, а остановка происходит по сигналу фотодатчика. Груз опускается на расстояние h , измеряемое вертикально закрепленной линейкой с сантиметровыми делениями.



а



б

в

Рис. 4

Порядок выполнения работы

1. Установить один перегруз на падающий груз. Определить массу общего падающего груза m и записать в табл.
2. Измерить с помощью штангенциркуля диаметр диска. Рассчитайте радиус диска R и записать в табл..
3. Укрепить на стержне крестовины грузы m_1 на одинаковых расстояниях r_1 от оси вращения (в пределах от 5 до 15 см). Определите это расстояние, используя деления нанесенные на стержне (1 деление = 1 см) и записать в табл.

4. Вращая маятник рукой, намотать нить на диск и установить падающий груз на высоте h (в пределах от 30 до 40 см). Значение высоты записать в таб.

5. Включить электронный секундомер. Нажать кнопку «пуск» и одновременно запустить вращение диска. В момент прохождения грузом нижней точки секундомер остановится. Записать время падения t_1 груза в табл.

6. Провести прямые пятикратные измерения времени падения груза t_1 при неизменной геометрии эксперимента согласно п.п. 4-5. Результаты измерений записать в табл. Рассчитать среднее время падения.

7. Изменить расстояние r_2 от оси вращения до грузов m_1 (в пределах от 20 до 25 см) и записать в табл.

8. Провести прямые пятикратные измерения времени t_2 падения груза при неизменной геометрии эксперимента согласно п.п. 4-5. Результаты измерений записать в табл. Рассчитать среднее время падения.

9. Вычислить экспериментальные значения моментов инерции маятника $J_{Э1}$ и $J_{Э2}$ с грузами на стержнях, расположенных на разном расстоянии r от оси вращения по формуле (7). В качестве времени падения груза взять его среднее значение.

Таблица

N	m , г	m_1 , г	R , см	h , см	r_1 , см	t_1 , с	r_2 , см	t_2 , с
1								
2								
3								
4								
5								
						$\bar{t}_1 =$		$\bar{t}_2 =$

10. Рассчитать теоретическое значение момента инерции маятника ΔJ_T для выбранных расстояний r по формуле (8).

11. Сравнить полученные результаты и найдите относительную погрешность измерения момента инерции по формуле

$$\delta = \frac{\Delta J_T - \Delta J_{Э}}{\Delta J_T} \cdot 100\% ,$$

где ΔJ_T - теоретическое изменение моментов инерции при разных расстояниях; $\Delta J_{Э}$ - экспериментальное изменение моментов инерции при разных расстояниях.

Контрольные вопросы

1. Дать определение абсолютно твердого тела и вращательного движения.
2. Дать определение средней и мгновенной угловых скоростей, среднего и мгновенного угловых ускорений. Указать единицы измерения угловой скорости и углового ускорения. Как определяются направления векторов угловой скорости и углового ускорения? Какова связь между линейными и угловыми скоростями и ускорениями?
3. Почему движение падающего груза и вращение маховика являются равноускоренными?
4. Вывести основной закон динамики вращательного движения.
5. Что называется моментом силы тела относительно неподвижной точки вращения? Как определяется его направление? В каких единицах он измеряется?
6. Какая сила сообщает вращающий момент маятнику? Как направлен момент этой силы?
7. Что называется моментом инерции материальной точки и тела? В каких единицах он измеряется? Каков физический смысл момента инерции тела.
8. Сформулируйте и объясните теорему Штейнера.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №6

ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНОВ КОЛЕБАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

Цель работы: изучение колебательного движения тел на примере математического и физического маятников, определение ускорения свободного падения.

Приборы и принадлежности: математический маятник, оборотный маятник, электронный счетчик-секундомер.

Теоретические сведения

Колебаниями называются движения или процессы, которые характеризуются определенной повторяемостью во времени. Простейшим типом колебаний являются гармонические колебания, при которых колеблющаяся величина изменяется со временем по закону синуса (косинуса). Дифференциальное уравнение гармонических колебаний:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx$$

или

$$m\ddot{x} + kx = 0, \tag{1}$$

где m – масса колеблющейся системы; x – смещение этой системы от положения равновесия; k – коэффициент упругости; $F = -kx$ – возвращающая сила.

Решением дифференциального уравнения (1) является уравнение колебательного движения, которое определяют выражением

$$x = A \sin(\omega t + \varphi_0).$$

где x – изменяющаяся величина; t – время; A – амплитуда колебаний, т.е. максимальное отклонение колеблющейся величины от положения равновесия (рис.1); ω – циклическая (круговая) частота; φ_0 – начальная фаза.

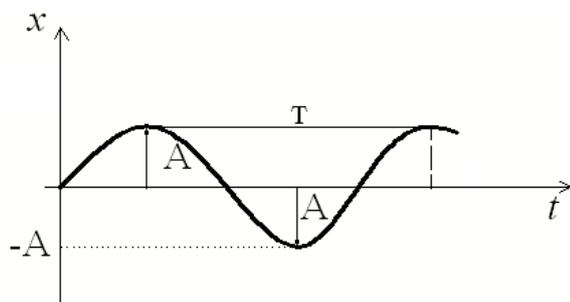


Рис.1

Физический смысл циклической частоты состоит в том, что она численно равна числу полных колебаний, совершаемых за 2π секунд, т.е. $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$, где T – период колебаний, т.е. время, за которое совершается одно полное колебание; ν – частота колебаний, т.е. число полных колебаний, совершаемых за единицу времени; $\omega t + \varphi_0 = \varphi$ – фаза колебания в момент времени t .

Фаза колебания – функция времени, она определяет значение изменяющегося параметра (x – смещения; v – скорости; a – ускорения) в данный момент времени. Например, фаза определяет, какую часть от амплитуды A составляет смещение x в данный момент времени:

$$\frac{x}{A} = \sin(\omega t + \varphi_0),$$

где φ_0 – начальная фаза колебания, т.е. фаза в момент времени $t=0$.

Если система совершает колебания около положения равновесия без воздействия внешних сил за счет первоначально сообщенной энергии, то такие колебания называются собственными или свободными. Дифференциальное уравнение свободных гармонических колебаний с учетом собственной частоты колебаний ω_0

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0. \quad (2)$$

В качестве примера свободных колебаний рассмотрим колебания математического и физического маятников.

Математическим маятником называется идеализированная система, состоящая из материальной точки массой m , подвешенной на нерастяжимой невесомой нити, и колеблющаяся под действием силы тяжести (рис. 2, а).

В положении равновесия (точка А) сила тяжести $\vec{P} = m\vec{g}$ уравновешивается силой натяжения нити \vec{T} . Если маятник отклонить от положения равновесия в точку С на некоторый угол α , то составляющая силы \vec{P} , направленная вдоль нити $P \cos \alpha$, уравновесится силой натяжения нити \vec{T} , а другая состав-

ляющая силы тяжести $P \sin \alpha$, перпендикулярная нити, стремится вернуть маятник в положение равновесия. Эта сила является возвращающей силой, или квазиупругой силой. Квазиупругая сила – сила, не упругая по своей природе, но аналогичная упругой силе по виду ее зависимости от смещения, она всегда направлена в сторону, противоположную смещению, и при малых углах отклонения α пропорциональна смещению x .

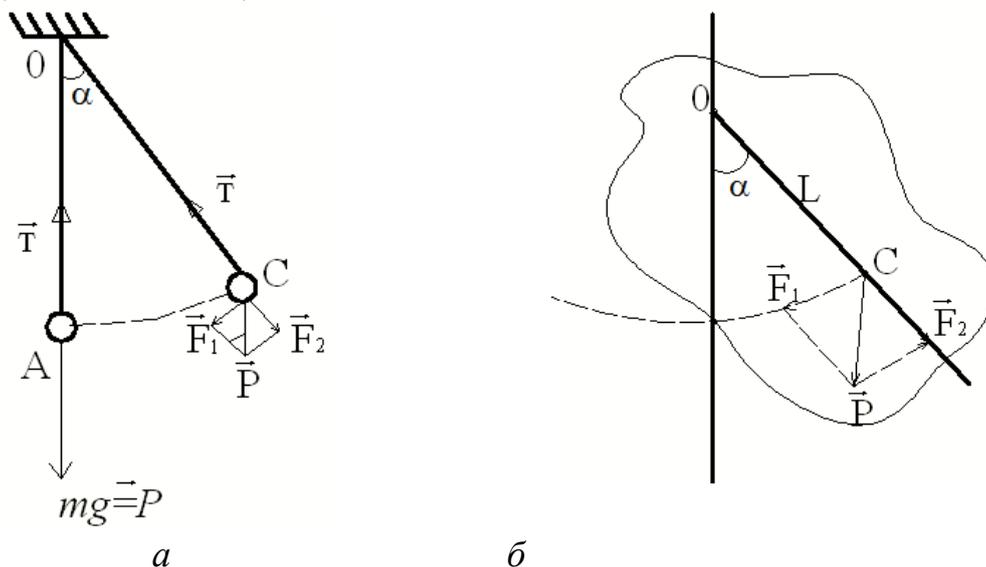


Рис. 2

В точке С на маятник действует вращающий момент

$$M = P \sin \alpha \cdot L, \quad (3)$$

где L – плечо силы $F_L = P \sin \alpha$.

По основному закону динамики вращательного движения

$$M = J \cdot \varepsilon = m\ell^2 \frac{d^2 \alpha}{dt^2} \quad (4)$$

где $J = m\ell^2$ – момент инерции материальной точки; ℓ – длина нити. Приравнивая формулы (3) и (4), получим

$$m\ell^2 \cdot \frac{d^2 \alpha}{dt^2} + mgl \cdot \sin \alpha = 0$$

или

$$\ddot{\alpha} + \frac{g}{\ell} \alpha = 0 \quad (5)$$

Полученное уравнение имеет вид, аналогичный дифференциальному уравнению (2), поэтому можно заменить $\frac{g}{\ell} = \omega_0^2$. Тогда период собственных колебаний математического маятника

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}. \quad (6)$$

Физический маятник – это твердое тело, совершающее под действием силы тяжести колебания вокруг неподвижной оси подвеса O , не проходящей через центр масс тела C (рис. 2,б).

При отклонении маятника на угол α составляющая силы тяжести $\vec{P} = \vec{F}_\ell$ стремится возвратить маятник в положение равновесия. Для малых углов $\sin \alpha \approx \alpha$

$$F_\ell = -mg \sin \alpha = -mg\alpha. \quad (7)$$

Возвращающий момент M , создаваемый силой F_ℓ

$$M = F_\ell L = -mg\alpha L, \quad (8)$$

где $L = OC$ – плечо силы F_ℓ .

По основному закону динамики вращательного движения

$$M = J\varepsilon = J\ddot{\alpha} \quad (9)$$

где J – момент инерции маятника относительно оси O .

Из формул (8) и (9) имеем

$$\begin{aligned} J\ddot{\alpha} + mg\alpha L &= 0, \\ \ddot{\alpha} + \alpha \frac{mgL}{J} &= 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Уравнение (10) аналогично уравнениям (2) и (5), поэтому

$$\frac{mgL}{J} = \omega_0^2. \quad (11)$$

Отсюда период собственных колебаний физического маятника

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgL}}. \quad (12)$$

Выражение $\frac{J}{mL} = \ell_{np}$ называется приведенной длиной физического маятника.

Приведенной длиной физического маятника называется длина некоторого воображаемого математического маятника, который имеет тот же период колебаний, что и данный физический маятник.

С учетом приведенной длины период колебаний физического маятника будет иметь вид

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell_{np}}{g}} \quad (13)$$

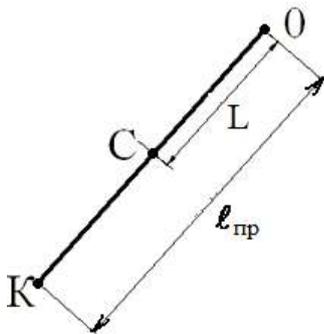


Рис. 3

Точка K на прямой, соединяющей точку подвеса O с центром тяжести C , лежащая на расстоянии приведенной длины от оси вращения, называется центром качания физического маятника (рис. 3.). Приведенная длина ℓ_{np} всегда больше L , поэтому точка подвеса и центр качания лежат по разные стороны от центра тяжести.

Точка подвеса и центр качания обладают свойством взаимности: при переносе точки подвеса в центр качания прежняя точка подвеса становится новым центром качания. Следовательно, при переносе точки подвеса в центр качания период колебаний маятника остается прежним. Это положение называется теоремой Гюйгенса.

Таким образом, если подобрать у физического маятника такие несимметричные относительно центра тяжести положения двух параллельных осей подвеса, чтобы период колебаний относительно них был одинаков, то расстояние между этими осями будет равно приведенной длине физического маятника. Измерив, это расстояние и период колебаний, можно по формуле (13) найти ускорение свободного падения g .

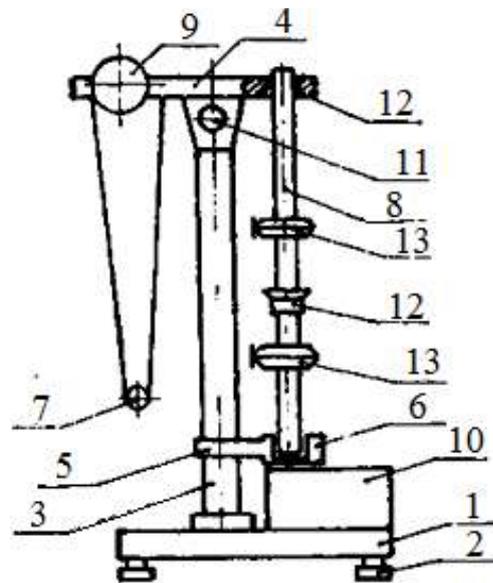
Описание установки

Маятник, имеющий две параллельные друг другу трехгранные призмы, на которые он может поочередно подвешиваться, называется оборотным маятником.

Общий вид установки, включающей в себя математический и оборотный маятники, показан на рис. 4, а.



а



б

Рис. 4

Основание 1 установки (рис. 4, б) оснащено регулируемыми ножками 2, которые позволяют произвести выравнивание прибора. В основании закреплена колонка 3, на которой зафиксирован верхний кронштейн 4 и нижний кронштейн 5 с фотоэлектрическим датчиком 6. После отвинчивания воротка 11 кронштейн можно поворачивать вокруг колонки. Натяжение воротка фиксирует кронштейн в любом, произвольно избранном положении. С одной стороны

кронштейна 4 находится математический маятник 7, с другой - на вмонтированных вкладышах оборотный маятник 8.

Математический маятник представляет собой массивный шарик небольшого радиуса 7, подвешенный на длинной нити для того, чтобы колебания происходили строго в одной плоскости. Длину математического маятника можно регулировать при помощи воротка 9, а его величину можно определить при помощи колонки 3.

Оборотный маятник представляет собой стальной стержень 8, на котором могут перемещаться и закрепляться в различных положениях опорные призмы 12 и тяжелые чечевицы 13. Призмы и чечевицы закрепляются приблизительно так, как показано на рис.4,б и маятник подвешивается на кронштейне 4 на одной из призм.

На стержне через 10 мм выполнены кольцевые нарезания, служащие для точного определения длины оборотного маятника (расстояние между призмами 12).

Нижний кронштейн вместе с фотоэлектрическим датчиком можно перемещать вдоль колонки и фиксировать в произвольно избранном положении. Фотоэлектрический датчик соединен разъемом с привинченным к основанию универсальным миллисекундомером 10.

Порядок выполнения работы

Задание 1. Определение ускорения свободного падения с помощью оборотного маятника.

1. Закрепить чечевицы 13 на стержне оборотного маятника несимметрично, т.е. таким образом, чтобы одна из них находилась вблизи конца стержня, а другая вблизи его середины. Призмы маятника 12 закрепить по обеим сторонам центра тяжести, чтобы они были обращены друг к другу лезвиями. Одну из них поместить вблизи свободного конца, а вторую на половине расстояния между чечевицами. Проверить, отвечают ли грани лезвий призм нарезаниям на стержне

2. Закрепить маятник на верхнем кронштейне на грани призмы, находящейся вблизи конца стержня.

3. Нижний кронштейн вместе с фотоэлектрическим датчиком закрепить так, чтобы стержень маятника пересекал оптическую ось.

4. Отклонить маятник на $4-5^\circ$ от положения равновесия и отпустить. Нажать клавишу "сброс", после подсчета измерителем 9-ти полных колебаний нажать клавишу "стоп". Секундомер покажет время 10 полных колебаний.

5. Повторить пятикратные измерения времени колебания. Результаты измерений записать в табл. 1.

6. Рассчитать период колебаний обратного маятника $T_{об}$ по формуле

$$T = \frac{t}{n}. \quad (14)$$

7. Снять маятник и закрепить его на второй призме, которая находится по середине стержня. Нижний кронштейн с фотоэлектрическим датчиком переместить так, чтобы маятник пересекал оптическую ось.

8. Отклонить маятник на $4-5^\circ$ от положения равновесия, измерить время колебания t и сравнить полученный результат со средним временем колебания $t_{об}$.

9. Если $t > t_{об}$, то вторую призму, расположенную между чечевицами, переместить в направлении чечевицы, находящейся в конце стержня. Если $t < t_{об}$, то - в направлении середины стержня. Размещение чечевиц не менять.

10. Повторно измерить время колебаний и сравнить с величиной $t_{об}$. Изменить положение второй призмы до момента получения равенства $t = t_{об}$ с точностью до 0,5%.

11. Получив равенство во времени, повторить пятикратно измерение времени колебания t . Результаты записать в табл.1.

12. Рассчитать период колебаний маятника T_{ϕ} и занести в табл.1.

13. Определить приведенную длину обратного маятника $\ell_{пр}$, подсчитывая количество нарезаний на стержне между призмами, которые нанесены через каждые 10 мм.

Таблица 1

n	Призма находится в конце стержня			Призма находится в середине стержня			$\ell_{пр}$, см
	N	t, с	$T_{об}$, с	n	t, с	T_{ϕ} , с	
1							
2							
3							
4							
5							
			$\bar{T}_{об}$, с			\bar{T}_{ϕ} , с	

14. Определить ускорение свободного падения g_{ϕ} по формуле

$$g_{\phi} = \frac{4\pi^2 \ell_{пр}}{\bar{T}_{\phi}^2}.$$

15. Рассчитать абсолютную ошибку измерения ускорения свободного падения g по формулам

$$\gamma = \frac{\Delta g}{g} = \sqrt{\left(\frac{\Delta \ell}{\ell}\right)^2 + 2\left(\frac{\Delta T}{\bar{T}}\right)^2 + 2\left(\frac{\Delta \pi}{\pi}\right)^2}; \quad (15)$$

$$\Delta g = \gamma \bar{g} \quad (16)$$

16. Записать окончательный результат в виде $g_{\phi} = (\bar{g} \pm \Delta g)$, при $\alpha = 0,95$.

Задание 2. Определение ускорения свободного падения с помощью математического маятника.

1. Поворачивая верхний кронштейн, поместить над фотоэлектрическим датчиком математический маятник.

2. Вращая вороток на верхнем кронштейне, установить длину математического маятника ℓ , равную приведенной длине оборотного маятника ℓ_{np} (определенной в задании 1). Обратит внимание на то, чтобы черта на шарике была продолжением черты на корпусе фотоэлектрического датчика.

3. Ввести математический маятник в движение, отклоняя шарик на $4-5^\circ$ от положения покоя.

4. Нажать кнопку "сброс". После подсчета измерителем 9-ти колебаний нажать кнопку "стоп". Результат времени записать в табл. 2.

5. Пятикратно повторить измерение времени колебания и занести в табл. 2.

6. Рассчитать период T_m математического маятника по формуле (14). Сравнить периоды колебаний математического маятника с физическим, вычисленным выше.

Таблица 2

N	ℓ , см	n	t , с	T_m , с	T_{ϕ} , с	ΔT , с
1						
2						
3						
4						
5						
				\bar{T}_m , с		

7. Рассчитать ускорение свободного падения по формуле

$$g_m = \frac{4\pi^2 \ell}{T_m^2}$$

8. Вычислить абсолютную ошибку для ускорения свободного падения g_m по формулам (15), (16).

9. Записать окончательный результат в виде $g_m = (\bar{g} \pm \Delta g)$, при $\alpha = 0,95$.

10. Сравнить величины ускорения свободного падения, полученные с помощью математического и физического маятников и сделать соответствующие выводы.

Контрольные вопросы

1. Дать определение понятий: гармоническое колебание, амплитуда, частота, период, фаза, начальная фаза. Записать уравнение гармонического колебания.
2. Нарисовать графики гармонических колебаний, отличающихся друг от друга:
 - амплитудой,
 - частотой,
 - фазой,
 - начальной фазой.
3. Как определить скорость, ускорение, энергию колеблющейся точки?
4. Что называется физическим маятником, математическим маятником, приведенной длиной физического маятника?
5. Вывести формулы периода колебаний физического и математического маятников. Сравнить их.
6. Сформулировать теорему Гюйгенса. Рассказать, где она применяется в данной работе.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №7

ИЗУЧЕНИЕ МЕХАНИЧЕСКИХ ЗАТУХАЮЩИХ КОЛЕБАНИЙ

Цель работы: определить основные характеристики затухающих механических колебаний.

Приборы и принадлежности: специальная установка, снабженная секундомером, счетчиком числа колебаний и шкалой-линейкой.

Теоретические сведения

Всякое движущееся тело встречает сопротивление своему движению со стороны окружающей его среды и других тел, с которыми оно во время движения соприкасается. Иначе говоря, на любое движущееся тело действуют силы трения. Природа этих сил может быть различной, но в результате их действия всегда происходит превращение механической энергии во внутреннюю энергию трущихся тел, т.е. в энергию теплового движения их частиц (диссипация энергии).

Силы трения довольно сложно зависят от скорости, но при колебаниях, когда скорость тела по абсолютной величине мала, можно считать, что силы трения пропорциональны скорости движения. Поэтому уравнение движения при колебаниях груза будет иметь следующий вид:

$$ma = -kx - r\dot{x}, \quad (1)$$

где m - масса колеблющегося тела; a - приобретаемое им ускорение; kx - упругая сила; rv - сила трения; k - коэффициент упругости; x - смещение системы из положения равновесия; r - коэффициент трения, зависящий от свойств среды, формы и размеров движущегося тела; v - скорость движения.

Заменив $v = \frac{dx}{dt}$ и $a = \frac{d^2x}{dt^2}$ и перенеся все члены в уравнении (1) в левую часть, получим

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + r \frac{dx}{dt} + kx = 0. \quad (2)$$

Это уравнение носит название дифференциального уравнения свободных затухающих колебаний в среде с линейным сопротивлением.

Решением дифференциального уравнения (2) является следующая функция времени:

$$x = A_0 e^{-\frac{r}{2m}t} \cos(\omega t + \varphi_0) = A_0 e^{-\delta t} \cos(\omega t + \varphi_0)$$

где A_0 - начальная амплитуда колебаний; e - экспонента; t - время колебательного движения; ω - циклическая (круговая) частота колебаний; φ_0 - начальная фаза колебаний; δ - коэффициент затухания, который определяется как

$$\delta = \frac{r}{2m}.$$

Коэффициент затухания определяет быстроту убывания амплитуды колебаний. Частота колебаний

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{r^2}{4m^2}} = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$$

называется собственной циклической частотой колебаний диссипативной системы, $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ - циклическая частота свободных незатухающих колебаний

пружинного маятника в отсутствие сил трения. Условным периодом затухающих колебаний называют величину

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \left(\frac{r}{2m}\right)^2}}. \quad (3)$$

Из формулы (3) видно, что период затухающих колебаний несколько больше периода колебаний той же системы в отсутствие затухания. Это связано с некоторым замедлением движения, которое обуславливают силы сопротивления. На рис. 1 приведен график затухающих колебаний, представляющий сочетание экспоненциальной функции (затухающей) $e^{-\beta t}$ и периодической функции $\cos(\omega t + \varphi_0)$.

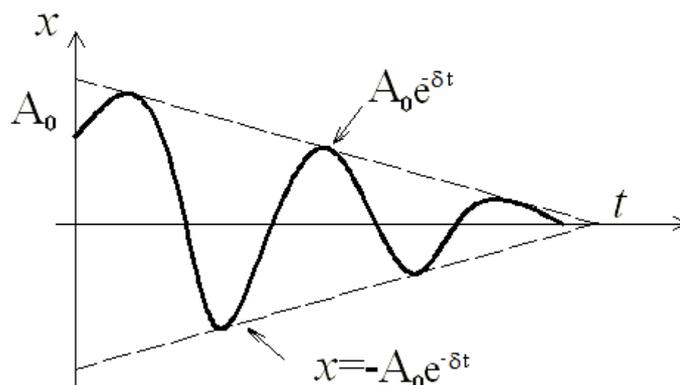


Рис. 1

Отношение амплитуд затухающего колебания, отстоящих друг от друга на интервал времени равный периоду, постоянно во все время колебаний,

$$\frac{A_t}{A_{t+T}} = \frac{A_0 e^{-\frac{r}{2m}t}}{A_0 e^{-\frac{r}{2m}(t+T)}} = \frac{A_0 e^{-\frac{r}{2m}t}}{A_0 e^{-\frac{r}{2m}t} e^{-\frac{r}{2m}T}} = e^{\frac{r}{2m}T} = e^{\delta T}.$$

Натуральный логарифм этого отношения называется логарифмическим декрементом затухания

$$\Theta = \ln \frac{A_t}{A_{t+T}} = \delta T = \frac{r}{2m} T.$$

Логарифмический декремент затухания определяет число полных колебаний маятника за время затухания этих колебаний. Логарифмический декремент затухания связан с добротностью периодического движения маятника:

$$Q = \frac{\pi}{\Theta} = \frac{\omega_0}{2\delta}.$$

Если обозначить через τ промежуток времени, за который амплитуда колебаний уменьшится в e раз, тогда

$$\frac{A_0}{A_\tau} = e^{\delta\tau} = e.$$

Откуда $\delta\tau = 1$ или $\delta = \frac{1}{\tau}$.

Следовательно, коэффициент затухания δ есть физическая величина, обратная промежутку времени τ , в течение которого амплитуда убывает в e раз. Время τ называют временем релаксации.

Обозначив через N_e число полных колебаний, за которое амплитуда уменьшится в e раз, находим

$$\tau = N_e T$$

$$\Theta = \delta T = \frac{T}{\tau} = \frac{1}{N_e}$$

Следовательно, логарифмический декремент затуханий Θ есть физическая величина, обратная числу колебаний N_e , по истечении которых амплитуда убывает в e раз. Графически это представлено на рис. 2.

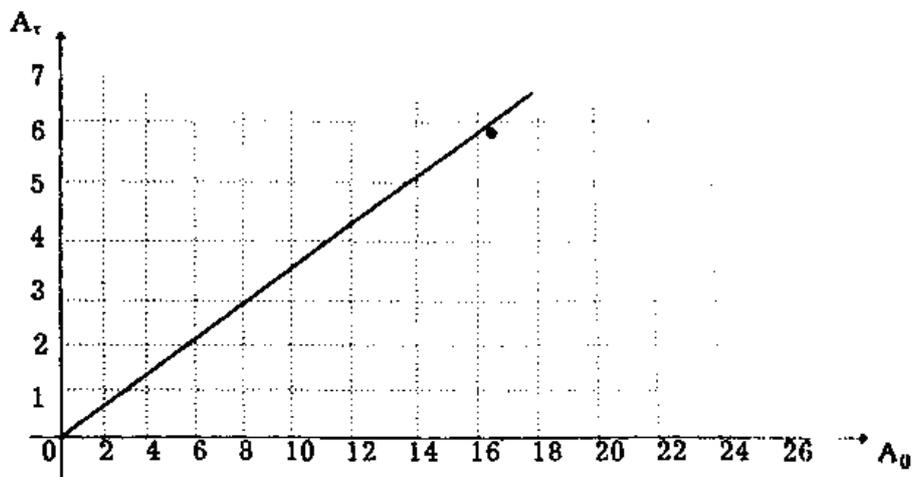


Рис. 2

Описание установки

На передней панели прибора (рис. 3, *а*) три клавиши: сеть 1 – выключатель сети; пуск 2 – запуск счетчика колебаний и секундомера; стоп 3 – остановка счетчика колебаний и секундомера. На стойке 4 подвешен металлический шарик 5. Амплитуду колебаний шарика измеряют по шкале 6. Установка позволяет определить характеристики затухающих колебаний при различных силах сопротивления.

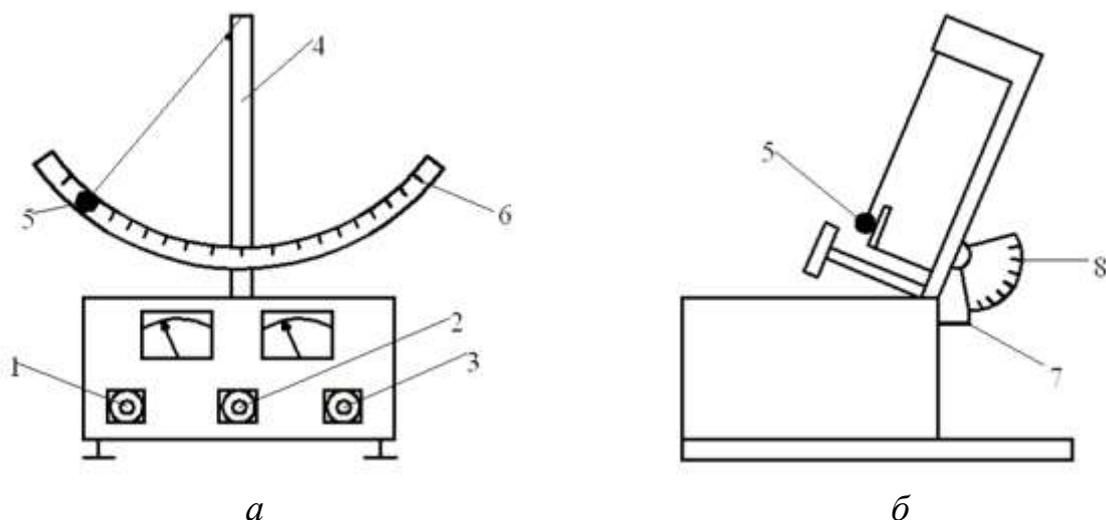


Рис. 3

Для изменения силы сопротивления плоскость колебаний шарика ручкой 7 (рис.3, *б*) можно отклонить от вертикального положения на угол α , который измеряют по шкале 8. Шарик, совершающий колебательные движения, начинает кататься по плоскости установки. Для отклоненной плоскости си-

ла сопротивления складывается из двух сил: силы вязкого трения шарика в воздухе, зависящей от скорости, и постоянной силы трения качения.

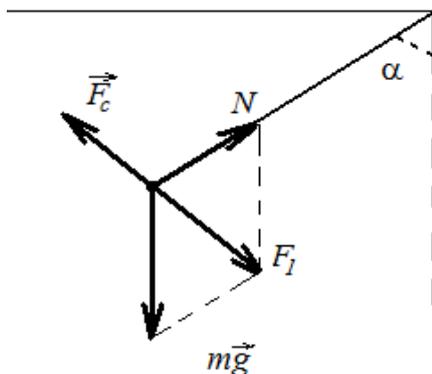


Рис. 4

Следует отметить, что при отклонении от вертикали плоскости колебаний на угол α изменяется период колебаний. Это связано с изменением квазиупругой силы F_1 (рис. 4). В предельном случае, когда угол $\alpha = 90^\circ$, колебания совершаются системой не будут.

$$F_1 = -kx = 0.$$

Порядок выполнения работы

1. Включить установку в сеть и проверить работу регистрирующих систем: электронного секундомера и счетчика числа колебаний. Если требуется, то выровнять установку с помощью регулировочных болтов.

2. Из рис. 2 исходя из начальной амплитуды A_0 определить амплитуду A_τ последнего колебания, при котором она уменьшится в e раз. Данные записать в табл.

Таблица

$m_{\text{шара}} = \text{ , КГ}$									
A	n	A_0	A_τ	N_e	τ	Θ	T	δ	r
	1								
	2								
	3								
	4								
	5								
				$\overline{N_e} =$	$\overline{\tau} =$	$\overline{\Theta} =$	$\overline{T} =$	$\overline{\delta} =$	$\overline{r} =$
A	n	A_0	A_τ	N_e	τ	Θ	T	δ	r
	1								
	2								
	3								
	4								
	5								
				$\overline{N_e} =$	$\overline{\tau} =$	$\overline{\Theta} =$	$\overline{T} =$	$\overline{\delta} =$	$\overline{r} =$

3. Выставить угол наклона плоскости колебаний шарика в пределах $5^\circ < \alpha < 15^\circ$.

4. Отклонить шарик от положения равновесия на A_0 и отпустить. Когда амплитуда колебаний шарика уменьшится до A_τ нажать на кнопку

«стоп». Записать число колебаний N_e и время τ в табл..

5. Пятикратно выполнить измерения при неизменной геометрии эксперимента. Данные записать в таблицу.

6. Изменить значение угла наклона плоскости колебаний шарика в пределах $20^\circ < \alpha < 35^\circ$.

7. Провести пятикратные измерения согласно п. 4. Результаты измерений занести в табл.

8. Вычислить логарифмический декремент затухания, период колебаний, коэффициент затухания и коэффициент трения по формулам

$$\Theta = \frac{1}{T_e}; T = \frac{\tau}{N_e}; \delta = \frac{1}{\tau}; r = 2\delta m.$$

Контрольные вопросы

1. Какие колебания называются свободными затухающими колебаниями?

2. От чего зависит сила сопротивления среды при движении тела в ней?

3. Какой физический смысл имеет коэффициент сопротивления среды?

4. Как записывают дифференциальное уравнение свободных затухающих колебаний, и уравнение зависимости смещения от времени?

3. Как зависит амплитуда затухающих колебаний от времени?

4. Каким соотношением связаны коэффициент затухания и логарифмический декремент затухания?

6. Объяснить физический смысл коэффициента затухания и времени релаксации. Какая связь между ними?

7. Каким образом изменяются коэффициенты k и r , а также период колебаний системы T при увеличении угла наклона плоскости колебаний?

8. Какие опытные данные нужно иметь для вычислений логарифмического декремента затухания и коэффициента сопротивления среды?

9. Нарисовать качественные сравнительные графики изученных затухающих колебаний.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №8

ИЗУЧЕНИЕ ТЕЧЕНИЯ ГАЗА ЧЕРЕЗ КАПИЛЛЯР

Цель работы: изучение законов движения жидкостей и газов, определение вязкости газа, средней длины свободного пробега молекулы, эффективного диаметра молекулы, коэффициента диффузии газа.

Приборы и принадлежности: установка для изучения течения воздуха через капилляр, резиновые пробки с капиллярами, мерный стакан и вода.

Теоретические сведения

Рассмотрим течение газа через длинную трубу. Пусть при данном давлении плотность газа будет настолько большая, что средняя длина свободного пробега молекул газа $\langle \ell \rangle$ будет много меньше характерного размера канала, за который принят радиус r_0 трубы, т. е. выполняется соотношение

$$\langle \ell \rangle \ll r_0.$$

В этом случае соударения между молекулами происходят намного чаще, чем их столкновения со стенками канала, и можно считать, что течение газа определяется межмолекулярными столкновениями. В этих условиях физические величины, характеризующие состояние газа, не меняются заметно на расстоянии одной средней длины свободного пробега молекул и газ можно рассматривать как сплошную среду, а именно как жидкость. При этом под понятием "жидкость" подразумевается не агрегатное состояние вещества, а свойство сплошной среды откликаться на любое касательное усилие с бесконечной малой сдвиговой деформацией.

Для удобства рассмотрения течения жидкости по каналу будем считать, что канал имеет цилиндрическую форму и поперечное сечение канала неизменно по всей длине. В этом случае, если длина канала достаточно велика, можно считать, что течение полностью сформировано, т.е. распределение скоростей частиц жидкости по его сечению постоянно по всей длине канала.

Пусть на одном конце трубы давление будет больше, чем на другом. В этом случае в разных поперечных сечениях трубы давления неодинаковы и жидкость должна была бы испытывать ускорение. Однако опыт показывает, что если нет нарушения непрерывности течения, то скорости частиц жидкости в разных поперечных сечениях трубы одни и те же, т.е. ускорения нет. Это противоречие устраняется, если предположить, что на движущуюся среду действует со стороны трубы сила, направленная навстречу потоку и уравнивающая разность давлений. Эта сила называется силой внутреннего трения или силой вязкости по аналогии с силой, возникающей при движении твердых тел по поверхности.

Сила внутреннего трения существует не только между внешним слоем жидкости и трубы, но и между отдельными цилиндрическими слоями жидкости, скользящими друг относительно друга. Наличие сил внутреннего трения приводит к тому, что цилиндрический слой жидкости, прилегающий непосредственно к стенке трубы, действует на соседний с ним внутренний слой, этот слой на следующий и т.д.

Таким образом, тангенциальные силы, параллельные векторам скоростей частиц жидкости, со стороны трубы оказывают влияние на скорость всего потока. Слой жидкости, прилегающий к стенке трубы, не движется и его скорость равна нулю. Внутренние слои жидкости движутся со скоростями, непрерывно

возрастающими к центру трубы и достигающими максимального значения v_0 , как показано стрелками на рис.1.

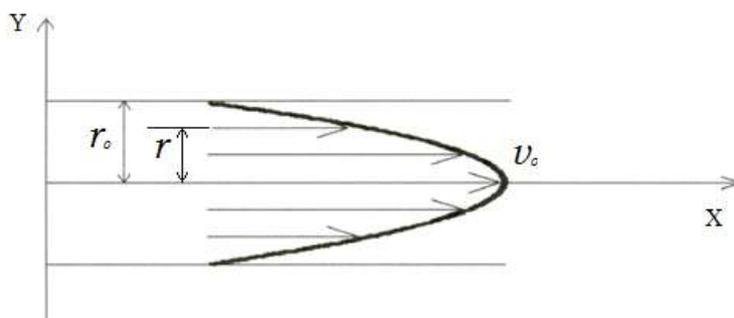


Рис. 1.

Так как все промежуточные слои находятся в одинаковых условиях, скорости частиц жидкости v от слоя к слою изменяется на одинаковую величину и модуль градиента скорости вдоль радиуса r есть величина постоянная:

$$\left| \frac{dv}{dr} \right| = \frac{v_0}{r_0},$$

где $\frac{dv}{dr} < 0$.

Механизм возникновения внутреннего трения можно объяснить следующей моделью. Пусть два соседних слоя жидкости движутся с разными скоростями. Молекулы при тепловом движении из одного слоя будут попадать в другой, перенося при этом свой импульс упорядоченного (направленного) движения. В результате обмена молекул между слоями, движущимися с различными скоростями, импульс упорядоченного движения будет уменьшаться для слоя движущегося быстрее, а для медленнее движущегося - увеличиваться. Это означает, что слой, движущийся быстрее, тормозится, а движущийся медленнее ускоряется.

Сила внутреннего трения между слоями жидкости описывается законом Ньютона

$$F = \eta \left| \frac{dv}{dr} \right| S,$$

где F – модуль силы внутреннего трения; S – площадь соприкосновения слоёв; η – динамическая вязкость жидкости. В системе единиц измерений СИ динамическая вязкость измеряется в Па·с, а в системе единиц СГС – в "пуазах" – г/(см·с).

У большинства жидкостей с ростом температуры вязкость уменьшается. Вязкость газов с увеличением температуры T растёт примерно как \sqrt{T} .

Вязкость газов почти не зависит от давления. Казалось бы, с понижением давления и, соответственно, уменьшением плотности газа, должно уменьшаться число столкновений между молекулами. Следствием чего должно быть уменьшение числа молекул, переходящих из одного слоя газа в соседний слой и пе-

редающих свои импульсы молекулам в соседнем слое. В действительности при понижении давления средняя длина свободного пробега молекул увеличивается, и в результате молекулы, переносящие импульсы из одного слоя в другой, могут воздействовать на более удаленные области соседнего слоя. Эти два механизма точно компенсируют друг друга. Поэтому с изменением давления вязкость газа остается постоянной.

При обычных условиях любое течение жидкости сопровождается проявлением действия сил внутреннего трения. Однако, при температуре среды вблизи 0 К возможно такое явление, как сверхтекучесть. При атмосферном давлении и температуре ниже 4,2 К гелий превращается в жидкость. Когда же температура становится ниже 2,19 К, вязкость части жидкости обращается в нуль. В таком состоянии сверхтекучая жидкость может проникать через малые отверстия быстрее, чем газообразный гелий. В сверхтекучей жидкости работа сил вязкости равна нулю и атомы такой жидкости скользят относительно друг друга без энергетических потерь и могут быстро переносить возмущения по всей жидкости. Поэтому сверхтекучий гелий проводит тепло лучше любого другого вещества, например, в сто раз быстрее меди.

Наряду с термином "динамическая вязкость" при описании движения вязкой среды используется термин "кинематическая вязкость". Кинематическая вязкость ν определяется как

$$\nu = \frac{\eta}{\rho},$$

где ρ – плотность среды. В системе единиц измерений СИ кинематическая вязкость измеряется в $\text{м}^2/\text{с}$, а в системе единиц СГС – в $\text{см}^2/\text{с}$.

В таблице 1 даны значения величин η и ν для воздуха и некоторых жидкостей при температуре $t = 20^\circ \text{С}$:

Таблица 1

Вещество	η , Па·с	ν , $\text{м}^2/\text{с}$
Воздух	$1,81 \cdot 10^{-5}$	$1,5 \cdot 10^{-5}$
Вода	$1,0 \cdot 10^{-3}$	$1,0 \cdot 10^{-6}$
Спирт этиловый	$1,192 \cdot 10^{-3}$	$1,51 \cdot 10^{-6}$
Глицерин	0,83	$6,91 \cdot 10^{-4}$

Вернемся снова к рассмотрению стационарного течения вязкой среды по трубе. Мысленно выделим цилиндр, расположенный вдоль трубы длиной L и радиусом r (рис.2, а).

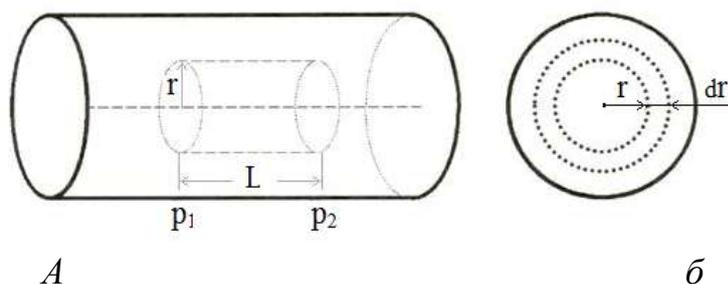


Рис. 2

Скорость частиц жидкости в разных точках поперечного сечения трубы различна. Она зависит от расстояния до стенок. С внешней стороны на единицу поверхности цилиндра действует сила вязкости

$$\Delta F = \eta \left| \frac{d\upsilon}{dr} \right|,$$

на всю поверхность рассматриваемого цилиндра сила F :

$$F = 2\pi r L \eta \left| \frac{d\upsilon}{dr} \right|.$$

Пусть давление p_1 в первом поперечном сечении трубы больше давления p_2 во втором поперечном сечении. Так как движение частиц жидкости происходит с постоянной скоростью, то сила F должна уравновешивать разность сил давлений p_1 и p_2 на торцах цилиндра. Следовательно,

$$2\pi r L \eta \frac{d\upsilon}{dr} + (p_1 - p_2) \pi r^2 = 0,$$

где $\frac{d\upsilon}{dr} < 0$.

Отсюда

$$d\upsilon = -\frac{p_1 - p_2}{2\eta L} r dr. \quad (1)$$

Интегрируя выражение (1), получаем

$$\upsilon = -\frac{p_1 - p_2}{2\eta L} r^2 + C, \quad (2)$$

где C – постоянная величина.

У стенок трубы $r = r_0$ и скорость частиц жидкости $\upsilon = 0$. Из выражения (2) следует, что постоянная C имеет значение

$$C = \frac{p_1 - p_2}{2\eta L} r_0^2.$$

Тогда зависимость скорости направленного движения частиц жидкости от радиуса трубы принимает вид

$$\upsilon = \frac{p_1 - p_2}{2\eta L} (r_0^2 - r^2) = \frac{\Delta p}{4\eta L} (r_0^2 - r^2), \quad (3)$$

где $\Delta p = (p_1 - p_2)$ - разность давлений.

Максимальная скорость движения частиц жидкости по оси трубы при $r=0$:

$$v_0 = \frac{\Delta p}{2\eta L} r_0^2. \quad (4)$$

Чтобы найти массу жидкости, протекающей через все поперечное сечение трубы, нужно разбить сечение на тонкие кольца радиусом r и толщиной dr (рис.2, б). Через площадь такого кольца $ds = 2\pi r dr$ в единицу времени протекает масса жидкости $dm = \rho 2\pi r v dr$, где ρ - плотность жидкости.

Учитывая (3), определяем всю массу жидкости, протекающей через поперечное сечение трубы в единицу времени,

$$m = \int_0^{r_0} dm = \int_0^{r_0} 2\pi \rho \frac{\Delta p}{4\eta L} (r_0^2 - r^2) r dr.$$

Окончательно получаем

$$m = \frac{\pi \rho \Delta p}{8\eta L} r_0^4. \quad (5)$$

Масса жидкости, протекающей через поперечное сечение трубы в единицу времени, пропорциональна четвертой степени радиуса трубы. Формулу (5) эмпирически получил Пуазейль в 1840 году и она была теоретически выведена Стоксом в 1845 году. Течение вязкой среды иногда называют «пуазейлевым» течением.

С другой стороны, масса жидкости, протекающей через поперечное сечение трубы в единицу времени, равна

$$m = v_{cp} \rho \pi r_0^2, \quad (6)$$

где v_{cp} - средняя скорость движения частиц жидкости (газа) или скорость потока жидкости (газа).

Приравнивая правые части выражений (5) и (6), получаем

$$v_{cp} = \frac{r_0^2}{8\eta L} \Delta p. \quad (7)$$

Сравнивая выражения (4) и (7), находим, что максимальная скорость движения частиц жидкости (газа)

$$v_0 = 2v_{cp}. \quad (8)$$

Из выражения (7) получаем значение динамической вязкости жидкости (газа)

$$\eta = \frac{r_0^2}{8v_{cp} L} \Delta p$$

Динамическую вязкость газа можно определить и другим способом, исходя из молекулярно-кинетических представлений, согласно которым

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \langle v_m \rangle \langle \ell \rangle, \quad (9)$$

где $\langle v_m \rangle$ – средняя скорость теплового движения молекул; $\langle \ell \rangle$ – средняя длина свободного пробега молекул; ρ – плотность газа.

В формуле (9) и далее для скорости теплового движения молекул используется обозначение v_m . Это сделано для того, чтобы не путать скорости направленного движения частиц жидкости (газа) со скоростью теплового движения молекул.

Учет сил притяжения и отталкивания между молекулами газа приводит к более точной формуле:

$$\eta = 0,499\rho\langle v_m \rangle\langle \ell \rangle. \quad (10)$$

Значение средней скорости теплового движения молекул находится по формуле

$$\langle v_m \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}}, \quad (11)$$

где k – постоянная Больцмана; T – термодинамическая температура газа; m_0 – масса молекулы.

Из уравнения (10) можно определить среднее значение длины свободного пробега молекул:

$$\langle \ell \rangle = \frac{\eta}{0,499} \sqrt{\frac{\pi m_0}{8kT}}. \quad (12)$$

Значение $\langle \ell \rangle$ позволяет определить эффективный диаметр молекулы

$$d = \sqrt{\frac{1}{n\pi\langle \ell \rangle\sqrt{2}}}, \quad (13)$$

где n – число молекул в единице объема.

На основании кинетической теории можно найти теоретическое приближенное значение коэффициента диффузии молекул газа

$$D = \frac{1}{3}\langle v_m \rangle\langle \ell \rangle. \quad (14)$$

Сравнивая (14) с выражением для вязкости (9), находим, что

$$D = \frac{\eta}{\rho}$$

Вводя поправку, учитывающую распределение скоростей молекул газа по закону Максвелла, получаем более точное выражение для коэффициента диффузии, который можно определить экспериментально:

$$D = 1,342 \frac{\eta}{\rho}. \quad (15)$$

Таким образом, определив вязкость газа, можно найти важные газокинетические параметры: среднюю длину свободного пробега молекул $\langle \ell \rangle$, эффективный диаметр молекулы d и коэффициент диффузии D молекул газа.

Рассмотрен случай вязкого течения газа по трубе, которое осуществляется при выполнении условия, что средняя длина свободного пробега молекул много меньше радиуса канала. При низких давлениях, когда длина свободного пробега сравнима и больше характерного размера канала, столкновения между молекулами газа будут значительно реже, чем столкновения между молекулами и стенками канала. Такое течение газа носит название "молекулярного". Существует и промежуточный тип течения. Таким образом, в зависимости от величины безразмерного параметра, называемого "числом Кнудсена", равного отношению средней длины свободного пробега молекул газа к радиусу трубы, описание течения газов через трубы разделяют на три части:

при $\frac{\langle \ell \rangle}{r_0} < 0,01$ течение "вязкостное";

при $\frac{\langle \ell \rangle}{r_0} > 1,00$ течение "молекулярное";

при $0,01 < \frac{\langle \ell \rangle}{r_0} < 1,00$ промежуточный тип течения.

При выводе формулы Пуазейля (5) были сделаны следующие допущения:

- газ рассматривался как сплошная несжимаемая среда;
- течение полностью сформировано, т.е. распределение скоростей частиц газа по любому поперечному сечению постоянно по всей длине трубы;
- скорость частиц газа у стенки трубы равна нулю.

Чтобы установить значения этих допущений, выясним условия, при которых они становятся существенными.

Известно, что сжимаемостью газа можно пренебречь, если

$$\frac{1}{2} M^2 \ll 1. \quad (16)$$

Здесь M – «число Маха» для течения, определяемое как отношение максимальной скорости движения частиц газа u_0 к скорости звука c в газе, которая для воздуха при комнатной температуре равна 340 м/с:

$$M = \frac{u_0}{c}$$

При этом труба должна быть достаточно длинной, чтобы выполнялось второе допущение, т.е. чтобы течение было полностью сформировано.

Когда газ втекает в трубу из большого объема, распределение скоростей по входному сечению приблизительно однородно. По мере прохождения газа по трубе за счет сил внутреннего трения распределение скоростей частиц газа по сечению изменяется. Расчеты показывают, что течение газа становится полностью сформированным на расстоянии L_{Re} от входа в трубу

$$L_{Re} = 2,27 r_0 Re$$

где r_0 – радиус трубы; Re – «число Рейнольдса» для потока - безразмерный параметр, который определяется следующим образом:

$$Re = \frac{r_0 \rho v_{cp}}{\eta}, \quad (17)$$

где ρ – плотность газа; η – динамическая вязкость; v_{cp} - средняя скорость движения частиц газа по сечению или скорость потока газа.

Число Рейнольдса (17) определяет отношение энергии объема газа к работе сил вязкости при движении этого объема газа. Чем меньше Re , тем большую роль играют силы вязкости в движении газа.

Число Рейнольдса является единственной безразмерной комбинацией параметров, определяющих течение вязкой жидкости (вязкого газа) по трубе. Действительно, среда полностью определяется плотностью и вязкостью, а само течение средней скоростью и радиусом канала. Такие безразмерные комбинации играют большую роль при моделировании различных явлений. В большинстве случаев моделирование процессов основано на рассмотрении физически подобных явлений. Изучение интересующего нас натурального явления мы заменяем изучением физически подобного явления, которое удобнее и проще осуществить.

Два физических явления называются подобными, если по заданным характеристикам одного можно получить характеристики другого простым пересчетом, который аналогичен переходу от одной системы единиц измерения к другой.

В теории размерности и подобия показано, что для всякой совокупности подобных явлений все соответствующие безразмерные характеристики (безразмерные комбинации размерных величин) имеют одинаковое численное значение. Верно и обратное, т.е. если все соответствующие безразмерные характеристики для движений одинаковы, то эти движения подобны. Заметим, что моделирование процессов широко применяется при проектировании самолетов, кораблей, дамб, плотин, мостов и т.д.

В зависимости от рассматриваемых явлений применяются и другие безразмерные комбинации физических параметров, например, «число Фруда», «число Струхалея», «число Прандтля» и т.д.

Вернемся к рассмотрению движения жидкости (газа) по трубе. Для всякой задачи о движении вязкой жидкости (вязкого газа) в стационарных условиях должно, в принципе, существовать точное стационарное решение уравнений гидродинамики. Эти решения формально существуют при любых параметрах среды ρ , η и ее течения r_0 , v_{cp} , но не всякое решение уравнений движения может реально существовать в природе. Осуществляющиеся в природе движения должны не только удовлетворять гидродинамическим уравнениям, а быть еще и устойчивыми: малые возмущения, раз возникнув, должны затухать со временем. Если же, напротив, возникающее в потоке возмущение стремится возрасти со временем, то движение неустойчиво и фактически существовать не

может. Математическое исследование устойчивости крайне сложно. Для течения в трубе круглого сечения полное теоретическое описание устойчивости еще отсутствует.

Физически переход от стационарного течения вязкой жидкости (вязкого газа) к нестационарному (неустойчивому) характеризуется чрезвычайно нерегулярным, беспорядочным изменением скорости частиц газа со временем в каждой точке потока. Такое же нерегулярное изменение скорости частиц газа имеет место от точки к точке потока, рассматриваемого в заданный момент времени.

Для всех «пуазейлевых» течений существует критическое число Рейнольдса Re , определяющее границу устойчивости или, другими словами, границу перехода от стационарного течения к турбулентному. Для трубы круглого сечения незатухающая турбулентность наблюдается уже при $Re \approx 2000$. Следовательно, формула Пуазейля (5) справедлива лишь для области параметров, где $Re < 2000$.

Описание установки

Изучение течения воздуха через капилляр при атмосферном давлении осуществляется на установке, изображенной на рис.3.

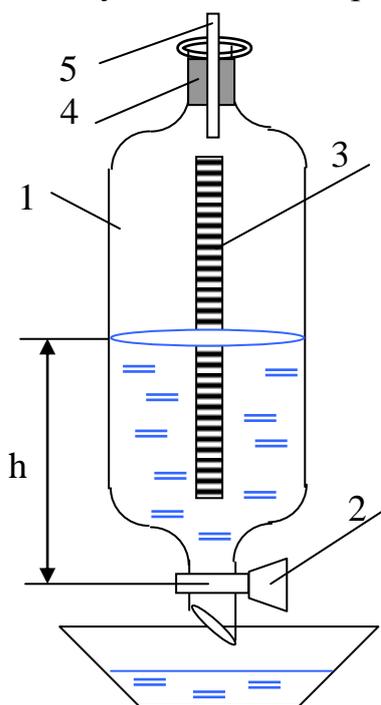


Рис. 3

Основной частью экспериментальной установки является цилиндрическая делительная воронка 1, укрепленная на штативе. Для делительной воронки имеется несколько резиновых пробок 4, в которые вставлены трубки со стеклянными капиллярами 5, через которые атмосферный воздух может поступать в делительную воронку 1. Стеклянные капилляры имеют различные диаметры внутренних каналов. С целью увеличения механической прочности капилляры помещены в медные трубки.

Сбоку, вплотную к делительной воронке 1, расположена измерительная линейка 3, которую можно перемещать вдоль делительной воронки. Под отводную трубку с краном 2 устанавливается мерный стакан.

Принцип действия установки заключается в следующем: если в делительную воронку налить воды, закрыть её глухой пробкой и открыть кран, то из воронки вытечет некоторое количество воды под действием гидростатического давления и установится равновесие, при котором часть воды будет оставаться в делительной воронке. Очевидно, что в этом случае давление внутри сосуда $p_{вн}$

будет равно давлению атмосферного воздуха $p_{атм}$.

Давление $p_{вн}$ внутри сосуда будет складываться из давления p над водой и давления $p_{ж}$ столба воды высотой h от крана 2 до поверхности воды в делительной воронке 1. Условие равновесия можно записать в виде

$$p_{атм} = p + p_{ж}, \quad (18)$$

где $p_{вн} = \rho_{ж}gh$; $\rho_{ж}$ – плотность воды; g – ускорение свободного падения.

Если теперь глухую пробку заменить пробкой с капилляром, то равенство (18) станет динамическим, т.е. оно будет выполняться в каждый момент времени при $p_{атм} = const$, но с течением времени величины p и $p_{ж}$ будут меняться.

Действительно, из (18) следует, что на концах капилляра существует разность давлений

$$\Delta p = p_{атм} - p = p_{ж}$$

вызывающая течение воздуха по капилляру. Объем атмосферного воздуха, поступающего в делительную воронку за время Δt , равен объему воды, вытекающей за это время из делительной воронки. При этом уменьшается высота h столба воды и давление $p_{ж}$. Соответственно изменяется и давление p , но уравнение (18) всегда время выполняется.

Допустим, что первоначальная высота столба воды была h_1 , а через промежуток времени Δt эта высота стала равной h_2 . В начальный момент времени на концах капилляра разность давлений воздуха была равна

$$\Delta p_1 = \rho_{ж}gh_1,$$

по истечению времени Δt

$$\Delta p_2 = \rho_{ж}gh_2$$

Если объем вытекающей воды достаточно мал, а диаметр делительной воронки велик, изменение высоты столба воды будет небольшим, и можно принять, что течение воздуха по капилляру за время наблюдения Δt происходит при постоянной средней разности давлений на концах капилляра

$$\Delta p = \frac{\Delta p_1 + \Delta p_2}{2} = \frac{1}{2}(h_1 + h_2)\rho_{ж}g, \quad (19)$$

где h_1 и h_2 - высоты столба жидкости, соответственно, в начале и в конце наблюдения; $\rho_{ж}$ - плотность воды; g – ускорение свободного падения.

Порядок выполнения работы

1. Закрыть кран делительной воронки и налить в неё воду до уровня 250-320 мм.
2. Вставить плотно в горло делительной воронки пробку с капилляром так, чтобы нижний конец капилляра не касался воды.
3. Поставить под делительную воронку любую емкость объемом 100 -200 мл и открыть кран. После того, как течение воды стабилизируется, можно при-

ступить к измерениям.

4. Заменить емкость под делительной воронкой на мерный стакан и одновременно включить секундомер. В этот же момент времени отметить высоту водяного столба h_1 по линейке и записать в табл.1.

5. Спустя промежуток времени $\Delta t = 10$ мин перекрыть кран воронки и выключить секундомер. Отметить высоту водяного столба h_2 по линейке. Результат измерения записать в табл.1.

6. Измерить температуру T и давление $p_{атм}$ в помещении и записать в табл.1.

7. По измеренному объему ΔV воды, вытекшей из делительной колонки в мерный стакан за время Δt , определить среднюю скорость движения частиц воздуха или скорость потока воздуха в капилляре:

$$v_{cp} = \frac{\Delta V}{s\Delta t}$$

где $s = \pi r^2$ – площадь поперечного сечения капилляра.

8. Вычислить максимальную скорость v_0 частиц воздуха по формуле (8).

9. Вычислить среднее значение разности давлений Δp воздуха на концах капилляра по формуле (19), принимая $\rho_{ж} = 10^3$ кг/м³ и $g = 9,8$ м/с². Результат расчета занести в табл.1.

9. Определить динамическую вязкость η воздуха по формуле

$$\eta = \frac{r_0^2}{8v_{cp}L} \Delta p$$

где r_0 – радиус; L – длина капилляра. Результат расчета записать в табл.1.

10. Вычислить среднюю скорость теплового движения молекул $\langle v_m \rangle$ по формуле (11) и среднюю длину свободного пробега $\langle \ell \rangle$ молекул воздуха по формуле (12), принимая среднюю молярную массу воздуха $M = 0,029$ кг/моль.

11. Найти эффективный диаметр d молекулы воздуха по формуле (23), предварительно вычислив число молекул воздуха в единице объема по формуле

$$n = \frac{P_{атм}}{kT}$$

12. Вычислить плотность атмосферного воздуха по формуле

$$\rho = \frac{Mp_{атм}}{RT}$$

где R – универсальная газовая постоянная. Результаты расчетов занести в табл.1.

13. Рассчитать теоретическое и экспериментальные значения коэффициента диффузии молекул воздуха по формулам (14), (15) и занести в табл.1.

14. Найти число Маха M по формуле $M = \frac{v_0}{c}$. Используя неравенство

$\frac{1}{2}M^2 \ll 1$ определить возможность пренебрежения сжимаемостью воздуха при его течении в данных условиях.

16. Найти число Рейнольдса Re по формуле (17). Сравнить полученное число Re со значением 2000 и установить: является ли течение воздуха стационарным, либо турбулентным.

Таблица 1

$h_1, \text{ м}$	$h_2, \text{ м}$	$T, \text{ К}$	$p_{\text{атм}}, \text{ Па}$	$\Delta V, \text{ м}^3$	$\Delta t, \text{ с}$	$v_{\text{ср}}, \text{ м/с}$	$v_0, \text{ м/с}$	$\Delta p, \text{ Па}$
$\eta, \text{ Па}\cdot\text{с}$	$d, \text{ м}$	$\langle v_m \rangle, \text{ м/с}$	$\langle \ell \rangle, \text{ м}$	$\rho, \text{ кг/м}^3$	$D_T, \text{ м}^2/\text{с}$	$D_\Delta, \text{ м}^2/\text{с}$	M	Re

18. Сравнить экспериментально рассчитанные значения физических величин $\eta, d, \langle \ell \rangle, D_T, D_\Delta$ со значениями соответствующих величин, приведенных в табл. 2. Оценить степень расхождения сравниваемых физических величин.

19. По найденному числу Рейнольдса Re для течения воздуха через капилляр определить разность давлений на концах трубки длиной $L = 150 \text{ мм}$ и радиусом $r_0 = 0,5 \text{ мм}$ при течении через нее воды, используя формулу

$$\Delta p = \frac{8\eta v_{\text{ср}} L}{r_0^2}.$$

Таблица 2

$\eta, \text{ Па}\cdot\text{с}$	$d, \text{ м}$	$\langle \ell \rangle, \text{ м}$	$D, \text{ м}^2/\text{с}$
$1,81 \cdot 10^{-5}$	$3,74 \cdot 10^{-10}$	$6,7 \cdot 10^{-8}$	$1,7 \cdot 10^{-5}$

Контрольные вопросы

1. При каких условиях жидкость и газ можно объединить одним термином «жидкость»?
2. Какое течение называется вязким?
3. Каков механизм внутреннего трения?
4. Что называется средней длиной свободного пробега молекулы?
5. Какие допущения принимаются при выводе формулы Пуазейля?
6. Что определяет число Маха?

7. Для чего используется число Рейнольдса?
8. Какие явления называются физически подобными?
9. Какое течение называется турбулентным?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №9

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОТНОШЕНИЯ ТЕПЛОЕМКОСТЕЙ ГАЗА МЕТОДОМ АДИАБАТИЧЕСКОГО РАСШИРЕНИЯ

Цель работы: определить отношение теплоемкостей газа методом адиабатического расширения.

Приборы и принадлежности: установка ФПТ1-6 (закрытый стеклянный баллон, U-образный водяной манометр, насос).

Теоретические сведения

Всякое тело, состоящее из большого числа частиц, называется макроскопической системой. Ее размеры всегда значительно больше размеров атомов и молекул. Термодинамика, как раздел физики, изучает закономерности теплового движения в равновесных макроскопических системах и процессы перехода от одних равновесных термодинамических состояний к другим.

Под термодинамической системой понимают совокупность макроскопических тел, которые взаимодействуют и обмениваются энергией как между собой, так и с другими телами (внешней средой). Ее состояние задается термодинамическими параметрами (параметрами состояния) – совокупностью физических величин, характеризующих свойства термодинамической системы. Обычно в качестве параметров состояния выбирают температуру (T), давление (p), объем (V). Равновесным называется такое состояние системы, при котором все ее параметры имеют определенные значения, остающиеся неизменными сколь угодно долго при постоянных внешних условиях.

Между этими параметрами существует функциональная зависимость: при изменении одного из них меняются другие. Эта зависимость выражается соотношением, называемым уравнением состояния. Для идеального газа, простейшей термодинамической системы, уравнение состояния получено на основе двух опытных газовых законов: Бойля-Мариотта и Гей-Люссака.

Идеальный газ - это разреженный газ, в котором взаимодействие между молекулами не учитывается, столкновения их считаются абсолютно упругими, а объем молекул бесконечно мал по сравнению с объемом, занимаемым газом. Уравнение состояния идеального газа - это уравнение Клайперона-Менделеева, которое для газа массой m с молекулярной массой M , имеет вид:

$$pV = \left(\frac{m}{\mu} \right) RT = \nu RT .$$

Для газа массой, равной его молекулярному весу, т.е. для одного моля газа ($\nu = 1$ моль):

$$pV = RT,$$

где R — универсальная постоянная, составляющая 8,314 Дж/(моль К).

Реальные газы при нормальных условиях могут быть с достаточной степенью точности описаны с помощью уравнений для идеального газа.

Первое начало термодинамики представляет собой принцип сохранения энергии для термодинамических систем, полученный на основе многократных измерений соотношения между количеством теплоты, получаемым за счет работы, и ее величиной. Количество теплоты dQ , сообщенное системе в ходе теплообмена, идет на приращение ее внутренней энергии (кинетической энергии молекул) dU и совершение работы над внешними телами dA :

$$dQ = dU + dA.$$

В отличие от твердых и жидких тел газы могут значительно изменять свой объем. При этом совершается механическая работа. Если объем газа изменился на некоторую малую величину dV , то он совершил работу dA , равную произведению $p dV$. При расширении газа работа положительна, при сжатии — отрицательна. В общем случае при переходе из некоторого начального состояния (1) в конечное состояние (2) работа рассчитывается по формуле

$$A = \int_1^2 p dV.$$

Она численно равна площади фигуры под кривой, описывающей процесс на (p, V) — диаграмме. Величина работы зависит от того, как осуществлялся переход из начального в конечное состояние.

Процесс в термодинамике определяется как переход системы из одного состояния в другое. Для газа, например, это переход из состояния, определяемого параметрами p_1, V_1, T_1 в состояние с параметрами p_2, V_2, T_2 . Процессы, в которых один из параметров остается неизменным, называют изопроцессами.

Изобарный процесс — это процесс квазистатического расширения или сжатия вещества (в данном случае — идеального газа), происходящий при постоянном давлении p . На плоскости (V, T) изобарные процессы при разных значениях давления изображаются семейством прямых линий $V \sim T$ (закон Гей-Люссака).

Для одного моля идеального газа: $\frac{V}{T} = \text{const} = \frac{R}{p}$. Работа газа выражается соотношением:

$$A = p \overline{V_2 - V_1} = \overline{p dV}.$$

Первое начало термодинамики можно записать в виде

$$dQ = \overline{U_2 - U_1} + p \overline{V_2 - V_1} = dU + p \cdot dV.$$

При изобарном расширении $Q > 0$, т.е. тепло поглощается, газ совершает положительную работу. При изобарном сжатии $Q < 0$.

Изотермический процесс – это процесс квазистатического расширения или сжатия вещества, находящегося в контакте с тепловым резервуаром ($T = \text{const}$). На плоскости (p, V) эти процессы при различных значениях температуры T изображаются семейством гипербол $p \sim \frac{1}{V}$ (закон Бойля-Мариотта). Для одного моля идеального газа: $pV = \text{const} = RT$. Работа для молей ν газа при изменении объема от V_1 до V_2 может быть найдена по формуле

$$A = \nu RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

Так как внутренняя энергия U идеального газа зависит только от температуры, первое начало термодинамики для изотермического процесса запишется в виде: $dQ = dA$. Количество теплоты dQ , полученное от теплового резервуара, идет на совершение работы dA . В случае сжатия работа внешних сил, произведенная над газом, превращается в тепло, поглощаемое тепловым резервуаром.

Изохорный процесс – это процесс квазистатического нагревания или охлаждения вещества (в данном случае - идеального газа), происходящий при постоянном объеме V . На плоскости (p, T) изохорические процессы при разных значениях объема изображаются семейством прямых линий $p \sim T$ (закон Шарля). Для одного моля идеального газа: $\frac{p}{T} = \text{const} = \frac{R}{V}$. В изохорном процессе газ не совершает работу ($A=0$). Первое начало термодинамики в этом случае записывается в виде

$$dQ = U_2 - U_1 = dU,$$

где $U(T_1)$, $U(T_2)$ – внутренняя энергия газа в начальном и конечном состояниях. При изохорном нагревании тепло поглощается газом ($dQ > 0$), и его внутренняя энергия увеличивается. При охлаждении тепло отдается внешним телам ($dQ < 0$), и внутренняя энергия газа уменьшается.

Тепловые свойства однородных тел в термодинамике характеризуются теплоемкостью.

Удельной теплоемкостью вещества $C_{уд}$ называется физическая величина, численно равная количеству тепла, которое надо сообщить единице массы этого вещества, чтобы увеличить его температуру на 1°C .

Для газов удобно пользоваться молярной теплоемкостью C_m , которая характеризуется количеством тепла, необходимым для нагревания одного моля вещества на 1°C . Очевидно, $C_m = \mu C_{уд}$.

Величина теплоемкости газа зависит от его химического состава и вида термодинамического процесса, изменяющего состояние газа. Выясним эту зависимость с помощью уравнения состояния идеального газа и первого начала термодинамики. Пусть C_v и C_p - молярная теплоемкость газа в изохорном процессе (при постоянном объеме) и в изобарном процессе (при постоянном

давлении) соответственно. Между этими параметрами существует соотношение Майера:

$$C_p = \left(\frac{dQ}{dT} \right)_p = \left(\frac{dQ}{dT} \right)_v + R = \frac{dU}{dT} + R = C_v + R.$$

Физический смысл R состоит в том, что она численно равна работе, которую совершает 1 моль газа в результате его расширения при постоянном давлении с повышением температуры на 1°C .

Если учесть, что внутренняя энергия моля идеального газа определяется только температурой и числом степеней свободы (i) молекул, входящих в состав этого газа, то получаем:

$$C_v = \left(\frac{dQ}{dT} \right)_v = \frac{dU}{dT} = \frac{i}{2} R,$$

$$C_p = \left(\frac{dQ}{dT} \right)_p = \frac{dU}{dT} + p \left(\frac{dV}{dT} \right)_p = \frac{i}{2} R + R = \frac{i+2}{2} R.$$

Отношение $\frac{C_p}{C_v} = \gamma$ является константой (в определенном диапазоне температур), называемой показателем адиабаты.

Формула $\gamma = 1 + \frac{2}{i}$ устанавливает связь показателя адиабаты γ и числа степеней свободы i молекулы газа.

Адиабатическим называется процесс, происходящий без теплообмена системы с внешней средой ($dQ = 0$). Отсюда следует, что при адиабатическом процессе работа может производиться лишь за счет изменения внутренней энергии системы: $dA = -dU$.

Для протекания адиабатического процесса система должна быть окружена абсолютно нетеплопроводными стенками. Но так как этого достичь нельзя, то всякий реальный процесс может происходить лишь как более или менее точное приближение к адиабатическому. Практически близкими к адиабатическому оказываются процессы, протекающие настолько быстро, что теплообмен с внешней средой не успевает произойти.

Уравнение адиабаты (уравнение Пуассона):

$$pV^\gamma = \text{const.} \quad (1)$$

Диаграмма данного процесса в координатах (p, V) имеет вид гиперболы, более крутой, чем гипербола изотермического процесса. Это объясняется тем, что при адиабатическом сжатии увеличение давления газа обусловлено не только уменьшением его объема, как при изотермическом сжатии, но и повышением температуры.

Работа, совершаемая газом в ходе данного процесса, вычисляется по формуле

$$A = \frac{p_1 V_1}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} \right],$$

где $p_1 V_1 = \nu R T_1$.

Непосредственное экспериментальное определение теплоемкостей газа C_p и C_v затруднительно, т.к. они составляют ничтожную долю теплоемкости сосуда, заключающего газ. Обычно измеряют $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$, которое входит в уравнение

Пуассона. Поэтому в настоящей работе для определения γ предлагается метод адиабатического расширения газа (метод Клемана-Дезорма).

Описание установки

Используемая установка (рис.1) состоит из баллона с газом, соединенного с манометром и насосом (микрокомпрессором). Если при помощи насоса накачать в баллон некоторое количество воздуха, то его давление и температура повысятся. На диаграмме (рис.2) этот процесс представляется изотермой $M_3 M_1$. После накачивания вследствие теплообмена с окружающей средой температура воздуха в баллоне через некоторое время сравнивается с температурой окружающей среды. Давление p_1 , установившееся в баллоне, больше атмосферного на величину давления столба жидкости высотой h_1 , определяемую разностью уровней жидкости в коленях манометра.



Рис. 1

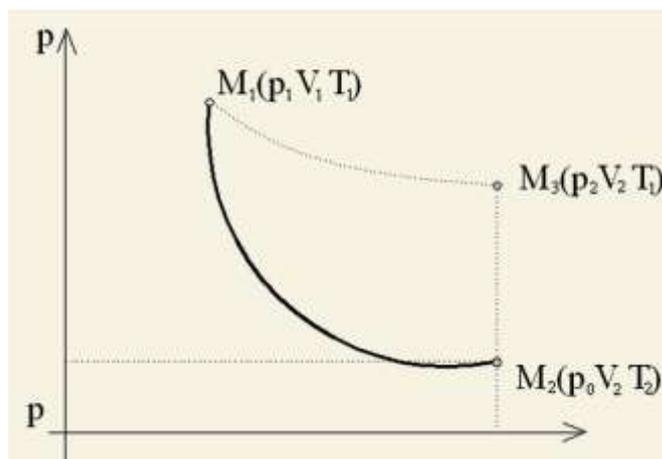


Рис. 2

Если обозначить через m массу воздуха в баллоне при атмосферном давлении, то при давлении p_1 воздух займет меньший объем, чем объем сосуда. Обозначим этот объем через V_1 . Тогда состояние воздуха массой m внутри баллона будет характеризоваться параметрами $p_1, V_1, T_1 = T_{\text{комн}}$. На рис.2 данному состоянию соответствует точка M_1 . Если открыть на короткое время клапан (пневмотумблер), то воздух в баллоне расширится. Давление внутри баллона в конце расширения равно атмосферному (p_0), объем рассматриваемой массы воздуха равен объему сосуда V_2 .

Так как процесс быстрого расширения воздуха можно считать адиабатическим, то температура T_2 станет ниже комнатной (работа расширения совершается за счет внутренней энергии газа). Следовательно, в конце адиабатического расширения (точка M_2 на рис.2) параметры будут p_0, V_2, T_2 .

Применяя к этим состояниям уравнение Пуассона (1), получим

$$p_1 V_1^\gamma = p_0 V_2^\gamma. \quad (2)$$

Закроем клапан. Охладившийся при расширении воздух в баллоне через некоторое время вследствие теплообмена нагреется до комнатной температуры (процесс нагревания является изохорическим). Это приведет к возрастанию давления воздуха до некоторой величины p_2 . Поэтому давление будет больше атмосферного на величину давления столба h_2 , определяемую разностью уровней жидкости в коленах манометра. Параметры этого состояния: $p_2, V_2, T_1 = T_{\text{комн}}$ (точка M_3).

Начальное и конечное состояния газа наблюдаются при одинаковой температуре, поэтому на основании закона Бойля-Мариотта можно записать:

$$p_1 V_1 = p_2 V_2.$$

На графике (рис.2) показаны процессы перехода газа из одного состояния в другое. Переход $M_1 M_2$ - адиабата, $M_2 M_3$ - изохора, $M_1 M_3$ - изотерма. Найдем значение γ . Для этого обе части уравнения (2) возведем в степень γ :

$$p_1^\gamma V_1^\gamma = p_2^\gamma V_2^\gamma. \quad (3)$$

Затем разделим уравнение (3) на уравнение (2) и полученное выражение прологарифмируем.

$$\gamma = \frac{\ln p_1 - \ln p_0}{\ln p_1 - \ln p_2} = \frac{\ln \frac{p_1}{p_0}}{\ln \frac{p_1}{p_2}}.$$

Зная, что p_0 – атмосферное давление, а давления p_1 и p_2 превышают атмосферное соответственно на величину давления столбов жидкости в манометре высотой h_1 и h_2 , т.е. $p_1 = p_0 + \rho g h_1$, $p_2 = p_0 + \rho g h_2$, где ρ – плотность жидкости; g – ускорение свободного падения, получаем:

$$\gamma = \frac{\ln \frac{p_0 + \rho g h_1}{p_0}}{\ln \frac{p_0 + \rho g h_1}{p_0} - \ln \frac{p_0 + \rho g h_2}{p_0}} = \frac{\ln \left(1 + \frac{\rho g h_1}{p_0} \right)}{\ln \left(1 + \frac{\rho g h_1}{p_0} \right) - \ln \left(1 + \frac{\rho g h_2}{p_0} \right)} \approx \frac{h_1}{h_1 - h_2}. \quad (4)$$

Формула (4) является расчетной для определения γ . Разности уровней жидкости h_1 и h_2 измеряются непосредственно из опыта.

Порядок выполнения работы

1. Включить сеть (тумблер 1).
2. Проверить закрытие воздушного клапана (повернуть красное колесико по часовой стрелке до щелчка).
3. Включить тумблером 2 микрокомпрессор (насос), накачивающий воздух в баллон и выждать, пока разность уровней жидкостей в коленах манометра не составит 15-20см. Выключить компрессор и выждать 1-2 минуты, пока положение уровней жидкости в манометре перестанет изменяться. (При накачивании воздух, сжимаемый под поршнем насоса, нагревается. Вследствие теплообмена с окружающей средой с течением времени происходит понижение температуры воздуха в баллоне и, вместе с этим, понижение уровней жидкости). Измерить h_1 (разность высот жидкости в коленах манометра).
4. После замера высоты h_1 повернуть красное колесико на $\frac{1}{4}$ оборота по часовой стрелке (не до конца). При этом баллон соединяется с атмосферой и уровни жидкости в коленах манометра выравниваются.
5. После выравнивания уровней жидкости красное колесико повернуть по часовой стрелке до щелчка (до конца). При этом баллон перекрывается от атмосферного воздействия. Выждать 1-2 минуты, пока положение уровней жидкости в манометре перестанет изменяться (охлажденный при адиабатическом расширении воздух в баллоне будет нагреваться до комнатной температуры, что вновь приведет к изменению уровней жидкости в манометре), измерить разность высот жидкости в коленах манометра h_2 .
6. Повторить пятикратно измерения разности высот h_1 и h_2 . Результаты измерений записать в табл.
7. Вычислить показатель адиабаты по формуле (4) для каждого случая.

$$\gamma \approx \frac{h_1}{h_1 - h_2}.$$

8. Рассчитать среднюю величину показателя адиабаты и абсолютную ошибку измерений. Результаты расчетов занести в табл.
9. Представить результаты измерений в виде $\gamma = (\bar{\gamma} \pm \Delta\gamma)$ и сделать выводы.

Таблица

N	h_1 , мм	h_2 , мм	γ	$\gamma = \bar{\gamma} - \gamma_i $
1				
2				
3				
4				
5				
			$\bar{\gamma} =$	$\Delta\bar{\gamma} =$

Контрольные вопросы

1. Какой газ называют идеальным? При каких условиях формулы, полученные для него, можно использовать для расчета характеристик реального газа?
2. Запишите уравнение состояния идеального газа. Получите из него уравнения изопроцессов. Нарисуйте PV -диаграммы этих процессов.
3. Сформулируйте первое начало термодинамики.
4. Что такое удельная и молярная теплоемкости? Как они взаимосвязаны?
5. Что такое число степеней свободы? Как подсчитать его для одноатомной и многоатомной молекулы газа?
6. Напишите формулы для расчета теплоемкости идеального газа при постоянном объеме и постоянном давлении.
7. Напишите соотношение Р.Майера для удельных теплоемкостей. Объясните физический смысл постоянной R и укажите её размерность.
8. Дайте определение адиабатического процесса. Напишите уравнение Пуассона для него.
9. Что такое показатель адиабаты? Напишите формулу для его расчета через число степеней свободы молекулы.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №10

ЦИКЛ КАРНО

Цель работы: изучение работы идеальной машины Карно.

Приборы и принадлежности: компьютер, CD-диск "Открытая физика"

Теоретические сведения

Основным вопросом термодинамики во времена ее формирования как науки являлся вопрос о превращении теплоты в работу.

Поэтому все полученные закономерности основаны на обобщении опыта по созданию многочисленных тепловых машин и вечного двигателя (перпетуум-мобиле). Эти выводы сформулированы в виде основных законов (начал) термодинамики.

С одной стороны, первое начало термодинамики гласит о том, что количество теплоты, сообщаемое системе, затрачивается на приращение внутренней энергии системы и совершение системой работы над внешними телами:

$$\delta Q = dU + \delta A.$$

С другой стороны, это говорит о том, что вечный двигатель первого рода, т.е. такой периодически действующий двигатель, который совершал бы работу в большем количестве, чем получаемая им извне энергия, невозможен.

Из этого следует то, что тепловой двигатель лишь получает извне тепловую энергию, совершая при этом какую-то механическую работу. Причем из определения двигателя следует также, что данное превращение должно происходить многократно и без изменений в конструкции двигателя.

Другими словами, всякий двигатель представляет собой систему, многократно совершающую некий круговой процесс (цикл).

Круговым процессом (циклом) называется процесс, при котором система, пройдя через ряд состояний, возвращается в исходное.

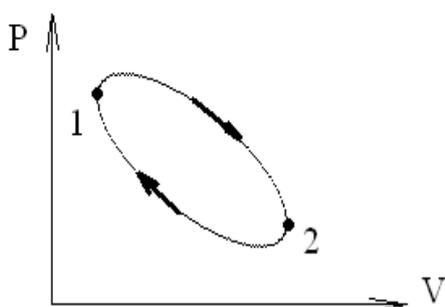


Рис. 1

Рассмотрим цикл, совершаемый некоторой тепловой машиной, рабочим телом в которой является идеальный газ (рис. 1).

Этот цикл можно разбить на два процесса: (1-2) – расширение; (2-1) – сжатие. Напомним, что площадь под кривой на этом графике соответствует работе газов. Из рисунка видно, что, во-первых, работа расширения (1-2) положительна, а работа (2-1) сжатия – отрицательна.

Во-вторых, работа расширения (площадь под кривой (1-2)) больше, чем работа сжатия (площадь под кривой (2-1)). Из этого следует, что общая работа за весь цикл будет больше нуля.

$$A = A_{12} - |A_{21}| = A_{12} + A_{21} > 0,$$

где A – работа за весь цикл, A_{12} , A_{21} – работа газа, затрачиваемая на расширение и сжатие соответственно.

Если за цикл совершается положительная работа (цикл протекает по часовой стрелке), то он называется прямым, а если отрицательная (цикл протекает против часовой стрелки) – обратным.

Процесс (1-2) (рис.1) происходит благодаря получению извне теплоты Q_1 , а процесс (2-1) сопровождается потерей теплоты Q_2 . Совершаемую работу вычисляют как

$$A = Q_1 - |Q_2| = Q_1 + Q_2.$$

КПД определяют как

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}. \quad (1)$$

Из рис. 1 следует, что т.к. тепловая машина работает по циклу, то процесс (2-1) необходим для возвращения рабочего тела в исходное состояние. И этот процесс сопровождается потерей теплоты Q_2 . Следовательно, КПД не может быть равным 1.

Поэтому второе начало термодинамики в одной из формулировок гласит: невозможен вечный двигатель второго рода, т.е. такой периодически действующий двигатель, который получал бы тепло от одного резервуара и превращал это тепло полностью в работу.

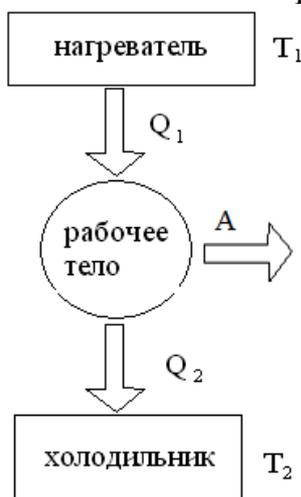


Рис. 2

Другими словами, теплота Q_2 теряется не из-за несовершенства конструкции теплового двигателя, а из-за того, что требуется энергия для возвращения рабочего тела (идеального газа) в первоначальное состояние (состояние 1 на рис. 1). Поэтому для функционирования тепловой машины необходимо наличие двух тепловых резервуаров.

От одного из них, имеющего более высокую температуру T_1 и называемого нагревателем, двигатель получает в ходе цикла теплоту Q_1 , а второму, имеющему более низкую температуру T_2 и называемому холодильником, двигатель отдает тепло Q_2 (рис. 2).

Основываясь на втором начале термодинамики, французский физик и инженер Сади Карно (1796-1832) вывел теорему, носящую теперь его имя. Она гласит: из всех периодически действующих тепловых машин, имеющих одинаковые температуры нагревателей и холодильников, наибольшим КПД обладают обратимые машины; при этом КПД машин, работающих при одинаковых температурах нагревателей и холодильников, равны друг другу и не зависят от природы рабочего тела.

Карно рассмотрел наиболее экономичный обратимый цикл, состоящий из двух изотерм и двух адиабат, и называемый циклом Карно. Рассмотрев прямой цикл с идеальным газом в качестве рабочего тела, он вывел формулу расчета КПД данной машины (идеальной машины, машины Карно):

$$\eta_{ideal} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}. \quad (2)$$

Причем теплота Q_1 равна работе A_{12} , совершенной после первого изотермического расширения газа от объема V_1 до объема V_2 , и может быть найдена по формуле

$$Q_1 = A_{12} = \nu RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}. \quad (3)$$

Исходя из формул (1), (2) и (3) возможно найти работу A , совершаемую газом за весь цикл:

$$A = \eta Q_1. \quad (4)$$

Цикл Карно графически представлен на рис. 3:

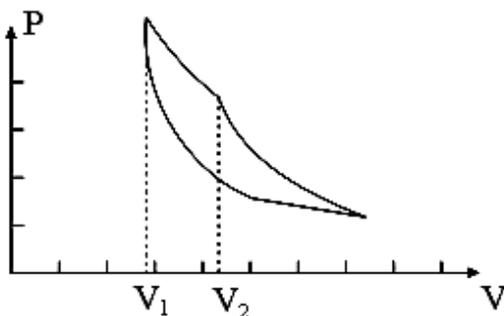


Рис. 3

Порядок выполнения работы

1. Включить компьютер.
2. Найти на рабочем столе компьютера ярлык "Открытая физика" и двойным нажатием левой кнопки мыши войти в программу.
3. Выбрать раздел "Молекулярная физика" и войти в раздел щелчком левой кнопки мыши (или нажав клавишу "Enter").
4. В открывшемся окне с помощью мыши или вертикальных стрелок на клавиатуре выбрать демонстрацию "Цикл Карно" и открыть ее щелчком левой кнопки мыши.
5. В образовавшемся окне (рис. 4) вы можете изначально установить параметры цикла Карно.
6. Нажмите кнопку «Выбор». С помощью кнопок задать температуру T_1 (температуру нагревателя). Нажать кнопку «Старт». Внесите в табл. результаты опыта (T_1 и η). Зарисовать с экрана график цикла Карно.

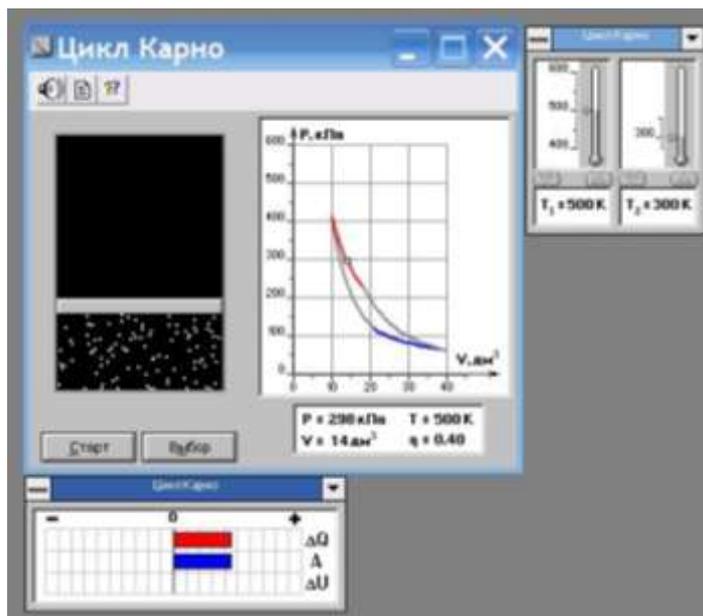


Рис. 4

7. Повторите пункт 6 еще два раза, задав различные значения T_1 . Зарисовать с экрана график цикла Карно.

Таблица

T_1, K	T_2, K	$V_1, \text{м}^3$	$V_2, \text{м}^3$	η	$Q_1, \text{Дж}$	$A, \text{Дж}$

8. Нажмите кнопку «Выбор». С помощью кнопок задать температуру T_2 (температуру холодильника). Нажать кнопку «Старт». Внесите в табл. результаты опыта. Зарисовать с экрана график цикла Карно.

9. Повторите пункт 8 еще два раза, задав различные значения T_2 . Зарисовать с экрана график цикла Карно.

10. Рассчитать по формулам 3 и 4 значения Q_1 и A для 1 моля вещества.

11. Сделать выводы по проделанной работе.

Контрольные вопросы

1. Какие процессы называют обратимыми? Равновесными?
2. Что такое циклический процесс? Цикл тепловой и холодильной машины, в чем различие?
3. Дать определение первому началу термодинамики.
4. Что такое энтропия? Как она изменяется при различных процессах? Что такое «Тепловая смерть Вселенной»?

5. Дать определение второму началу термодинамики.
6. Вечный двигатель 1-го и 2-го рода. Охарактеризовать причины их невозможности.
7. Тепловая машина, ее принципиальное устройство и КПД.
8. Как изменится КПД тепловой машины, если увеличить температуру нагревателя?
9. Как изменится КПД тепловой машины, если увеличить температуру холодильника?
10. Теорема Карно. Машина Карно и ее КПД.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №11

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ИЗМЕНЕНИЯ ЭНТРОПИИ РЕАЛЬНЫХ СИСТЕМ

Цель работы: измерить изменение энтропии реального твердого тела.

Приборы и принадлежности: электроплитка, калориметр, алюминиевый стакан, набор металлических цилиндров, цифровой контактный термометр ТК-5, вода.

Теоретические сведения

Для исследования макроскопических процессов, проходящих в телах (твердых, жидких, газообразных) применяют два качественно различных и взаимодополняющих друг друга метода: молекулярно-кинетический (статистический) и термодинамический. Первый лежит в основе молекулярной физики, второй - термодинамики.

Молекулярная физика изучает строение и свойства вещества исходя из молекулярно-кинетических представлений, основывающихся на том, что все тела состоят из молекул, находящихся в непрерывном хаотическом движении. Процессы, изучаемые молекулярной физикой, являются результатом совокупного действия огромного числа молекул. Законы поведения огромного числа молекул, являются статистическими закономерностями, основанными на том, что свойства макроскопической системы, в конечном счете, определяются свойствами частиц системы и усредненными значениями динамических характеристик этих частиц (скорости, энергии и т.д.)

Термодинамика - это учение о связи и взаимопревращениях различных видов энергии, теплоты и работы макроскопических систем, находящихся в состоянии термодинамического равновесия. В ней на основании опытных данных формулируются основные законы (начала) термодинамики, применимые к конкретным физическим явлениям, связанным с превращением энергии макроскопическим путем.

Область применения термодинамики значительно шире, чем молекулярно-

кинетической теории, ибо нет таких областей физики и химии, в которых нельзя было бы пользоваться термодинамическим методом. Однако, с другой стороны, термодинамический метод несколько ограничен: термодинамика ничего не говорит о микроскопическом строении вещества, о механизме явлений, а лишь устанавливает связи между макроскопическими свойствами вещества.

Основа термодинамического метода - определение состояния термодинамической системы.

Термодинамическая система - это совокупность макроскопических тел, которые взаимодействуют и обмениваются энергией, как между собой, так и с другими телами (внешней средой). Состояние системы задается *термодинамическими параметрами* - совокупностью физических величин, характеризующих свойства термодинамической системы. Обычно в качестве параметров состояния выбирают температуру, давление и объем. Любое изменение в термодинамической системе, связанное с изменением хотя бы одного из ее параметров, называется *термодинамическим процессом*.

Термодинамика основывается на двух опытных законах. *Первое начало термодинамики* обобщает закон сохранения энергии и гласит, что теплота, переданная телу, идет на совершение телом работы и на изменение его внутренней энергии. Первое начало термодинамики не дает никаких указаний относительно направления, в котором могут происходить процессы в природе. Если, например, происходит теплообмен между двумя телами различной температуры, то закон сохранения энергии (первое начало термодинамики) требует только, чтобы количество тепла, отданное одним телом, равнялось количеству тепла, получаемого другим. В каком направлении будет переходить тепло, на этот вопрос первое начало термодинамики ответить не может. Первому началу не противоречил бы, например, процесс, в котором тепло самопроизвольно переходит от тела, менее нагретого к телу более нагретому.

О направлении процессов, которые могут происходить в природе, позволяет судить *второе начало термодинамики*, которое является результатом обобщения опытных фактов.

Существует несколько формулировок второго начала термодинамики. Согласно Клаузиусу: «Теплота сама собой не может переходить от менее нагретого тела к более нагретому». Для такого перехода теплоты требуется затрата работы от внешнего источника, что и осуществляется в холодильной машине.

Физический смысл второго начала наиболее ясно раскрывается в формулировке Томсона и Планка: «Невозможен такой периодический процесс, единственным результатом которого было бы превращение теплоты в работу».

Чтобы понять это, предположим, что имеется резервуар тепла - нагреватель при температуре T_1 и рабочее тело, например, пар в цилиндре паровой машины. Нагреватель передает рабочему телу периодически некоторое количество тепла Q_1 , за счет которого рабочее тело совершает работу A , целиком превратив в нее полученное тепло. Превращение тепла в работу является единственным результатом работы тепловой машины, что невозможно по второму на-

чалу термодинамики.

Возможным является такой процесс, при котором только часть теплоты, полученной рабочим телом от нагревателя, превращается в работу, а часть теплоты Q_2 не используется и передается холодильнику (теплоприемнику), который имеет более низкую температуру T_2 (рис. 1). Таким образом, в любой тепловой машине превращается в работу только часть полученной от нагревателя теплоты: $A=Q_1 - Q_2$.

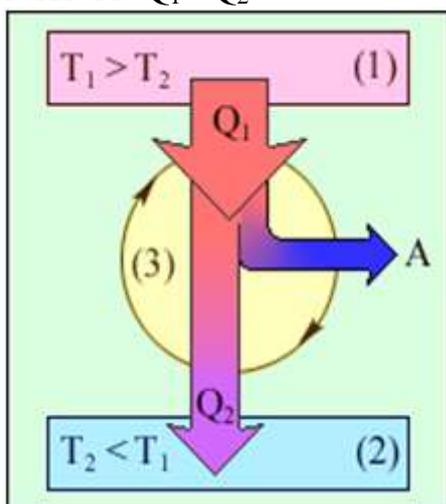


Рис. 1

Рассмотрим более подробно процессы, которые встречаются в природе, чтобы дать другие формулировки второго начала термодинамики.

Процессы, при протекании которых сначала в одном направлении, а потом в обратном, в окружающих телах остаются какие-либо изменения, называются *необратимыми*. Необратимые процессы самопроизвольно протекают только в одном направлении и не текут самопроизвольно в обратном. К числу необратимых процессов относятся процессы перехода тепла от нагретого тела к холодному, диффузии, расширения газа в пустоту и множество других. Фактически все явления природы являются необратимыми.

Замкнутая система через достаточно длинный промежуток времени за счет протекания необратимых процессов переходит в состояние, называемое равновесным. В таком состоянии все параметры системы имеют определенные значения. Так как газ находится в состоянии термодинамического равновесия, температура и давление одинаковы для всех его частей. В равновесном состоянии замкнутая система может находиться сколь угодно долго и сама по себе не может выйти из этого состояния.

Наряду с необратимыми процессами существуют *обратимые*, т.е. такие, что в результате прямого и обратного процессов вся система возвращается в первоначальное состояние и в окружающих телах не остается каких-либо изменений. К числу обратимых относятся все механические процессы, если в них нет превращения механической энергии в тепловую.

Обратимыми могут быть и некоторые термодинамические процессы при

соблюдении определенных условий. Прежде всего, должны отсутствовать процессы трения и теплопроводности. Отсутствие теплопроводности означает, что сообщение тепла должно осуществляться только при наличии бесконечно малой разности температур между телом и нагревателем. Другими словами, весь процесс передачи тепла должен состоять из бесконечного множества равновесных состояний, бесконечно мало отличающихся друг от друга. Поэтому такой процесс называется квазиравновесным. Очевидно, что он не может протекать с конечной скоростью, а должен протекать бесконечно медленно. Бесконечно малая скорость расширения или сжатия газа необходима также для того, чтобы во всех частях газа было одно и то же давление. На практике такой термодинамический процесс неосуществим, он является абстракцией. Однако, как всегда в физике, можно приближаться к абстракции, как к пределу.

Утверждение об объективном существовании в природе только необратимых процессов является одной из формулировок второго закона термодинамики.

В современной термодинамике для формулировки второго закона используется понятие энтропии, введенное Клаузиусом. *Энтропия* - это функция состояния системы, изменение которой характеризует направление протекания самопроизвольных процессов в замкнутой термодинамической системе. Как всякая функция состояния, она определяется только параметрами состояния и не зависит от процесса, с помощью которого система пришла в это состояние.

Следует отметить, что энтропия - величина не наглядная, ее можно вычислить, но нельзя непосредственно измерить, подобно температуре или объему.

Разность энтропий системы в двух произвольных состояниях 1 и 2 вычисляют по формуле

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T},$$

где dQ - количество тепла, сообщаемое системе при бесконечно малом квазиравновесном изменении ее состояния; T - абсолютная температура, при которой тепло поглощается системой. Здесь интеграл вычисляется для любого обратимого процесса, осуществляющего переход из состояния 1 в состояние 2, так как энтропия, являясь функцией состояния, не зависит от того, в результате какого обратимого процесса система перешла из одного состояния в другое.

Количество теплоты, полученное системой, деленное на абсолютную температуру, при которой оно было получено называют приведенным количеством теплоты. Величина $\frac{dQ}{T}$ есть элементарное приведенное количество теплоты,

полученное в бесконечно малом процессе, а интеграл $\int_1^2 \frac{dQ}{T}$ можно назвать приведенным количеством теплоты, полученном в конечном процессе 1 2.

Если процесс необратимый, то

$$\int_1^2 \frac{dQ_{\text{необр}}}{T} < \Delta S.$$

Второе начало термодинамики утверждает, что энтропия замкнутой термодинамической системы может только возрастать, если в ней протекают необратимые процессы, и оставаться постоянной, если в системе протекают лишь обратимые процессы. Математически это записывается так:

$$\Delta S \geq 0 \quad \text{или} \quad S_2 - S_1 \geq 0,$$

где знак неравенства имеет место для необратимых процессов, а равенство для обратимых.

Таким образом, изменение энтропии характеризует направление протекания естественных процессов в замкнутой системе: естественные процессы проходят в направлении роста энтропии.

Поскольку всякая замкнутая система через некоторое время приходит в состояние термодинамического равновесия в результате самопроизвольного протекания в ней естественных (необратимых) процессов, при которых энтропия возрастает, то в состоянии равновесия энтропия системы будет максимальной. В данном случае температуры всех тел становятся одинаковыми. Однако получить работу за счет теплоты можно только при наличии разности температур, так как температура холодильника должна быть меньше температуры нагревателя. Следовательно, самопроизвольный процесс выравнивания температур при тепловом контакте ведет к невозможности совершения работы в таком процессе.

Всякая реальная замкнутая система, в общем случае, состоит из нескольких тел. Полное изменение энтропии складывается из изменений энтропии отдельных частей системы. Энтропия отдельных тел (частей) системы может как увеличиваться, так и уменьшаться, однако, общее изменение энтропии всегда положительно, т.е. энтропия системы растет, если в ней протекают необратимые процессы.

Описание лабораторной работы

В работе используется система, состоящая из калориметрического стакана с водой и металлического тела. Это тело нагревается в кипящей воде до температуры $T_{\text{тела}} = 373\text{K}$ (температура кипящей воды 100°C) и вносится в калориметр с водой, имеющей температуру $T_{\text{кал}} = T_{\text{воды}}$.

После того как тело внесено в калориметр, систему можно считать замкнутой (теплообменом с окружающими телами можно пренебречь), причем система находится в неравновесном состоянии. Через некоторое время она придет в равновесное состояние. Обозначим через T_0 температуру всех тел системы в равновесном состоянии. Изменение энтропии рассматриваемой системы будет складываться из изменения энтропии калориметрического стакана, воды и тела:

$$\Delta S_{\text{системы}} = \Delta S_{\text{кал}} + \Delta S_{\text{воды}} + \Delta S_{\text{тела}}.$$

Поскольку для твердых и жидких тел количество теплоты dQ можно записать в виде $dQ = mc dT$ (m - масса тела; c - его удельная теплоемкость), то изменение энтропии какого-то тела системы определяется выражением:

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{dQ}{T} = \int_{T_1}^{T_2} \frac{mcdT}{T} = mc \ln \frac{T_2}{T_1}$$
. Здесь T_1 и T_2 - температуры начального и конечного состояний тела.

Для используемой в работе системы тел изменение энтропии равно

$$\sum \Delta S = \Delta S_{\text{системы}} = m_{\text{кал}} c_{\text{кал}} \ln \frac{T_0}{T_{\text{кал}}} + m_{\text{воды}} c_{\text{воды}} \ln \frac{T_0}{T_{\text{воды}}} + m_{\text{тела}} c_{\text{тела}} \ln \frac{T_0}{T_{\text{тела}}}. \quad (1)$$

Если измерить начальные температуры $T_{\text{нач}}$ калориметра с водой ($T_{\text{кал}} = T_{\text{воды}}$) и нагретого тела ($T_{\text{тела}}$), и конечную температуру этой системы тел в состоянии термодинамического равновесия T_0 , то, зная массы и теплоемкости всех частей системы, можно определить изменение энтропии системы при ее переходе от неравновесного состояния к равновесному.

Порядок выполнения работы

1. Включить плитку, поставить на нее стакан с водой, предварительно поместив в него металлическое тело.
2. В калориметрический стакан налить с помощью мензурки 150 г холодной воды и поставить его подальше от плитки.
3. После того, как закипит вода в стакане, замерить начальную температуру воды в калориметре $T_{\text{кал}}$ с помощью универсального цифрового вольтметра с термопарой, вынуть за ниточку тело из кипящей воды и быстро опустить его в калориметр, пододвинутый на короткое время к плитке.
4. Калориметр закрыть крышкой, отодвинуть от плитки, вставить термопару и, осторожно перемешивая воду покачиванием калориметра, следить за ростом температуры.
5. Заметить максимальное значение равновесной температуры T_0 . Результаты измерений записать в таблицу 1. Опыт провести с каждым из имеющихся тел.

Таблица 1.

Тело или вещество	, К	T_0 , К	$\frac{T_0}{T_{\text{нач}}}$	$\ln \frac{T_0}{T_{\text{нач}}}$	$\Delta S, \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$
Вода					
Калориметр					
Металлическое тело					
					$\sum \Delta S =$

6. Вычислить изменения энтропии $\Delta S_{\text{воды}}$, $\Delta S_{\text{кал}}$, $\Delta S_{\text{тела}}$ и $\Delta S_{\text{системы}}$ по формуле (1).

Удельные теплоемкости используемых в работе тел приведены в таблице 2. Калориметрический стакан изготовлен из алюминия, его масса указана на установке.

Таблица 2.

Вещество	Алюминий	Медь	Сталь	Вода
Теплоемкость, Дж/кг·К	$0,88 \cdot 10^3$	$0,38 \cdot 10^3$	$0,46 \cdot 10^3$	$4,19 \cdot 10^3$

Контрольные вопросы

1. Дайте понятие термодинамической системы. Какими параметрами определяется ее состояние? Что такое термодинамическое равновесие?
2. Сформулируйте понятие кругового, обратимого и необратимого процессов. Приведите примеры.
3. Сформулируйте первое начало термодинамики.
4. Как найти изменение внутренней энергии идеального газа?
5. Как найти работу идеального газа? Как на графике изображается работа при круговом процессе?
6. Сформулируйте несколько вариантов второго начала термодинамики.
7. Что такое приведенная теплота и как она определяется, если в процессе передачи тепла температура нагревателя изменяется?
8. Что такое энтропия? Дайте статистическое толкование энтропии. Укажите связь энтропии с термодинамической вероятностью состояния системы.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №12

Измерение коэффициента поверхностного натяжения жидкости методом отрыва кольца

Цель работы: Определение коэффициента поверхностного натяжения жидкости.

Приборы и принадлежности: динамометр, кольцо на подвесе, штангенциркуль, штатив, метрическая линейка, чашка Петри.

Теоретические сведения

Молекулы газа движутся свободно, совершая при этом беспорядочное и хаотичное движения, так как не связаны или слабо связаны между собой силами взаимодействия.

Молекулы жидкости довольно медленно перемещаются в массе жидкости. Они располагаются настолько близко друг к другу, что силы притяжения между ними имеют значительную величину. Поскольку взаимодействие быстро убывает с расстоянием, то, начиная с некоторого расстояния, силами притяжения между молекулами можно пренебречь. Это расстояние r называется радиусом молекулярного действия, а сфера радиуса r – сферой молекулярного действия.

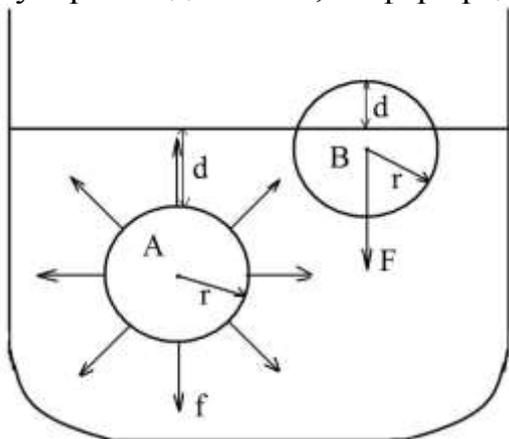


Рис. 1. Межмолекулярные силы

r – радиус молекулярного действия; В – молекулы, находящиеся от поверхности жидкости на расстоянии $d < r$; А – молекулы, находящиеся от поверхности жидкости на расстоянии $d > r$.

Каждая молекула испытывает притяжение со стороны всех соседних с ней молекул, находящихся в пределах сферы молекулярного действия, центр которой совпадает с данной молекулой. Равнодействующая всех этих сил для молекулы, находящейся от поверхности на расстоянии, превышающем r , очевидно, в среднем равна нулю (рис. 1). Иначе обстоит дело, если молекула расположена от поверхности на расстоянии, меньшем r . В данном случае сфера молекулярного действия лишь частично расположена внутри жидкости. Так как концентрация молекул газа, расположенного над поверхностью жидкости, мала по сравнению с концентрацией молекул в жидкости, то равнодействующая F сил, приложенных к каждой молекуле поверхностного слоя, не равна нулю и направлена внутрь жидкости.

Молекулы, расположенные у границы жидкости, испытывают результирующую силу, направленную внутрь жидкости $\sum_{i=1}^N f_i = F$. Для молекул, расположенных внутри жидкости, результирующая сила равна нулю $\sum_{i=1}^N f_i = 0$.

Для перемещения молекул из глубины жидкости в поверхностный слой надо затратить работу. Эта работа совершается за счет кинетической энергии молекул и идет на увеличение их потенциальной энергии. Величина этой энергии зависит от числа «наружных» молекул, т.е. от площади поверхности жидкости S и носит название энергии поверхностного натяжения E , т.е.

$$E = \alpha S. \quad (1)$$

Коэффициент пропорциональности между энергией и площадью ее поверхности носит название коэффициента поверхностного натяжения. Величина этого коэффициента зависит от рода обеих сред, образующих поверхность, и имеет размерность $\alpha = \frac{E}{S} = \frac{J}{m^2}$, в системе СИ $\alpha = \frac{Дж}{м^2} = \frac{Н}{м}$.

При расчетах вместо энергии поверхностного натяжения нередко пользуются силой поверхностного натяжения, т.е. силой, с которой одна часть поверхности жидкости воздействует на другую ее часть.

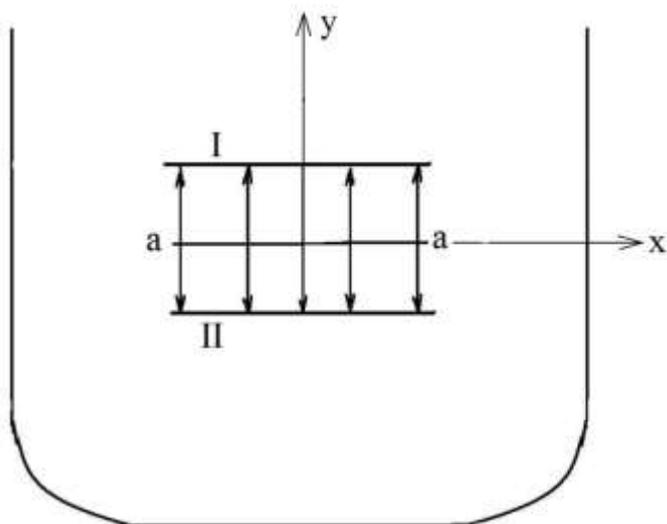


Рис. 2

При помещении в покоящуюся жидкость тонкой пластинки части жидкости, находящиеся по разные стороны от нее, будут действовать на каждый ее элемент ΔS с силами ΔF , которые, независимо от ориентации пластинки, будут равны по модулю и направлены перпендикулярно площадке ΔS .

Если провести мысленно линию aa (рис. 2) и рассмотреть силы, действующие на часть площади II со стороны части площади I, то для вычисления этой силы достаточно рассмотреть изменение поверхностной энергии верхней части, происходящей при смещении границы aa вдоль оси y . По определению

$$F = -\frac{dE}{dy} = -\alpha \frac{dS}{dy} \approx -\alpha \frac{dy}{dy} \cdot L = -\alpha L, \quad (2)$$

где L – длина линии aa . Знак минус указывает на то, что сила направлена в сторону, противоположную направлению y . Таким образом, из формулы (2) видно, что коэффициент поверхностного натяжения α равен силе поверхностного натяжения, отнесенной к единице длины L линии aa ,

$$\alpha = \frac{F}{L}, \quad (3)$$

Описание метода

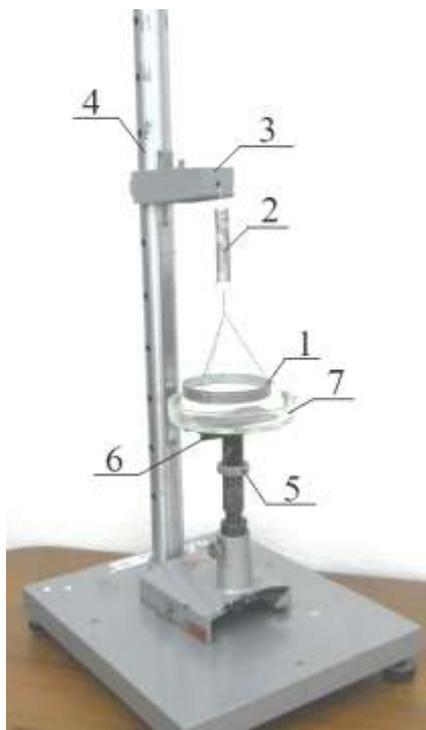


Рис. 3

Установка для определения величины коэффициента поверхностного натяжения α изображена на рис. 3. Тонкостенное кольцо 1 радиуса R , изготовленное из материала, хорошо смачиваемого водой, подвешивается на пружине 2. Подвеска кольца осуществляется таким образом, чтобы его ось была вертикальна. Пружина 2 прикрепляется к кронштейну 3, жестко связанному со штангой 4. При помощи микрометрического винта 5 передвигается столик 6. На столике устанавливается чашка Петри 7 с исследуемой жидкостью. Удлинение пружины 2 (и, тем самым, силу ее натяжения) можно измерять по миллиметровой шкале.

Если подвести сосуд под кольцо так, чтобы оно нижним основанием касалось поверхности жидкости, то кольцо как бы прилипнет. Для отрыва кольца от поверхности надо приложить силу F . Отрыв (а точнее, разрыв поверхности) происходит по двум окружностям, диаметры которых d_1 и d_2 равны внешнему и внутреннему диаметрам кольца.

Общая длина линии разрыва

$$L = \pi d_1 + \pi d_2. \quad (4)$$

Обозначая толщину стенок кольца через r , имеем

$$d_2 = d_1 - 2r. \quad (5)$$

Подставляя выражение (5) в (4) находим

$$L = 2\pi d_1 - 2\pi r. \quad (6)$$

На основании формул (3) и (6) получим уравнение, по которому и вычислим α

$$\alpha = \frac{F}{2\pi d_1 - 2\pi r}. \quad (7)$$

Учитывая, что значение $d_1 \gg r$, формулу (7) можно записать в виде

$$\alpha = \frac{F}{2\pi d_1} = \frac{F}{4\pi R}, \quad (8)$$

где R – радиус кольца.

Ход работы

1. Наполнить чашку дистиллированной водой и поставить под кольцом так, чтобы кольцо не касалось поверхности воды.
2. Медленно вращая микрометрический винт столика, приводим в соприкосновение кольцо и поверхность воды. Фиксируем положение столика (h_1).
3. Медленно опуская столик, зафиксировать положение столика в момент отрыва кольца (h_2).
4. Найти величину $\Delta F = k \cdot \Delta h$. Здесь k – коэффициент жесткости пружины ($k=34,3$ Н/м); $\Delta h = h_2 - h_1$. Полученные результаты занести в таблицу.

Таблица

жидкость	№ опыта	h_1	h_2	Δh	$\Delta h_i - \Delta h_{cp}$	$\sqrt{\Delta h_i - \Delta h_{cp}}$	α_{cp}	γ	$\Delta \alpha$
Дистиллированная вода	1								
	2								
	...								
	10								
				Δh_{cp}		$\sum_{i=1}^{10} \sqrt{\Delta h_i - \Delta h_{cp}}$			
Раствор соли в воде	1								
	2								
	...								
	10								
				Δh_{cp}		$\sum_{i=1}^{10} \sqrt{\Delta h_i - \Delta h_{cp}}$			

5. Повторить измерения 10 раз. По формуле

$$\alpha_{cp} = \frac{\Delta F}{L} = \frac{\Delta F}{4\pi R} = \frac{k\Delta h_{cp}}{4\pi R} \quad (9)$$

найти значение величины α_{cp} и оценить допущенную при этом погрешность по формуле (13). Радиус кольца $R=3,88 \cdot 10^{-2}$ м.

6. Выполнить измерения α для раствора соли в воде.

Расчет погрешности результатов измерений

Относительная погрешность в нашем случае рассчитывается по формуле

$$\gamma = \frac{\Delta \alpha}{\alpha_{cp}} = \sqrt{\left(\frac{\Delta \Delta h}{\Delta h_{cp}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta R}{R}\right)^2 + \left(\frac{\Delta k}{k}\right)^2} \quad (10)$$

Абсолютную погрешность $\Delta(\Delta h)$ найдем по формуле

$$\Delta \alpha = t_{\alpha} \frac{\delta}{3} + t_{\alpha} S_{\Delta h_{cp}} \quad (11)$$

где $S_{\Delta h_{cp}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (\Delta h_i - \Delta h_{cp})^2}$ – среднеквадратичное отклонение; t_{α} – коэффициенты Стьюдента при доверительной вероятности $\alpha=95\%$; $\delta=10^{-4}$ м - предел допускаемой погрешности миллиметровой шкалы. $\Delta R=5 \times 10^{-5}$ м, $\Delta k=5 \times 10^{-2}$ Н/м. Откуда абсолютная погрешность

$$\Delta \alpha = \gamma \cdot \alpha_{cp} \quad (12)$$

Окончательный результат запишем в виде доверительного интервала

$$\alpha = \alpha_{cp} \pm \Delta \alpha$$

Контрольные вопросы

1. Расскажите механизм возникновения сил поверхностного натяжения.
2. Запишите формулу для расчета коэффициента поверхностного натяжения, укажите размерность этой физической величины.
3. От каких физических величин зависят силы поверхностного натяжения?
4. От чего зависит коэффициент поверхностного натяжения?
5. В чем заключается явление смачивания и несмачивания?
6. Записать формулу Лапласа, определяющую избыточное давление.

Библиографический список

1. Фриш, С.Э. Курс общей физики : учебник. В 3-х т. / С.Э. Фриш, А.В. Тиморева. – СПб.: Лань, 2007. Т. 1, 2,3.
2. Савельев И.В. Курс общей физики : учебник. В 3-х т./ И. В.Савельев. – СПб. Лань, 2007. Т. 1, 2,3.
3. Трофимова, Т.И. Курс физики : учеб. пособие для вузов / Т.И. Трофимова. – 18-е изд., – М.: Академия, 2010.
4. Бурученко, А.Е. Физика: Учеб. пособие. Ч.1, 2, 3 / А.Е. Бурученко. – Красноярск: КрасГАСА, 1998.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ИЗМЕРЕНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН.....	3
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1	
ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЛОТНОСТИ ОДНОРОДНОГО ТЕЛА ПРАВИЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ.....	11
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №2	
ПРОВЕРКА ОСНОВНОГО ЗАКОНА ДИНАМИКИ ПОСТУПАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ НА МАШИНЕ АТВУДА.....	14
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3	
ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАКОНОВ СОУДАРЕНИЯ ТЕЛ.....	20
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №4	
ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДУЛЯ ЮНГА ПО ИЗГИБУ БАЛКИ.....	25
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №5	
ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНОВ ВРАЩЕНИЯ НА КРЕСТООБРАЗНОМ МАЯТНИКЕ ОБЕРБЕКА.....	34
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №6	
ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНОВ КОЛЕБАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ..	41
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №7	
ИЗУЧЕНИЕ МЕХАНИЧЕСКИХ ЗАТУХАЮЩИХ КОЛЕБАНИЙ...	49
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №8	
ИЗУЧЕНИЕ ТЕЧЕНИЯ ГАЗА ЧЕРЕЗ КАПИЛЛЯР.....	54
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №9	
ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОТНОШЕНИЯ ТЕПЛОЕМКОСТЕЙ ГАЗА МЕ- ОМ АДИАБАТИЧЕСКОГО РАСШИРЕНИЯ.....	67
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №10	
ЦИКЛ КАРНО.....	74
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №11	
ОПРЕДЕЛЕНИЕ ИЗМЕНЕНИЯ ЭНТРОПИИ РЕАЛЬНЫХ СИСТЕМ..	79
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №12	
ИЗМЕРЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ПОВЕРХНОСТНОГО НАТЯЖЕ- ЖИДКОСТИ МЕТОДОМ ОТРЫВА КОЛЬЦА.....	85
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....	90

ОБЩАЯ ФИЗИКА

МЕХАНИКА И МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

Лабораторный практикум

Подготовлено к изданию РИО БИК СФУ

Подписано в печать 2012 г. Формат 60x84/16
Бумага офсетная. Печать плоская
Усл. печ. л. Уч.-изд. л.
Тираж 1000 экз. Заказ (дает РИО)

Редакционно-издательский отдел
Библиотечно-издательского комплекса
Сибирского федерального университета
660041, г. Красноярск, пр. Свободный, 79
Тел/факс (391) 206-21-49. E-mail rio@sfu-kras.ru
<http://rio.sfu-kras.ru>

Отпечатано Полиграфическим центром
Библиотечно-издательского комплекса
Сибирского федерального университета
660041, г. Красноярск, пр. Свободный, 82а
Тел. 206-26-58, 206-26-49